



# เครือข่ายการสื่อสารและสายส่ง

---

## COMMUNICATION NETWORK and TRANSMISSION LINES

อภิษฎา ทองรักษ์

ภาควิชาวิศวกรรมอิเล็กทรอนิกส์และโทรคมนาคม  
คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลพระนคร

## 2 เครือข่ายการสื่อสารและสายส่ง

---

เครือข่ายการสื่อสารและสายส่ง

Communication Network and Transmission Lines

เรียบเรียงโดย อภิษฎา ทองรักษ์



พิมพ์ครั้งที่ 1 พ.ศ. 2565

สงวนลิขสิทธิ์ตามพระราชบัญญัติ โดย อภิษฎา ทองรักษ์

ห้ามการลอกเลียนไม่ว่าส่วนหนึ่งส่วนใดของตำราเล่มนี้ นอกจากจะได้รับอนุญาต

อภิษฎา ทองรักษ์ สำเร็จการศึกษาระดับปริญญาเอก : วศ.ด. (วิศวกรรมไฟฟ้า) และ ปริญญาโท : วศ.ม. (วิศวกรรมอิเล็กทรอนิกส์) จาก สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหาร ลาดกระบัง ประเทศไทย และ ปริญญาตรี : คอ.บ. (วิศวกรรมไฟฟ้าสื่อสาร) จากสถาบันเทคโนโลยีนราชนรมิต (วิทยาเขตเทเวศร์)

พ.ศ. 2533-2554 เป็นอาจารย์ผู้สอนประจำภาควิชาวิศวกรรมไฟฟ้า คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีปทุม พ.ศ 2554 - ปัจจุบัน ตำแหน่งผู้ช่วยศาสตราจารย์ประจำ สาขาวิชาวิศวกรรมอิเล็กทรอนิกส์และโทรคมนาคม คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลพระนคร มีผลงานวิจัยเผยแพร่ด้าน Electronic, Power electrical, Communication & Network, Robotic, Innovation

ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.อภิษฎา ทองรักษ์ เป็นอนุกรรมการพัฒนาวิชาชีพวิศวกรรมไฟฟ้า ของสมาคมวิชาการทางวิศวกรรมไฟฟ้า (ประเทศไทย) (EEAAT) เป็นคณะกรรมการจัดการประชุมวิชาการต่าง ๆ ทั้งในระดับชาติและนานาชาติตลอดมา และเป็นผู้ทรงคุณวุฒิการพิจารณาบทความ อาทิ iEECON, EECON, ICPEI, ECTI-CARD, EENET, ISTEM-ed.

## 4 เครือข่ายการสื่อสารและสายส่ง

---

### สารบัญ

สารบัญ.....	4
คำนำ.....	9
บทที่ 1 โครงข่ายสองคู่สาย (Two-port network) .....	13
1.1 บทนำ .....	13
1.1.1 บล็อกไดอะแกรมของวงจรโครงข่ายสองคู่สาย .....	14
1.1.2 ตัวอย่างวงจรโครงข่ายสองคู่สาย.....	14
1.1.3 ความสมมาตรของวงจรโครงข่ายสองคู่สาย .....	15
1.1.4 ความสมดุลของวงจรโครงข่ายสองคู่สาย.....	16
1.2 ปริมาณทางไฟฟ้าและพารามิเตอร์ในวงจรโครงข่ายสองคู่สาย.....	18
1.2.1 การใช้เมทริกซ์แสดงพารามิเตอร์ของวงจรโครงข่ายสองคู่สาย.....	18
1.2.2 การหาอินเวอร์สเมทริกซ์ .....	21
1.3 ความหมายทางฟิสิกส์และการหาค่าพารามิเตอร์.....	23
1.3.1 ความหมายทางฟิสิกส์ของแอดมิตแตนซ์เมทริกซ์ .....	24
1.3.2 ความหมายทางฟิสิกส์ของอิมพีแดนซ์เมทริกซ์.....	34
1.3.3 ความหมายทางฟิสิกส์ของทรานส์มิสชันเมทริกซ์ [T].....	43
1.3.4 ความหมายทางฟิสิกส์ของไฮบริดเมทริกซ์ [H].....	61
1.3.5 ข้อสรุปบางประการเกี่ยวกับวงจรโครงข่ายสองคู่สาย .....	69
1.4 การแปลงพารามิเตอร์ของวงจรโครงข่ายสองคู่สาย .....	70
1.4.1 การแปลงพารามิเตอร์ที่เป็นส่วนกลับกัน.....	70
1.5 การต่อวงจรสองคู่สาย (Combinations of two-port networks).....	74
1.5.1 การต่อแบบขนาน (Parallel connection).....	75
1.5.2 การต่อแบบอนุกรม (Series connection).....	78
1.5.3 การต่อแบบคาสเคด (Cascade connection) .....	81
1.5.4 การต่อแบบอนุกรม-ขนาน (Series-parallel connection).....	81
1.5.5 การต่อวงจรแบบขนาน-อนุกรม (Parallel- series connection).....	82

1.6 อิมเมจิมพีแดนซ์ (Image impedance).....	82
1.6.1 การหาค่าอิมเมจิมพีแดนซ์.....	83
1.7 ความสัมพันธ์ของแต่ละเมทริกซ์ในวงจรโครงข่ายสองคู่สาย .....	85
แบบฝึกหัดท้ายบท.....	86
บทที่ 2 สายส่ง (Transmission line) .....	87
2.1 บทนำ.....	87
2.2 คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า (Electromagnetic wave).....	87
2.2.1 คุณสมบัติของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า (Electromagnetic wave characteristic).....	88
2.2.2 ความถี่และความยาวคลื่น (Wavelength and frequency).....	88
2.3 ชนิดของสายส่ง (Type of transmission lines) .....	91
2.3.1 สายส่งคู่ขนาน (Parallel-conductor transmission line) .....	92
2.3.2 สายส่งแกนร่วม หรือ โคแอกเชียล (Concentric or coaxial transmission line) .....	94
2.3.3 สตรีปไลน์ (Strip line) .....	95
2.4 พารามิเตอร์ของสายส่ง (Transmission line parameters).....	95
2.4.1 ความต้านทาน (Resistance) .....	96
2.4.2 ความเหนี่ยวนำ (Inductance).....	96
2.4.3 ความจุไฟฟ้า (Capacitance) .....	97
2.4.4 ความนำ (Conductance).....	98
2.5 คุณสมบัติการส่งสัญญาณ (Transmission characteristic) .....	100
2.5.1 อิมพีแดนซ์อนุกรม (Series impedance) .....	100
2.5.2 แอดมิตแตนซ์ขนาน (Shunt admittance).....	100
2.5.3 อิมพีแดนซ์คุณลักษณะ (Characteristic impedance).....	100
2.5.4 ค่าคงที่การแพร่กระจาย (Propagation constants).....	105
2.5.5 ความเร็วและความยาวคลื่น (Velocity and wavelength).....	106
2.5.6 ความยาวของสายส่ง (Transmission line length).....	109
2.6 พารามิเตอร์ของสายส่งจากโครงสร้าง (Construction lines parameters).....	110
2.6.1 พารามิเตอร์เนื่องโครงสร้างของสายส่งคู่ขนาน.....	110

## 6 เครือข่ายการสื่อสารและสายส่ง

---

2.6.2 พารามิเตอร์เนื่องโครงสร้างของสายส่งแกนร่วม .....	111
2.6.3 ความลึกผิว (Skin depth).....	113
2.7 การลดทอน (Attenuation) .....	114
2.8 สัมประสิทธิ์การสะท้อน .....	118
2.9 การสูญเสียกำลังงานในสายส่ง (Power loss for transmission lines).....	119
2.9.1 การสูญเสียกำลังงานเนื่องจากความต้านทาน (Ohmic loss).....	119
2.9.2 การสูญเสียกำลังงานเนื่องจากไดอิเล็กตริก (Dielectric loss).....	120
2.9.3 การสูญเสียจากการแผ่รังสี (Radiation loss) และการเหนี่ยวนำ (induction loss).....	121
2.9.4 การหาค่าการสูญเสียกำลังงานในสายส่งในระบบของสายส่ง.....	121
2.10 การสูญเสียที่เกิดขึ้นในระบบสายส่งสัญญาณ .....	122
2.11 การโอนถ่ายกำลังงานสูงสุด (Maximum power transfer).....	126
แบบฝึกหัดท้ายบท .....	129
บทที่ 3 สมการของสายส่ง (Transmission line equations).....	130
3.1 บทนำ .....	130
3.2 การหาค่าอิมพีแดนซ์คุณลักษณะของสายส่งจากวงจรสมมูลของโครงข่ายไฟฟ้าสมมาตรแบบที่โดยใช้กฎ ของเคอร์ชอฟฟ์พิจารณา .....	130
3.3 การหาค่าอิมพีแดนซ์คุณลักษณะจากโครงข่ายไฟฟ้าสมมาตรแบบที่ภายใต้สภาวะของโหลดต่างๆ .....	132
3.3.1 ในกรณีโหลดเป็นวงจรเปิด (Open circuit load).....	132
3.3.2 ในกรณีโหลดเป็นวงจรปิด (Short circuit load) .....	133
3.4 อิมพีแดนซ์คุณลักษณะ (Characteristic impedance: $Z_0$ ).....	135
3.5 ค่าคงที่การแพร่กระจาย (Propagation constant : $\gamma$ ) .....	136
3.6 สายในอุดมคติ (Ideal line).....	139
3.7 แรงดันและกระแสในสายส่ง.....	140
3.8 สายส่งแบบประสานกันพอดี (Matched transmission line).....	145
3.9 คลื่นจรและคุณลักษณะ (The traveling wave and its characteristic) .....	158

3.10 เนเปอร์และเดซิเบล (The neper and the decibel).....	162
3.11 การเปลี่ยนแปลงของอิมพีแดนซ์คุณลักษณะ ( $Z_0$ ), ค่าคงที่การลดทอน ( $\alpha$ ) และ ค่าคงที่เฟส ( $\beta$ ) กับความถี่ดำเนินการ .....	164
3.12 สายไม่มีการผิดเพี้ยน (The distortion less line).....	166
3.13 โหลดเหนี่ยวนำ (Inductive loading).....	168
แบบฝึกหัดท้ายบท .....	170
บทที่ 4 สายส่งที่มีการสะท้อน (Line with reflections).....	172
4.1 วิธีแก้ปัญหาในรูปแบบเอกโพแนนเชียล .....	172
4.1.1 สมการแรงดันและกระแสในเทอมปลายสายด้านส่ง .....	174
4.1.2 สมการแรงดันและกระแสในเทอมปลายสายด้านรับ .....	176
4.1.3 ค่าสัมประสิทธิ์การสะท้อน (Reflection coefficient: $k$ ) .....	178
4.1.4 ค่าอิมพีแดนซ์ (Impedance: $Z$ ).....	179
4.1.5 ความต้านทานการถ่ายโอน (Impedance Transfer: $Z_{tr}$ ).....	179
4.1.6 กระแสการถ่ายโอน (Current Transfer: $I_{tr}$ ).....	180
4.2 วิธีแก้ปัญหาด้วยเทอมของ $E_g$ , $Z_g$ และ $Z_R$ .....	187
4.2.1 สมการแรงดันคลื่นลำดับที่ 1 .....	187
4.2.2 สมการแรงดันคลื่นลำดับที่ 3 .....	188
4.2.3 สมการอนุกรมของแรงดันและกระแสคลื่น .....	189
4.3 วิธีแก้ปัญหาด้วยเทอมของไฮเพอร์โบลิกฟังก์ชัน (Hyperbolic Form of the Solution).....	196
4.3.1 เทอมของไฮเพอร์โบลิกฟังก์ชัน .....	196
4.3.2 สมการแรงดันและกระแสในเทอมของไฮเพอร์โบลิกฟังก์ชัน.....	200
4.3.3 ค่าอิมพีแดนซ์ (Impedance: $Z$ ).....	203
4.3.4 ความต้านทานการถ่ายโอน (Impedance Transfer: $Z_{tr}$ ).....	204
4.3.5 กระแสการถ่ายโอน (Current Transfer: $I_{tr}$ ).....	205
บทที่ 5 สมิทซาร์ท.....	211
5.1 บทนำ.....	211

## 8 เครือข่ายการสื่อสารและสายส่ง

---

5.2 อิมพีแดนซ์ชาร์ท .....	211
5.3 การใช้สเกลที่เป็นองค์ประกอบของสมิทชาร์ท.....	214
5.4 การประยุกต์ใช้สมิทชาร์ท .....	235
บทที่ 6 การแมตซ์อิมพีแดนซ์ (Impedance Matching).....	244
6.1 บทนำ .....	244
6.2 การแมตซ์อิมพีแดนซ์ โดยการใช้สตับ (Stub impedance matching).....	244
6.3 ชนิดของสตับ (Type of stubs).....	245
6.3.1 สตับเดี่ยว (Single stubs).....	245
6.3.2 การแมตซ์อิมพีแดนซ์โดยใช้สตับเดี่ยวแบบวงจรลัด .....	246
6.3.3 การแมตซ์อิมพีแดนซ์โดยใช้สตับเดี่ยวแบบวงจรเปิด .....	256
6.4 การแมตซ์อิมพีแดนซ์โดยการใช้สายส่งมีความ (line $\lambda/4$ quarter wave matching).....	259
6.4.1 สายส่งสองช่วงที่มีขนาดของอิมพีแดนซ์ไม่เท่ากัน.....	260
6.4.2 การแมตซ์อิมพีแดนซ์โดยใช้สายส่ง $\lambda/4$ ยาวในกรณีที่เกิดเป็นความต้านทานแท้จริง .....	261
บรรณานุกรม.....	263
ดัชนี .....	264

## คำนำ

ตำราเล่มนี้ถูกเรียบเรียงขึ้นเพื่อใช้ประกอบการเรียนการสอนวิชาเครือข่ายการสื่อสารและสายส่ง ตามหลักสูตรวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต สาขาวิศวกรรมอิเล็กทรอนิกส์และโทรคมนาคม คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลพระนคร

ตำราเล่มนี้ได้อธิบาย การหาค่าเมตริกคุณลักษณะแบบ วาย แซด เอฟ จี เอช ของเครือข่ายและความสัมพันธ์วงจรเชื่อมต่อและวงจรมูลฐาน การแปลงเครือข่าย ปริมาณการส่ง เทคนิคของวงจรการส่ง สัญญาณ ตัวกรองคลื่น ตัวลดทอนสัญญาณ การแมตซ์อิมพีแดนซ์ ทฤษฎีสายส่ง สมการและผลเฉลยสำหรับสัญญาณความถี่ต่ำ ความถี่กลางและความถี่สูง ค่าคงตัวปฐมภูมิและค่าคงตัวทุติยภูมิ คลื่นตกกระทบและคลื่นสะท้อนอัตราส่วนคลื่นนิ่ง คุณลักษณะของสายส่งปลายเปิด-ปลายปิด และแบบต่อโหลด สายส่งแบบไร้การสูญเสียและมีการสูญเสีย การสะท้อนสัญญาณในโดเมนเวลา ผังการสะท้อนไปกลับของสัญญาณ สัญญาณไขว้แทรกที่ปลายด้านส่งและด้านรับสัญญาณผลต่ำ สายส่งแบบผสม ชนิดของสายเคเบิล และสายคู่บิดเกลียวแบบไม่มีชีลด์ สายเคเบิลแกนร่วม มาตรฐานสายเคเบิล

ผู้เรียบเรียงได้รวบรวมตัวอย่างและแบบฝึกหัดเพื่อเสริมความเข้าใจให้แก่ผู้อ่านได้เข้าใจและประกอบเพิ่มเติมจากการเข้าเรียนในชั้นเรียน ในการเสริมทักษะให้ผู้อ่านมีการเรียนรู้ได้อย่างมีประสิทธิภาพ นับเป็นการยกระดับคุณภาพการศึกษาของ คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลพระนคร ให้สูงขึ้นโดยมีรายละเอียดดังนี้

- บทที่ 1 โครงข่ายสองคู่สาย (Two-port network) ในวงจรไฟฟ้าหรือวงจรอิเล็กทรอนิกส์ จะมีปริมาณทางไฟฟ้าที่พิจารณาคล้ายกันได้แก่ แรงดันไฟฟ้าด้านเข้า กระแสไฟฟ้าด้านเข้า แรงดันไฟฟ้าด้านออกและกระแสไฟฟ้าด้านออก เป็นต้น และวงจรไฟฟ้า-อิเล็กทรอนิกส์ใดๆ ประกอบด้วยอุปกรณ์อิเล็กทรอนิกส์พื้นฐาน เช่น ตัวต้านทาน (R) ตัวเก็บประจุ (C) และตัวเหนี่ยวนำ (L) หรือเป็นอุปกรณ์อิเล็กทรอนิกส์ที่ทำมาจากสารกึ่งตัวนำ เช่น ทรานซิสเตอร์ ส่วนในงานด้านสายส่งกำลัง อุปกรณ์ในวงจรไฟฟ้าลักษณะนี้ ได้แก่ หม้อแปลงไฟฟ้า และสายส่งไฟฟ้าแรงสูง เป็นต้น
- บทที่ 2 สายส่ง (Transmission line) คือระบบตัวนำที่เป็นโลหะใช้ในการส่งผ่านพลังงาน (กำลังไฟฟ้า คลื่นเสียง คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า) จากจุดหนึ่งไปยังตำแหน่งอื่นๆ ด้วยประสิทธิภาพในการส่งผ่านที่มีการสูญเสียพลังงานน้อยที่สุด โครงสร้างโดยทั่วไปของสายส่งจะประกอบด้วยเส้นลวดตัวนำ 2 เส้นหรือมากกว่าที่ถูกแยกออกจากกันด้วยฉนวนเรียกว่า ระบบของคู่สายหรือสายส่งเส้นคู่ สายส่งเป็นอุปกรณ์เฉพาะที่ถูกออกแบบมาเพื่อการถ่ายโอนพลังงานจากด้านส่ง (เครื่องส่ง) ไปยังด้านรับ (สายอากาศ) ด้วยคุณสมบัติที่มีค่าการสูญเสียพลังงานที่น้อยที่สุด การสูญเสียพลังงานในระหว่างการส่งผ่านขึ้นอยู่กับคุณสมบัติทางไฟฟ้าและทางกายภาพของสายส่ง เช่น ความต้านทานและอิมพีแดนซ์ และสายส่งสามารถจะมีขนาดความยาวสั้นเพียงแค่นี้ หรือสามารถจะมีขนาดความยาวเป็นระยะหลายพันไมล์ก็ได้

## 10 เครือข่ายการสื่อสารและสายส่ง

---

- บทที่ 3 สมการของสายส่ง (Transmission line equations) ค่าคงตัวการกระจายของสายส่งจะเกิดขึ้นเองเป็นไปตามทางกายภาพ เมื่อทางด้านอินพุตหรือทางด้านส่งของสายส่งถูกกระตุ้นด้วยสัญญาณไซน์ชอยด์และอยู่ในสถานะคงตัว ทางด้านเอาต์พุตหรือทางด้านรับถูกต่อด้วยโหลดในเงื่อนไขต่างๆ ดังนั้นการพิจารณาสมการต่าง ๆ ในระบบของสายส่งจะใช้ปรากฏการณ์ทางกายภาพ โดยการนำโครงข่ายไฟฟ้าสมมาตรแบบที (Symmetrical T network) มาร่วมพิจารณา เพราะมีคุณลักษณะเหมือนกับวงจรสมมูลของสายส่ง เพื่อนำไปหาค่าอิมพีแดนซ์คุณลักษณะทางกายภาพได้ หลังจากนั้นจะได้ศึกษาสมการอนุพันธ์สมการคลื่นของสายส่ง เพื่อหาผลเฉลยของสมการต่อไป
- บทที่ 4 สายส่งที่มีการสะท้อน (Line with reflections) เป็นวิธีแก้ปัญหาในรูปแบบเอกโพเนนเชียล (Various exponential forms of the AC steady solution) สมการค่าแรงดันและกระแสในสถานะคงตัวของสายส่งรูปแบบสายสม่ำเสมอ (Uniform line)
- บทที่ 5 สมิทชาร์ท (Smith chart) ในการคำนวณหาค่าแรงดัน กระแส อิมพีแดนซ์ หรือปริมาณอื่นๆ ที่เกี่ยวข้องกับระบบของสายส่ง โดยใช้สมการทางคณิตศาสตร์พบว่ามีความยุ่งยากพอสมควร เนื่องจากตัวเลขที่ใช้คำนวณมักจะเป็นจำนวนเชิงซ้อน และเนื่องจากเป็นสมการที่มีค่าเปลี่ยนแปลงตามเวลากับระยะทาง และจากสมการที่มีความสัมพันธ์ต่างๆ ที่ได้มาอย่างที่พิจารณาเพราะเป็นตัวแปรเมื่อมีค่าหรือขนาดเปลี่ยนแปลง จะมีผลทำให้ค่าอื่นๆ บนสายส่งเปลี่ยนแปลงตามไปด้วย เช่น ค่าอิมพีแดนซ์ที่ตำแหน่งใดๆ บนสายส่ง จะมีค่าขึ้นอยู่กับระยะห่างจากระนาบโหลด ค่าอิมพีแดนซ์ของโหลด และค่าอิมพีแดนซ์คุณลักษณะของสายส่ง ถ้าระยะห่างจากระนาบโหลดเปลี่ยนแปลง ค่าอิมพีแดนซ์บนสายส่งจะเปลี่ยนแปลงไปด้วย อิมพีแดนซ์คุณลักษณะของสายส่งและความถี่ หรือความยาวคลื่นมีค่าคงที่และไม่สามารถคาดเดาได้ว่าค่าอิมพีแดนซ์ที่ตำแหน่งใหม่จะมีค่าเพิ่มขึ้นหรือลดลงไปจากเดิม จึงมีผู้นำสมการต่างๆ ของระบบสายส่งมาเขียนเป็นชาร์ทขึ้นหลายรูปแบบ เพื่อสะดวกในการหาค่า แต่ในบทนี้ขอเสนอชาร์ทหนึ่งรูปแบบที่จำเป็นต้องศึกษาและนำไปประยุกต์ใช้งาน คือ สมิทชาร์ท ที่นายสมิทเป็นผู้คิดและสร้างขึ้นมาใช้งาน
- บทที่ 6 การแมตซ์อิมพีแดนซ์ (Impedance matching) คุณสมบัติของสายส่งรวมทั้งค่า SWR ที่เกิดขึ้นบนสายส่ง และได้ทราบว่าถ้า SWR มีค่ามากกว่า 1 จะมีผลทำให้เกิดการสูญเสียกำลังงานในสายส่ง ในทางปฏิบัติได้จำกัดค่า SWR บนสายส่งไม่เกิน 1.5 ถ้าเกินจะมีการสูญเสียกำลังงานมากขึ้น ซึ่งเป็นเงื่อนไขที่วิศวกรผู้ออกแบบระบบหรือดูแลระบบจะทราบดี ดังนั้นในบทนี้จะพิจารณาหลักการแมตซ์อิมพีแดนซ์ทางด้านรับเป็นหลัก คือ ถ้า  $Z_0 \neq Z_L$  จะมีการสูญเสียกำลังงานในระบบของสายส่งและในทางปฏิบัติสายส่งที่ใช้ในย่านความถี่วิทยุส่วนมากจะใช้สายโคแอกเซียล และสายโคแอกเซียลที่ผลิตจากโรงงานจะมีหลายขนาดหลายแบบ และโรงงานผลิตจะบอกคุณสมบัติของสายส่งมาให้เช่น ค่า อิมพีแดนซ์ ( $Z_0$ ) แพลกเตอร์ความเร็ว ความจุไฟฟ้า เส้นผ่านศูนย์กลาง สารไดอิเล็กตริก และแรงดันใช้งานสูงสุด ซึ่งจะเป็นประโยชน์ต่อผู้ใช้ และโหลดของระบบสายส่ง โดยเฉพาะในหนังสือเล่มนี้จะเป็นสายอากาศ ซึ่งระบบของสายอากาศจะมีความยาวในเทอมของความยาวคลื่นและจะตอบสนองกับความถี่ดำเนินการ ดังนั้นในทางปฏิบัติ ค่าอิมพีแดนซ์ของสายอากาศที่จะใช้เป็นโหลดในระบบของสายส่ง จะเป็นจำนวนเชิงซ้อน (Complex number) จะเป็นค่าความ

ด้านทานแท้จริงไม่มีค่าจินตภาพ นอกจากคิดในทางอุดมคติเท่านั้น ตามปกติ  $Z_0 = R_0$  และ  $Z_R = R_R \pm jx$  เมื่อพิจารณา  $Z_0$  กับ  $Z_R$  ถึงแม้  $R_0 = R_R$  ก็ยังไม่แมตช์กัน เพราะใน  $Z_R$  ยังมีค่ารีแอกแตนซ์ประกอบอยู่ และจะทำให้เกิดการสูญเสียกำลังงานในระบบของสายส่ง ดังนั้นการแมตช์อิมพีแดนซ์เป็นกระบวนการที่ทำให้  $R_0 = R_R$  และลดทอนค่า  $\pm jx$  ให้เหลือน้อยที่สุดหรือให้หมดไป ที่จะทำให้ SWR ไม่เกิน 1.5 ก็จะได้ว่า อิมพีแดนซ์โหลดกับสายส่งแมตช์กัน

ผู้เรียบเรียงหวังว่าตำราเล่มนี้จะช่วยเป็นแรงบันดาลใจให้ผู้อ่านมีความมุ่งมั่นในการแสวงหาความรู้ใหม่เพิ่มเติม จนสามารถสร้างสรรค์เทคโนโลยีแห่งอนาคตเพื่อพัฒนาระบบโครงข่ายการสื่อสารและสายส่ง ที่มีความสำคัญมากสำหรับการพัฒนาประเทศ โดยเฉพาะประเทศที่กำลังพัฒนาอย่างประเทศไทย

อภิษฎา ทองรักษ์



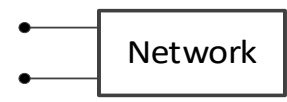


**บทที่ 1**  
**โครงข่ายสองคู่สาย**  
**(Two-port network)**

**1.1 บทนำ**

ในวงจรไฟฟ้าหรือวงจรอิเล็กทรอนิกส์ จะมีปริมาณทางไฟฟ้าที่พิจารณาค้ำกันได้แก่ แรงดันไฟฟ้า ด้านเข้า กระแสไฟฟ้าด้านเข้า แรงดันไฟฟ้าด้านออกและกระแสไฟฟ้าด้านออก เป็นต้น และวงจรไฟฟ้า-อิเล็กทรอนิกส์ใดๆ ประกอบด้วยอุปกรณ์อิเล็กทรอนิกส์พื้นฐาน เช่น ตัวต้านทาน (R) ตัวเก็บประจุ (C) และตัวเหนี่ยวนำ (L) หรือเป็นอุปกรณ์อิเล็กทรอนิกส์ที่ทำมาจากสารกึ่งตัวนำ เช่น ทรานซิสเตอร์ ส่วนในงานด้านสายส่งกำลัง อุปกรณ์ในวงจรไฟฟ้าลักษณะนี้ ได้แก่ หม้อแปลงไฟฟ้า และสายส่งไฟฟ้าแรงสูง เป็นต้น

วงจร หรืออุปกรณ์ไฟฟ้า-อิเล็กทรอนิกส์ต่างๆ สามารถจัดแบ่งออกเป็น วงจรโครงข่ายหนึ่งคู่สาย วงจรโครงข่ายสองคู่สาย หรือวงจรโครงข่ายหลายคู่สาย ดังตัวอย่างในตารางที่ 1-1

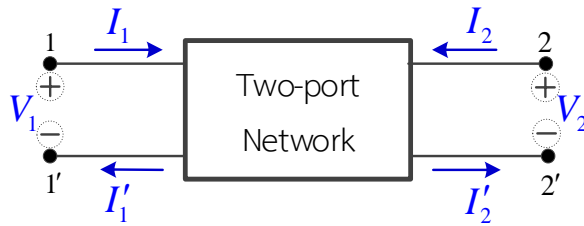
**ตารางที่ 1-1** แสดงตัวอย่างของวงจรโครงข่ายจำนวนคู่สายแบบต่างๆ

บล็อกไดอะแกรม	ชื่อวงจรโครงข่าย	ตัวอย่างวงจร หรืออุปกรณ์
	วงจรโครงข่ายหนึ่งคู่สาย	แหล่งจ่ายไฟฟ้ากระแสตรง อุปกรณ์ไดโอดเปล่งแสง หลูฟิง
	วงจรโครงข่ายสองคู่สาย	วงจรขยายสัญญาณ วงจรลดทอนสัญญาณ วงจรกรองความถี่ สายส่งสัญญาณ
	วงจรโครงข่ายหลายคู่สาย	หม้อแปลงไฟฟ้าหลายชุด มอเตอร์แบบสแต็ป ตัวรวมสัญญาณ ตัวแยกสัญญาณ

วงจรอิเล็กทรอนิกส์ทั่วไป ที่นำมาศึกษาส่วนใหญ่เป็นวงจรโครงข่ายสี่ขั้ว (Four element network) เรียกอีกอย่างหนึ่งว่า วงจรโครงข่ายสองคู่สาย (Two-port network) ได้แก่ วงจรขยายสัญญาณ วงจรลดทอนสัญญาณ วงจรกรองความถี่ วงจรสมมูลที่ใช้แทนสายส่งสัญญาณ และวงจรกรองกระแส เป็นต้น

## 14 เครือข่ายการสื่อสารและสายส่ง

### 1.1.1 บล็อกไดอะแกรมของวงจรโครงข่ายสองคู่สาย



รูปที่ 1-1 แสดงบล็อกไดอะแกรมของวงจรโครงข่ายสองคู่สาย

ข้อตกลงเบื้องต้นในการคำนวณค่าต่างๆของวงจรโครงข่ายสองคู่สาย

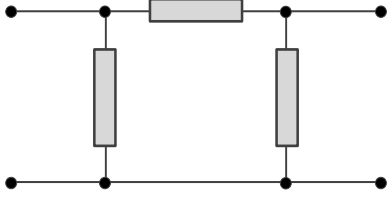
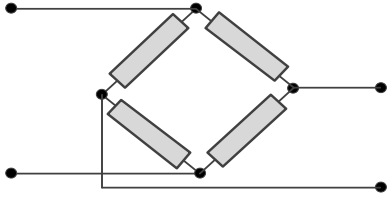
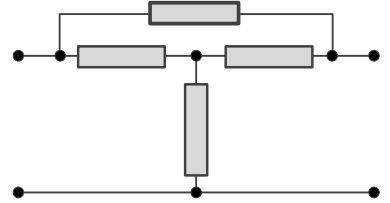
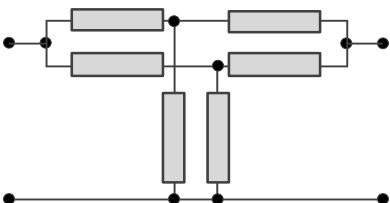
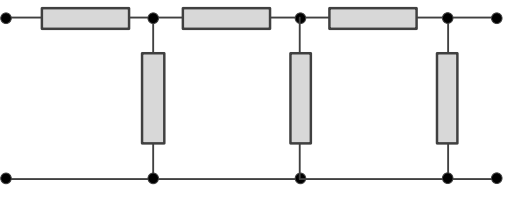
- 1) แรงดัน  $V_1$  เป็นแรงดันตกคร่อมที่ขั้ว 1-1' และแรงดัน  $V_2$  เป็นแรงดันตกคร่อมที่ขั้ว 2-2'
- 2) กระแสที่ขั้ว 1 ( $I_1$ ) และกระแสที่ขั้ว 2 ( $I_2$ ) มีทิศทางไหลเข้าวงจรโครงข่าย
- 3) การป้อนแหล่งจ่ายสามารถป้อนเข้าที่ขั้ว 1 หรือขั้ว 2 และแหล่งจ่ายสามารถเป็นแหล่งจ่ายแรงดันไฟตรง หรือแหล่งจ่ายแรงดันไฟสลับก็ได้
- 4) วงจรโครงข่ายส่วนใหญ่ ขั้ว 1' กับขั้ว 2' จะต่อถึงกัน และต่อกับกราวด์ของแหล่งจ่ายไฟ

### 1.1.2 ตัวอย่างวงจรโครงข่ายสองคู่สาย

ในเบื้องต้น นิยมให้อุปกรณ์ในวงจรโครงข่ายเป็นตัวต้านทาน เพื่อให้ง่ายในการวิเคราะห์หาค่าพารามิเตอร์ต่างๆ ของวงจรโครงข่าย ตัวอย่างวงจรโครงข่ายสองคู่สาย แสดงในตารางที่ 1-2

ตารางที่ 1-2 แสดงตัวอย่างวงจรโครงข่ายที่ต่อในลักษณะของวงจรสองคู่สาย

ชื่อวงจร	รูปลักษณะวงจร
1) วงจรแบบแอลกลับ (L-half type)	
2) วงจรแบบที (T-type)	

<p>3) วงจรแบบพาย (PI-type)</p>	
<p>4) วงจรแลตทิซ (Lattice type)</p>	
<p>5) วงจรบริดจ์ที (Bridge-T type)</p>	
<p>6) วงจรทีแบบขนาน (Twin-T type)</p>	
<p>7) วงจรแบบขั้นบันได (Ladder type)</p>	

### 1.1.3 ความสมมาตรของวงจรโครงข่ายสองคู่สาย

จากตัวอย่างวงจรโครงข่ายสองคู่สายข้างต้น สามารถจำแนกได้เป็น 2 ลักษณะ คือ วงจรสมมาตรและวงจรไม่สมมาตร โดยวงจรที่มีความสมมาตรสังเกตได้จากการมีอุปกรณ์ตัวหนึ่งหรือคู่หนึ่งที่มีค่าเท่ากันอยู่ตรงกลางเป็นแกนสมมาตร แล้วมีอุปกรณ์ที่เหลือทั้งสองด้านมีค่าเท่ากัน และจัด วงจรทั้งสองด้านเหมือนกัน

## 16 เครือข่ายการสื่อสารและสายส่ง

ในตารางที่ 1-2 วงจรไม่สมมาตรได้แก่ วงจรแบบแอลกลับ วงจรแบบชั้นบันได ส่วนที่เป็นวงจรสมมาตรได้แก่ วงจรแบบที่ วงจรแบบพาย วงจรแลททิซ วงจรบริดจ์ที่ และวงจรที่แบบขนาน ทั้งนี้ค่าความต้านทานหรืออิมพีแดนซ์ทั้งด้านซ้ายและด้านขวาของวงจรต้องมีค่าเท่ากันด้วย

ตารางที่ 1-3 แสดงตัวอย่างวงจรโครงข่ายสองคู่สายแบบสมมาตรและไม่สมมาตร

วงจรสมมาตร	วงจรไม่สมมาตร

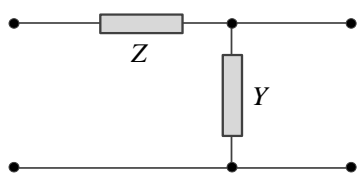
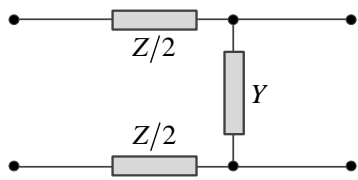
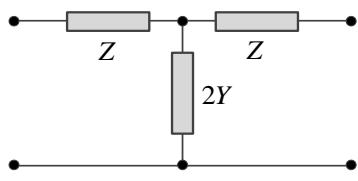
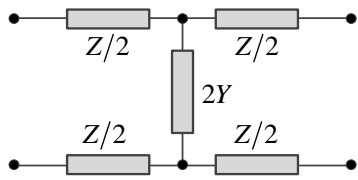
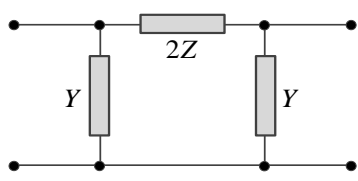
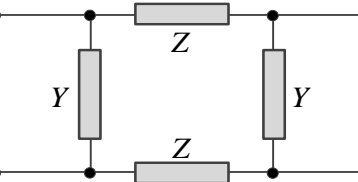
### 1.1.4 ความสมดุลของวงจรโครงข่ายสองคู่สาย

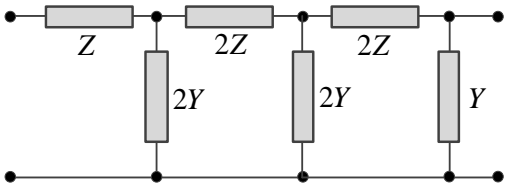
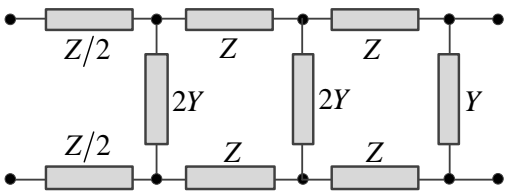
วงจรโครงข่ายสองคู่สายที่มีความสมดุลย่อมเป็นวงจรสมมาตรด้วย แต่วงจรโครงข่ายสองคู่สายที่สมมาตรอาจเป็นวงจรที่ไม่สมดุลก็ได้ ดังนั้นความสมดุลและความสมมาตรของวงจรโครงข่ายสองคู่สายจึงแตกต่างกัน

วงจรโครงข่ายที่สมดุล สัมผัสได้จากการนำอุปกรณ์ที่ต่อกับขั้ว 1'-2' ไปสลับตำแหน่งกับขั้ว 1-2 แล้วไม่ทำให้ปริมาณทางไฟฟ้าและพารามิเตอร์ต่างๆเปลี่ยนแปลงไป

กล่าวอีกนัยหนึ่ง คือ วงจรโครงข่ายที่สมดุลจะมีแกนสมมาตร 2 แกน คือ แกนแนวตั้งและแกนแนวนอน การจัดวงจรและค่าความต้านทานของอุปกรณ์ด้านซ้ายต้องเท่ากับด้านขวา และด้านบนต้องเท่ากับด้านล่าง ดังตัวอย่างในตารางที่ 1-4

ตารางที่ 1-4 แสดงความสมมาตรและสมดุลของวงจรโครงข่ายสองคู่สาย

ตัวอย่างวงจร	มีความสมมาตร	มีความสมดุล
วงจรแบบแอลกลับ (L half type) 	ไม่สมมาตร	ไม่สมดุล
วงจรแบบซีกลับ (C half type) 	ไม่สมมาตร	สมดุล
วงจรแบบที (T- type) 	สมมาตร	ไม่สมดุล
วงจรแบบเอช (H- type) 	สมมาตร	สมดุล
วงจรแบบพาย (PI- type) 	สมมาตร	ไม่สมดุล
วงจรแบบกล่อง (Box type) 	สมมาตร	สมดุล

<p>วงจรแบบขั้นบันได (Ladder type)</p> 	<p>ไม่สมมาตร</p>	<p>ไม่สมดุล</p>
<p>วงจรแบบขั้นบันได (Ladder type)</p> 	<p>สมมาตร</p>	<p>สมดุล</p>

1.2 ปริมาณทางไฟฟ้าและพารามิเตอร์ในวงจรโครงข่ายสองคู่สาย

ปริมาณทางไฟฟ้าที่เกิดขึ้นในวงจรโครงข่ายสองคู่สาย ได้แก่แรงดันไฟฟ้าที่ขั้ว 1-1' และ 2-2' ( $V_1$  และ  $V_2$ ) และกระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านขั้ว 1-1' และ 2-2' ( $I_1$  และ  $I_2$ ) การหาอัตราส่วนสัมพันธ์ระหว่างแต่ละปริมาณโดยวิธีตัดวงจรและเปิดวงจรที่ขั้ว 1-1' หรือ 2-2' นั้นจะแสดงให้เห็นในลักษณะของพารามิเตอร์หรือเมทริกซ์ของวงจรโครงข่ายสองคู่สาย

1.2.1 เมทริกซ์แสดงพารามิเตอร์ของวงจรโครงข่ายสองคู่สาย

จากรูปที่ 1-1 แสดงปริมาณทางไฟฟ้าของวงจรโครงข่ายแบบวงจรสองคู่สาย สามารถใช้รูปสมการบอกค่าพารามิเตอร์ของวงจรสองคู่สายได้ 6 รูปแบบ ดังนี้

1) แอดมิตแตนซ์เมทริกซ์ (Admittance matrix) หรือเรียกอีกอย่างหนึ่งว่า แอดมิตแตนซ์พารามิเตอร์ (Y-parameters) ใช้รูปสมการพื้นฐาน  $[I] = [Y] \cdot [V]$  ดังสมการที่ (1-1) และสมการที่ (1-2)

$$I_1 = y_{11}V_1 + y_{12}V_2 \tag{1-1}$$

$$I_2 = y_{21}V_1 + y_{22}V_2 \tag{1-2}$$

เขียนในรูปแบบเมทริกซ์

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} \\ y_{21} & y_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} \tag{1-3}$$

2) อิมพีแดนซ์เมทริกซ์ (Impedance matrix) หรือเรียกอีกอย่างหนึ่งว่า อิมพีแดนซ์พารามิเตอร์ (Z-parameters) ใช้รูปสมการพื้นฐาน  $[V] = [Z] \cdot [I]$  ดังสมการที่ (1-4) และ (1-5)

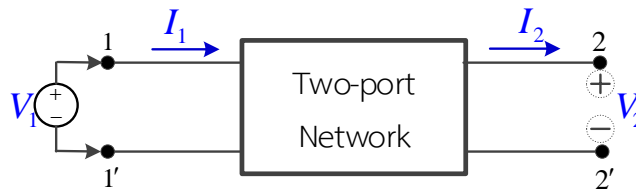
$$V_1 = z_{11}I_1 + z_{12}I_2 \tag{1-4}$$

$$V_2 = z_{21}I_1 + z_{22}I_2 \tag{1-5}$$

เขียนในรูปแบบเมทริกซ์

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_{11} & z_{12} \\ z_{21} & z_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} \quad (1-6)$$

3) ทราบสมิสมชั้นเมทริกซ์ (Transmission matrix) หรือเรียกอีกอย่างหนึ่งว่า T-parameters ใช้บอกองค์ประกอบที่เกิดขึ้นในวงจรโครงข่ายสองคู่สาย โดยมองที่ขั้ว 1-1' ของวงจรสองคู่สายเป็นด้านส่ง ประกอบด้วย  $V_1$  และ  $I_1$  เป็นแหล่งกำเนิดแรงดันและกระแสด้านรับ ประกอบด้วย  $V_2$  และ  $I_2$  เป็นแรงดันและกระแสที่เกิดขึ้นที่ขั้ว 2-2' เป็นแรงดันและกระแสด้านส่ง ดังแสดงในรูปที่ 1-2



รูปที่ 1-2 บล็อกไดอะแกรมของวงจรโครงข่ายสองคู่สาย การหา T-parameters

จากรูปที่ 1-2 จะเห็นว่ากระแสที่ไหลผ่านขั้ว 2 นั้นมีทิศทางไหลออกจากวงจรโครงข่าย ซึ่งตรงกัน

ข้ามกับข้อตกลงเบื้องต้น จึงแทนค่ากระแสที่ขั้ว 2 ด้วย  $I_2$  ดังสมการที่ (1-7) และ (1-8)

$$V_1 = AV_2 - BI_2 \quad (1.7)$$

$$I_1 = CV_2 - DI_2 \quad (1-8)$$

เขียนในรูปแบบเมทริกซ์ ดังสมการที่ (1.9)

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2 \\ -I_2 \end{bmatrix} \quad (1-9)$$

ซึ่ง

$$[T] = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}$$

4) อินเวอร์สทรานสมิสมชั้นเมทริกซ์ (Inverse transmission matrix) หรือเขียนอีกอย่างหนึ่งว่า  $[T']$  ของวงจรโครงข่ายสองคู่สาย เมทริกซ์นี้เป็นส่วนกลับของเมทริกซ์  $[T]$  เขียนแทนด้วยสมการได้ดังสมการที่ (1.10) และสมการที่ (1.11)

$$V_2 = A'V_1 - B'I_1 \quad (1-10)$$

$$I_2 = C'V_1 - D'I_1 \quad (1-11)$$

## 20 เครือข่ายการสื่อสารและสายส่ง

ในการหาค่าแรงดัน  $V_2$  และกระแส  $I_1$  จากแรงดัน  $V_1$  และกระแส  $I_2$  ให้ป้อนแหล่งจ่ายเข้าที่ขั้ว 2-2' ซึ่งในการทดลองป้อนแหล่งจ่ายและพิจารณาทิศทางของกระแสที่ขั้ว 1 นั้นจะตรงกันข้ามกับข้อตกลงเบื้องต้น จึงแทนด้วย  $-I_1$  เมื่อเขียนในรูปแบบเมทริกซ์ จะได้ดังสมการที่ (1-12)

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} V_2 \\ I_2 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} A' & B' \\ C' & D' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ -I_1 \end{bmatrix} & (1-12) \\ \text{ซึ่ง} \quad [T'] &= \begin{bmatrix} A' & B' \\ C' & D' \end{bmatrix} \\ \text{และ} \quad [T'] &= [T]^{-1} \end{aligned}$$

5) ไฮบริดเมทริกซ์ (Hybrid Matrix) หรือเรียกอีกอย่างหนึ่งว่า ไฮบริดพารามิเตอร์ (H-parameters) เป็นพารามิเตอร์ที่นิยมใช้บอกลักษณะคุณสมบัติของอุปกรณ์สารกึ่งตัวนำประเภททรานซิสเตอร์ ดังสมการที่ (1-13) และสมการที่ (1-14)

$$V_1 = h_{11}I_1 + h_{12}V_2 \quad (1-13)$$

$$I_2 = h_{21}I_1 + h_{22}V_2 \quad (1-14)$$

เมื่อเขียนในรูปแบบเมทริกซ์ ดังสมการที่ (1-15)

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} V_1 \\ I_2 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ V_2 \end{bmatrix} & (1-15) \\ \text{ซึ่ง} \quad [H] &= \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

6) อินเวอร์สไฮบริดเมทริกซ์ (Inverse hybrid matrix) หรือเรียกอีกอย่างหนึ่งว่าจีเมทริกซ์ (G-matrix) ซึ่งเป็นอินเวอร์สเมทริกซ์ของ H-parameters ดังสมการที่ (1-16) และสมการที่ (1-17)

$$I_1 = g_{11}V_1 + g_{12}I_2 \quad (1-16)$$

$$V_2 = g_{21}V_1 + g_{22}I_2 \quad (1-17)$$

เขียนในรูปแบบเมทริกซ์ ได้ดังสมการที่ (1-18)

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} I_1 \\ V_2 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{21} & g_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ I_2 \end{bmatrix} & (1-18) \\ \text{ซึ่ง} \quad [G] &= \begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{21} & g_{22} \end{bmatrix} \\ \text{และ} \quad [G] &= [H]^{-1} \end{aligned}$$

### 1.2.2 การหาอินเวอร์สเมทริกซ์ (Inverse Matrix)

เมทริกซ์ส่วนกลับ หรือเรียกอีกอย่างหนึ่งว่า อินเวอร์สเมทริกซ์ซึ่งกันและกัน อยู่ 3 คู่ คือ

$$\begin{aligned} [Y] &= \frac{1}{[Z]} \\ [Y] &= [Z]^{-1} \quad \text{และ} \quad [Z] = [Y]^{-1} \\ [T] &= [T']^{-1} \quad \text{และ} \quad [T'] = [T]^{-1} \\ [H] &= [G]^{-1} \quad \text{และ} \quad [G] = [H]^{-1} \end{aligned}$$

ดังนั้น ถ้าต้องการหาพารามิเตอร์ในเมทริกซ์หนึ่งได้ ก็สามารถหาค่าพารามิเตอร์ในอีกเมทริกซ์หนึ่งได้ ในคู่ที่มีความสัมพันธ์กันแบบอินเวอร์สเมทริกซ์ และการหาอินเวอร์สเมทริกซ์ มี 2 วิธี คือ

- 1) วิธีใช้แอดจอยท์เมทริกซ์ (Adjoint operator)
- 2) วิธีกระทำที่ละแถว (Row operator)

#### การหาอินเวอร์สเมทริกซ์โดยวิธีใช้แอดจอยท์เมทริกซ์ (Adjoint operator)

อินเวอร์สการคูณของจำนวนจริง คือ จำนวนจริงที่นำมาคูณกับจำนวนจริง แล้วได้ผลเท่ากับเอกลักษณ์ 1 เช่น ถ้า A เป็นอินเวอร์สที่มีมิติ n x n ถ้ามีเมทริกซ์ B ทำให้  $AB = BA = I_n$  แล้ว B เป็นอินเวอร์สของเมทริกซ์ A และเขียนแทนด้วย  $A^{-1}$  แทนอินเวอร์สการคูณของเมทริกซ์นั่นเอง

**ตัวอย่างที่ 1-1** จงหาค่าแอดมิทแตนซ์เมทริกซ์ ถ้าสมมุติว่าในวงจรโครงข่ายวงจรหนึ่งมีค่าอิมพีแดนซ์พารามิเตอร์ ในอิมพีแดนซ์เมทริกซ์ ดังนี้

$$[Z] = \begin{bmatrix} z_{11} & z_{12} \\ z_{21} & z_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & 4 \\ 4 & 8 \end{bmatrix} \Omega$$

วิธีทำ

$$\text{ใช้สูตร} \quad [Y] = [Z]^{-1} = \frac{[Adj Z]}{|Z|}$$

$[Adj Z]$  หมายถึง แอดจอยท์ของ  $[Z]$

$|Z|$  หมายถึง ดีเทอร์มิแนนท์ของ  $[Z]$

$$[Adj Z] = [Cofactor Z]^T \quad \text{เมื่อ T คือ Transpose}$$

$$[Cofactor Z] = [Sign \times Minor]$$

เมื่อ Sign คือ เครื่องหมายประจำตำแหน่งของสมาชิกในเมทริกซ์

Minor คือ เมทริกซ์ หรือค่าตัวเลขที่เหลือในตำแหน่งที่ไม่ใช่แถวและไม่ใช่สดมภ์นั้นๆ

## 22 เครือข่ายการสื่อสารและสายส่ง

ในที่นี้

$$[Cofactor Z] = \begin{bmatrix} +z_{22} & -z_{21} \\ -z_{12} & +z_{11} \end{bmatrix}$$

$$[Cofactor Z] = \begin{bmatrix} +8 & -4 \\ -4 & +6 \end{bmatrix}$$

เพราะฉะนั้น

$$[Adj Z] = \begin{bmatrix} +8 & -4 \\ -4 & +6 \end{bmatrix}$$

นั่นคือ

$$|Z| = z_{11}z_{22} - z_{12}z_{21} = 48 - 16 = 32$$

เพราะฉะนั้น

$$[Z]^{-1} = \frac{\begin{bmatrix} +8 & -4 \\ -4 & +6 \end{bmatrix}}{32} = \begin{bmatrix} \frac{+8}{32} & \frac{-4}{32} \\ \frac{-4}{32} & \frac{+6}{32} \end{bmatrix} \text{ S (Siemens)}$$

$$[Y] = \begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} \\ y_{21} & y_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{+1}{4} & \frac{-1}{8} \\ \frac{-1}{8} & \frac{+3}{16} \end{bmatrix} \text{ S (Siemens)} \quad \text{ตอบ}$$

หมายเหตุ : พิสูจน์คำตอบได้โดยการแปลงกลับเป็นอิมพีแดนซ์เมทริกซ์ จะต้องได้ค่าเท่าเดิม

### การอินเวอร์สเมทริกซ์โดยวิธีทำทีละแถว (Row operator)

การอินเวอร์สเมทริกซ์โดยวิธีทำทีละแถว เป็นการนำยูนิตเมทริกซ์มาวางต่อกันจากเมทริกซ์เดิม แล้วใช้วิธีลดสัมประสิทธิ์แบบเกาส์ในวิชาคณิตศาสตร์เชิงเลขสำหรับวิศวกร จะทำให้เมทริกซ์เดิมกลายเป็นยูนิตเมทริกซ์ และเมทริกซ์ทางด้านขวามือจะกลายเป็นอินเวอร์สเมทริกซ์ตามต้องการ

ตัวอย่างที่ 1-2 จงหาอินเวอร์สเมทริกซ์ของ  $[Z] = \begin{bmatrix} 6 & 4 \\ 4 & 8 \end{bmatrix} \Omega$  โดยวิธีทำทีละแถว

วิธีทำ

นำยูนิตเมทริกซ์ขนาดเท่ากับ  $[Z]$  มาเขียนวางต่อจาก  $[Z]$  จะได้

$$\begin{aligned} &= [Z][I] \\ &= \begin{bmatrix} 6 & 4 \\ 4 & 8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

ทำให้ตำแหน่ง  $Z_{11}$  เป็น 1 โดยนำ 6 หารแถวที่ 1 จะได้

$$= \begin{bmatrix} 1 & \frac{4}{6} \\ 4 & 8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{6} & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

ทำให้ตำแหน่ง  $Z_{21}$  เป็น 0 โดยนำ -4 คูณแถวที่ 1 และบวกกับแถวที่ 2 แล้วเอาผลบวกเก็บในแถวที่ 2 จะได้

$$= \begin{bmatrix} 1 & \frac{4}{6} \\ 0 & \frac{32}{6} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{6} & 0 \\ -\frac{4}{6} & 1 \end{bmatrix}$$

ทำให้ตำแหน่ง  $Z_{22}$  เป็น 1 โดยนำ  $6/32$  คูณแถวที่ 2 จะได้

$$= \begin{bmatrix} 1 & \frac{4}{6} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{6} & 0 \\ -\frac{1}{8} & \frac{3}{16} \end{bmatrix}$$

ทำให้ตำแหน่ง  $Z_{12}$  เป็น 0 โดยนำ  $-4/6$  คูณแถวที่ 2 และบวกกับแถวที่ 1 แล้วเอาผลบวกเก็บในแถวที่ 1 จะได้

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{4} & \frac{-1}{8} \\ -\frac{1}{8} & \frac{3}{16} \end{bmatrix}$$

จะได้เมทริกซ์ทางด้านขวาเป็นอินเวอร์สเมทริกซ์ เพราะฉะนั้น

$$[Z]^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{4} & \frac{-1}{8} \\ -\frac{1}{8} & \frac{3}{16} \end{bmatrix}$$

ตอบ

### 1.3 ความหมายทางฟิสิกส์และการหาค่าพารามิเตอร์

ในวงจรโครงข่ายลักษณะวงจรสองคู่สายที่ประกอบด้วยปริมาณทางไฟฟ้า  $V_1, V_2, I_1,$  และ  $I_2$  สามารถบอกลักษณะคุณสมบัติของวงจรได้ในรูปของพารามิเตอร์  $[Z], [Y], [T], [T'], [H]$  และ  $[G]$  ซึ่งลักษณะเมทริกซ์แต่ละเมทริกซ์จะมีขนาด  $2 \times 2$  ในที่นี้จะขอกล่าวถึงเฉพาะเมทริกซ์ที่ประกอบด้วยพารามิเตอร์ของ  $[Z], [Y], [T]$  และ  $[H]$  เนื่องจาก  $[T']$  และ  $[G]$  สามารถหาค่าได้โดยการแปลง  $[T]$  และ  $[H]$  เป็นอินเวอร์สเมทริกซ์ตามลำดับ

## 24 เครือข่ายการสื่อสารและสายส่ง

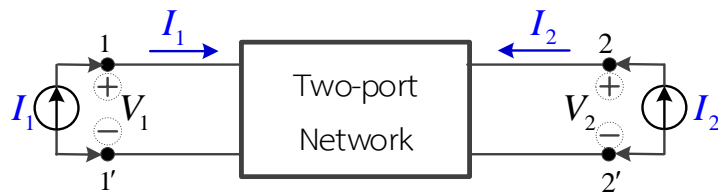
### 1.3.1 ความหมายทางฟิสิกส์ของแอดมิตแตนซ์เมทริกซ์

ในอนุภาคความนำหนึ่งๆ กระแสที่ไหลผ่านอนุภาค คือ ผลคูณระหว่างความนำของอนุภาคกับแรงดันตกคร่อมความนำ ( $I=V$ ) จากสมการ (1-6) นำมาเขียนสมการใหม่จะได้ตั้งสมการที่ (1-19) และสมการที่ (1-20)

$$I_1 = y_{11}V_1 + y_{12}V_2 \quad (1-19)$$

$$I_2 = y_{21}V_1 + y_{22}V_2 \quad (1-20)$$

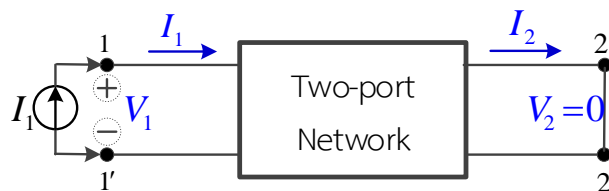
จากรูป 1-3 เป็นการแสดงปริมาณทางไฟฟ้าในการหาพารามิเตอร์แอดมิตแตนซ์เมทริกซ์



รูปที่ 1-3 ปริมาณทางไฟฟ้าที่ใช้หาพารามิเตอร์แอดมิตแตนซ์เมทริกซ์

การหาค่า  $y_{11}$  ให้หาจากสมการ (1.19) โดยสมมติให้  $V_2=0$  (ลัดวงจรที่ขั้ว 2-2') เพราะฉะนั้น

$$y_{11} = \left. \frac{I_1}{V_1} \right|_{V_2=0}$$



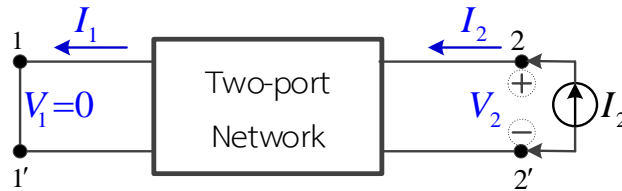
รูปที่ 1-4 การหาค่าของแอดมิตแตนซ์ด้านเข้า

$y_{11}$  เรียกว่าแอดมิตแตนซ์ด้านเข้ากรณีลัดวงจรที่ขั้ว 2-2' (Short circuit input admittance) หาค่าโดยการวัดเมื่อทำการลัดวงจรที่ขั้ว 2-2' แล้วป้อนแหล่งจ่ายกระแสที่ขั้ว 1-1' ( $I_1$ ) วัดแรงดันตกคร่อมที่ขั้ว 1-1' ( $V_1$ ) ผลหารของ  $I_1/V_1$  คือค่า  $y_{11}$

การหาค่า  $y_{11}$  อีกวิธี คือ โดยการลัดวงจรที่ขั้ว 2-2' แล้วมองจากขั้ว 1-1' ไปยังวงจรโครงข่าย ค่าความนำหรือแอดมิตแตนซ์รวมที่ได้ คือค่า  $y_{11}$  หรือสามารถมองอีกลักษณะหนึ่งว่า  $y_{11} = 1/Z_{in}$  กรณีลัดวงจรที่ขั้ว 2-2'

การหาค่า  $y_{12}$  จากสมการ (1-19) โดยกำหนดให้  $V_1=0$  (ลัดวงจรที่ขั้ว 1-1')  
 เพราะฉะนั้น

$$y_{12} = \left. \frac{I_1}{V_2} \right|_{V_1=0}$$



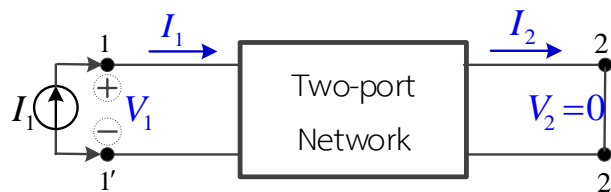
รูปที่ 1-5 การหาค่าของแอดมิตแตนซ์ถ่ายโอนย้อนกลับ

$y_{12}$  คือแอดมิตแตนซ์ที่ใช้ในการถ่ายโอนย้อนกลับปริมาณทางไฟฟ้าจากแหล่งจ่ายแรงดันที่ขั้ว 2-2' ( $V_2$ ) ทำให้เกิดกระแสที่ขั้ว 1-1' ( $I_1$ ) (Backward short circuit transfer admittance)

การหาค่า  $y_{12}$  โดยให้ทำการลัดวงจรที่ขั้ว 1-1' แล้วป้อนแหล่งจ่ายกระแสที่ขั้ว 2-2' ( $I_2$ ) และวัดแรงดันตกคร่อมที่ขั้ว 2-2' ( $V_2$ ) และกระแสที่ไหลในขั้ว 1-1' ( $I_1$ ) ผลหารของ  $I_1/V_2$  คือค่า  $y_{12}$

การหาค่า  $y_{21}$  ให้หาจากสมการ (1-20) โดยกำหนดให้  $V_2=0$  (ลัดวงจรที่ขั้ว 2-2')  
 เพราะฉะนั้น

$$y_{21} = \left. \frac{I_2}{V_1} \right|_{V_2=0}$$



รูปที่ 1-6 การหาค่าของแอดมิตแตนซ์ถ่ายโอนส่งต่อ

$y_{21}$  คือแอดมิตแตนซ์ที่ใช้ในการถ่ายโอนส่งต่อปริมาณทางไฟฟ้าจากแหล่งจ่ายแรงดันที่ขั้ว 1-1' ( $V_1$ ) ทำให้เกิดกระแสที่ขั้ว 2-2' ( $I_2$ ) (Forward short circuit transfer admittance)

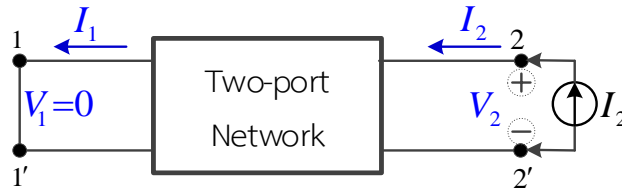
การหาค่า  $y_{21}$  โดยให้ทำการลัดวงจรที่ขั้ว 2-2' แล้วป้อนแหล่งจ่ายกระแสที่ขั้ว 1-1' ( $I_1$ ) และวัดแรงดันตกคร่อมที่ขั้ว 1-1' ( $V_1$ ) และกระแสที่ไหลในขั้ว 2-2' ( $I_2$ ) ผลหารของ  $I_2/V_1$  คือค่า  $y_{21}$

การหาค่า  $y_{22}$  ให้หาจากสมการ (1-20) โดยสมมติให้  $V_1=0$  (ลัดวงจรที่ขั้ว 1-1')

## 26 เครื่องข่ายการสื่อสารและสายส่ง

เพราะฉะนั้น

$$y_{22} = \frac{I_2}{V_2} \Big|_{V_1=0}$$

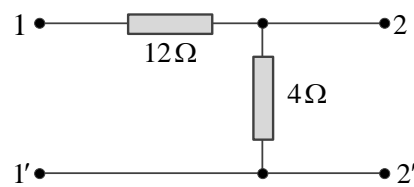


รูปที่ 1-7 การหาค่าของแอดมิตแตนซ์ด้านขวา ( $y_{22}$ )

$y_{22}$  เรียกว่าแอดมิตแตนซ์ด้านออกกรณีลัดวงจรที่ขั้ว 1-1' (Short circuit output admittance) การหาค่าโดยการวัดให้ทำการลัดวงจรที่ขั้ว 1-1' แล้วป้อนแหล่งจ่ายกระแสที่ขั้ว 2-2' ( $I_2$ ) วัดแรงดันตกคร่อมที่ขั้ว 2-2' ( $I_2$ ) ผลหารของ  $I_2/V_2$  คือค่า  $y_{22}$

การหาค่า  $y_{22}$  อีกวิธี คือ โดยการลัดวงจรที่ขั้ว 1-1' แล้วมองจากขั้ว 2-2' ไปยังวงจรโครงข่าย ค่าความนำหรือแอดมิตแตนซ์รวมที่ได้ คือค่า  $y_{22}$  หรือสามารถมองอีกลักษณะหนึ่งว่า  $y_{22} = 1/Z_{out}$  กรณีลัดวงจรที่ขั้ว 1-1'

**ตัวอย่างที่ 1-3** จงหาแอดมิตแตนซ์พารามิเตอร์ จากวงจรวงจรโครงข่ายแบบแอลกลับ ที่แสดงในรูปที่ 1-8



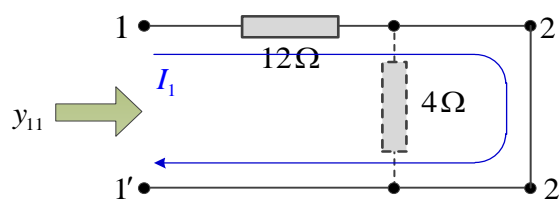
รูปที่ 1-8 วงจรโครงข่ายแบบแอลกลับ

วิธีทำ

หาค่า  $y_{11}$

$$y_{11} = \frac{I_1}{V_1} \Big|_{V_2=0}$$

จากวงจรให้ทำการลัดวงจรที่ขั้ว 2-2' แล้วมองแอดมิตแตนซ์รวมที่เกิดขึ้นจากขั้ว 1-1' ไปยังวงจรโครงข่าย รูปที่ 1-8 (a)



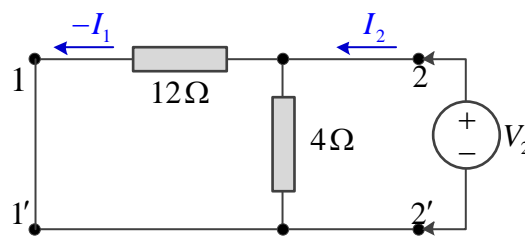
รูปที่ 1-8 (a)

จากวงจร รูปที่ 1-8 (a) จะเห็นว่ากระแส  $I_1$  ไหลผ่านขั้ว 2-2' ถูกลัดวงจร ดังนั้นตัวต้านทาน 4 โอห์ม จึงเสมือนถูกตัดออกไป เนื่องจากกระแสไฟฟ้าไม่ไหลผ่าน ดังนั้นมองค่าแอดมิตแตนซ์รวมที่ขั้ว 1-1' ไปยังวงจร โครข่ายจึงเห็นแต่เฉพาะตัวต้านทาน 12 โอห์ม

$$\begin{aligned}
 y_{11} &= \frac{1}{Z_{in}} \\
 \text{เมื่อ} & \\
 Z_{in} &= R_{12\Omega} + (R_{4\Omega} // R_0) \\
 \text{เพราะฉะนั้น} & \\
 y_{11} &= \frac{1}{12} \text{ S (Siemens)}
 \end{aligned}$$

หาค่า  $y_{12}$

$$y_{12} = \left. \frac{I_1}{V_2} \right|_{V_1=0}$$



รูปที่ 1-8 (b)

จากวงจรในรูปที่ 1-8 (b) จะได้ค่าแรงดันตกคร่อมตัวต้านทาน 12 โอห์ม และตัวต้านทาน 4 โอห์ม มีค่าเท่ากัน คือ  $V_2$  เพราะฉะนั้นจะได้ค่ากระแสที่ขั้ว 1-1' และเนื่องจากกระแส  $I_1$  ไหลออกจากวงจรโครข่ายซึ่งมีทิศทางตรงข้ามกับข้อตกลงเบื้องต้นในบล็อกไดอะแกรมของวงจรโครข่ายสองคู่สาย จึงให้กระแส  $I_1$  มีเครื่องหมายเป็นลบ

$$\begin{aligned}
 -I_1 &= \frac{V_2}{R_{12\Omega}} \\
 &= \frac{V_2}{12} \\
 \frac{-I_1}{V_2} &= \frac{1}{12}
 \end{aligned}$$

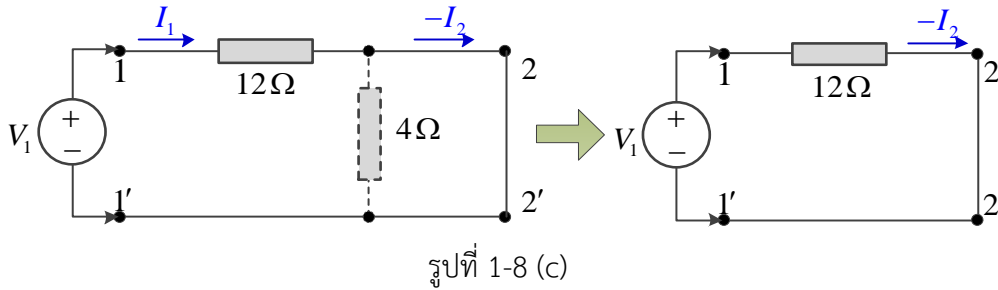
เพราะฉะนั้น

$$y_{12} = \left. \frac{I_1}{V_2} \right|_{V_1=0} = \frac{-1}{12} \text{ S (Siemens)}$$

## 28 เครือข่ายการสื่อสารและสายส่ง

หาค่า  $y_{21}$

$$y_{21} = \left. \frac{I_2}{V_1} \right|_{V_2=0}$$



จากวงจรในรูปที่ 1-8 (c) จะได้ค่าแรงดัน  $V_1$

$$V_1 = -I_2 R_{12\Omega} = -I_2(12)$$

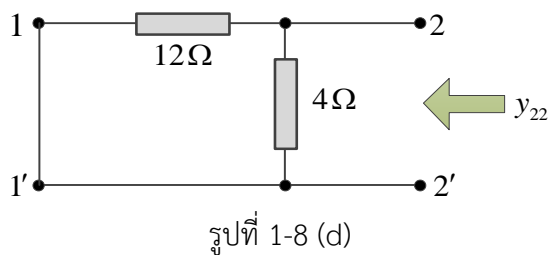
$$\frac{V_1}{I_2} = -12$$

$$y_{21} = \left. \frac{I_2}{V_1} \right|_{V_2=0} = \frac{-1}{12} \text{ S (Siemens)}$$

หาค่า  $y_{22}$

$$y_{22} = \left. \frac{I_2}{V_2} \right|_{V_1=0}$$

จากวงจรให้ทำการลัดวงจรที่ขั้ว 1-1' แล้วมองแอดมิตแตนซ์รวมที่เกิดขึ้นจากขั้ว 2-2' ไปยังวงจร  
โครงข่ายในรูปที่ 1-8 (d)



เพราะว่า

$$= \frac{1}{Z_{out}}$$

$y_{22}$

เมื่อ

$$Z_{out} = R_{12\Omega} // R_{4\Omega}$$

$$Z_{out} = 12\Omega // 4\Omega = 3\Omega$$

เพราะฉะนั้น

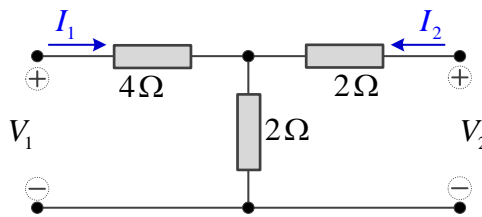
$$y_{22} = \frac{1}{3} \text{ S (Siemens)}$$

ดังนั้นจากวงจรที่กำหนดให้จะได้พารามิเตอร์ของแอดมิตแตนซ์เมทริกซ์ คือ

$$[Y] = \begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} \\ y_{21} & y_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{12} & \frac{-1}{12} \\ \frac{-1}{12} & \frac{1}{3} \end{bmatrix} S$$

ตอบ

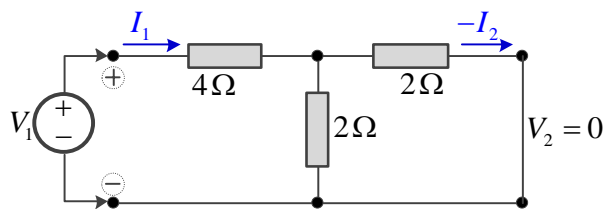
ตัวอย่างที่ 1-4 จงหาค่าแอดมิตแตนซ์พารามิเตอร์ของวงจรโครงข่ายแบบที่ ดังแสดงในรูปที่ 1-9



รูปที่ 1-9 วงจรโครงข่ายแบบที่

วิธีทำ

หาค่า  $y_{11}$  และ  $y_{21}$  โดยให้ทำการลัดวงจรที่ขั้วด้านออก แล้วป้อนแหล่งจ่ายแรงดัน  $V_1$  ที่ขั้วด้านเข้าของวงจร ดังรูปที่ 1-9 (a)



รูปที่ 1-9 (a)

จากวงจรในรูปที่ 1-9 (a) จะได้อัคกระแส  $I_1$

$$I_1 = \frac{V_1}{R_T} = \frac{V_1}{R_{4\Omega} + (R_{2\Omega} // R_{2\Omega})}$$

$$I_1 = \frac{V_1}{4 + \frac{2 \times 2}{2 + 2}} = \frac{V_1}{5}$$

$$\frac{I_1}{V_1} = \frac{1}{5}$$

เพราะฉะนั้น

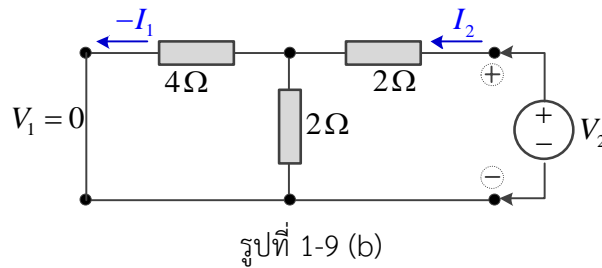
$$y_{11} = \left. \frac{I_1}{V_1} \right|_{V_2=0} = \frac{1}{5} S$$

ใช้ทฤษฎีวงจรแบ่งกระแสจะได้  $I_2$

### 30 เครือข่ายการสื่อสารและสายส่ง

$$\begin{aligned}
 -I_2 &= \frac{I_1 \times R_{2\Omega}}{R_{2\Omega} + R_{2\Omega}} &&= \frac{V_1}{5} \times \frac{2}{2+2} \\
 &= \frac{V_1}{10} \\
 \frac{-I_2}{V_1} &= \frac{1}{10} \\
 \text{เพราะฉะนั้น} \quad y_{21} &= \left. \frac{I_2}{V_1} \right|_{V_2=0} &&= \frac{-1}{10} \text{ S}
 \end{aligned}$$

หาค่า  $y_{12}$  และ  $y_{22}$  โดยให้ทำการลัดวงจรที่ขั้วด้านเข้า แล้วป้อนแหล่งจ่ายแรงดัน  $V_2$  ที่ขั้วด้านออกของวงจร ดังรูปที่ 1-9 (b)



จากวงจรในรูปที่ 1-9 (b) จะได้ค่ากระแส  $I_2$

$$\begin{aligned}
 I_2 &= \frac{V_2}{R_T} &&= \frac{V_2}{R_{2\Omega} + (R_{2\Omega} // R_{4\Omega})} \\
 &= \frac{V_2}{2 + \frac{2 \times 4}{2+4}} &&= \frac{3V_2}{10}
 \end{aligned}$$

เพราะฉะนั้น

$$\begin{aligned}
 \frac{I_2}{V_2} &= \frac{3}{10} \\
 y_{22} &= \left. \frac{I_2}{V_2} \right|_{V_1=0} &&= \frac{3}{10} \text{ S}
 \end{aligned}$$

ใช้ทฤษฎีวงจรแบ่งกระแสจะได้  $I_1$

$$\begin{aligned}
 -I_1 &= \frac{I_2 \times R_{2\Omega}}{R_{4\Omega} + R_{2\Omega}} &&= \frac{3V_2}{10} \times \frac{2}{4+2} &&= \frac{V_2}{10}
 \end{aligned}$$

เพราะฉะนั้น

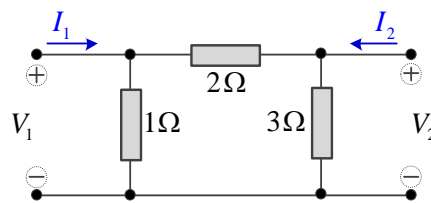
$$\begin{aligned}
 \frac{-I_1}{V_2} &= \frac{1}{10} \\
 y_{12} &= \left. \frac{I_1}{V_2} \right|_{V_1=0} &&= \frac{-1}{10} \text{ S}
 \end{aligned}$$

ดังนั้นจากวงจรที่กำหนดให้จะได้พารามิเตอร์แอดมิตแตนซ์เมทริกซ์ คือ

$$[Y] = \begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} \\ y_{21} & y_{22} \end{bmatrix} \\ = \begin{bmatrix} \frac{1}{5} & -\frac{1}{10} \\ -\frac{1}{10} & \frac{3}{10} \end{bmatrix} S$$

ตอบ

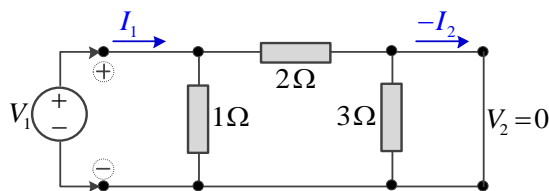
**ตัวอย่างที่ 1-5** จงหาค่า  $[Y]$  พารามิเตอร์ ของวงจรโครงข่ายแบบพายดังแสดงในรูปที่ 1-10 และคำนวณหาค่ากระแสไหลผ่านโหลด 4 โอห์มที่ต่ออยู่ที่ขั้วด้านออก เมื่อป้อนแหล่งจ่ายกระแสขนาด 2 แอมป์ ที่ขั้วด้านเข้า



รูปที่ 1-10 วงจรโครงข่ายแบบพาย

**วิธีทำ**

หาค่า  $y_{11}$  และ  $y_{21}$  โดยให้ลัดวงจรที่ขั้วด้านออก และป้อนแหล่งจ่ายแรงดัน  $V_1$  ที่ขั้วด้านเข้า ดังแสดงในรูปที่ 1-10 (a)



รูปที่ 1-10 (a)

จากวงจรในรูปที่ 1-10 (a) จะได้ค่ากระแส  $I_1$

$$I_1 = \frac{V_1}{R_T} = \frac{V_1}{R_{1\Omega} // R_{2\Omega}} \\ = \frac{V_1}{\frac{1 \times 2}{1+2}} = \frac{3V_1}{2}$$

$$\frac{I_1}{V_1} = \frac{3}{2}$$

เพราะฉะนั้น

$$y_{11} = \left. \frac{I_1}{V_1} \right|_{V_2=0} = \frac{3}{2} S$$

## 32 เครือข่ายการสื่อสารและสายส่ง

ใช้ทฤษฎีวงจรแบ่งกระแสจะได้  $I_2$

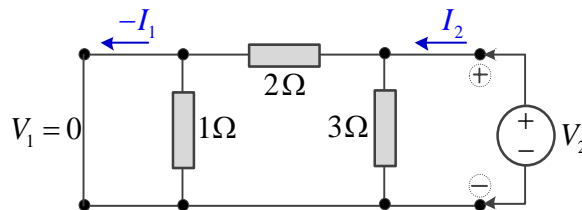
$$\begin{aligned} -I_2 &= \frac{I_1 \times R_{1\Omega}}{R_{2\Omega} + R_{1\Omega}} \\ &= \frac{3V_1}{2} \times \frac{1}{2+1} &= \frac{V_1}{2} \end{aligned}$$

เพราะฉะนั้น

$$\begin{aligned} \frac{-I_2}{V_1} &= \frac{1}{2} \\ y_{21} &= \left. \frac{I_2}{V_1} \right|_{V_2=0} = \frac{-1}{2} \text{ S} \end{aligned}$$

หาค่า  $y_{12}$  และ  $y_{22}$

โดยให้ทำการลัดวงจรที่ขั้วด้านเข้า แล้วป้อนแหล่งจ่ายแรงดัน  $V_2$  ที่ขั้วด้านออกของวงจร ดังรูปที่ 1-10 (b)



รูปที่ 1-10 (b)

จากวงจรในรูปที่ 1-10 (b) จะได้อัตรากระแส  $I_2$

$$\begin{aligned} I_2 &= \frac{V_2}{R_T} &= \frac{V_2}{R_{3\Omega} // R_{2\Omega}} \\ &= \frac{V_2}{\frac{3 \times 2}{3+2}} &= \frac{5V_2}{6} \end{aligned}$$

เพราะฉะนั้น

$$\begin{aligned} \frac{I_2}{V_2} &= \frac{5}{6} \\ y_{22} &= \left. \frac{I_2}{V_2} \right|_{V_1=0} = \frac{5}{6} \text{ S} \end{aligned}$$

ใช้ทฤษฎีวงจรแบ่งกระแสจะได้  $I_1$

$$-I_1 = \frac{I_2 \times R_{3\Omega}}{R_{2\Omega} + R_{3\Omega}} = \frac{5V_2}{6} \times \frac{3}{2+3}$$

$$-I_1 = \frac{1V_2}{2}$$

$$\frac{-I_1}{V_2} = \frac{1}{2}$$

เพราะฉะนั้น

$$y_{12} = \left. \frac{I_1}{V_2} \right|_{V_1=0} = \frac{-1}{2} \text{ S}$$

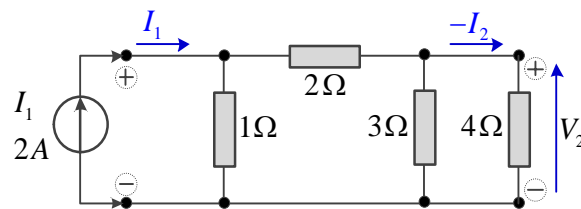
ดังนั้นสมการของวงจรโครงข่ายสองคู่สายเป็น

$$I_1 = y_{11}V_1 + y_{12}V_2 = \frac{3}{2}V_1 - \frac{1}{2}V_2 \quad (1)$$

$$I_2 = y_{21}V_1 + y_{22}V_2 = -\frac{1}{2}V_1 + \frac{5}{6}V_2 \quad (2)$$

เขียนสมการ (1) และ (2) ในรูปแบบเมทริกซ์ จะได้

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{3}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{5}{6} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix}$$



รูปที่ 1-10 (c)

จากวงจรในรูปที่ 1-10 (c) จะได้ค่ากระแส  $I_1 = 2$  A และแรงดัน  $V_2 = -4I_2$  แทนค่า  $I_1 = 2$  A ลงในสมการ

(1) และ  $I_2 = \frac{V_2}{-4}$  จะได้ตั้งสมการที่ (3) และสมการที่ (4)

$$2 = \frac{3}{2}V_1 - \frac{1}{2}V_2 \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \frac{V_2}{-4} &= -\frac{1}{2}V_1 + \frac{5}{6}V_2 \\ &= -\frac{1}{2}V_1 + \frac{5}{6}V_2 - \frac{V_2}{-4} \\ &= -\frac{1}{2}V_1 + \left(\frac{5}{6} + \frac{1}{4}\right)V_2 \end{aligned}$$

$$= -\frac{1}{2}V_1 + \frac{13}{12}V_2 \quad (4)$$

เขียนสมการ (3) และ (4) ในรูปแบบเมทริกซ์ จะได้

$$\begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{3}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{13}{12} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix}$$

และ

$$\Delta V = \frac{11}{8}$$

$$\Delta V_2 = 1$$

$$V_2 = \frac{8}{11} \text{ V}$$

เพราะฉะนั้นจะได้

$$I_2 = \frac{V_2}{-4} = \frac{8/11}{-4} = \frac{-2}{11} \text{ A} \quad \text{ตอบ}$$

### 1.3.2 ความหมายทางฟิสิกส์ของอิมพีแดนซ์เมทริกซ์

วงจรเครือข่ายที่ประกอบด้วยตัวต้านทาน สามารถเขียนสมการความสัมพันธ์ระหว่าง  $V$ ,  $Z$  และ  $I$  ได้เป็น  $V = ZI$  และจากสมการเมทริกซ์ (1-3) นำมาเขียนเป็นได้ 2 สมการดังสมการที่ (1-21) และ สมการที่ (1-22)

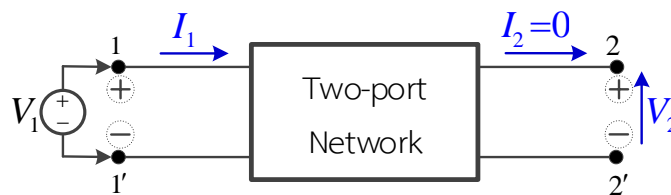
$$V_1 = z_{11}I_1 + z_{12}I_2 \quad (1-21)$$

$$V_2 = z_{21}I_1 + z_{22}I_2 \quad (1-22)$$

การหาค่า  $Z_{11}$

หาจากสมการ (1-21) โดยให้  $I_2=0$  คือเปิดวงจรที่ขั้ว 2-2'

$$z_{11} = \left. \frac{V_1}{I_1} \right|_{I_2=0}$$



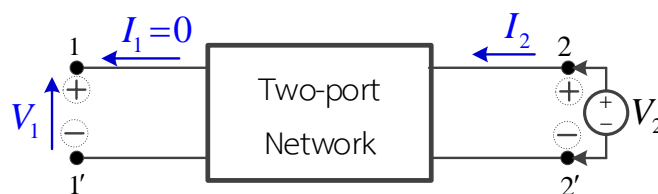
รูปที่ 1-11 การหาค่าอิมพีแดนซ์ด้านเข้า

$Z_{11}$  เรียกว่า อิมพีแดนซ์ด้านเข้ากรณีเปิดวงจรที่ขั้ว 2-2' (Open circuit input impedance) เปิดวงจรที่ขั้ว 2-2' แล้วป้อนแหล่งจ่ายแรงดันที่ขั้ว 1-1' ( $V_1$ ) และวัดค่ากระแสไหลที่ขั้ว 1-1' ( $I_1$ ) ผลหารของ  $V_1/I_1$  คือค่า  $Z_{11}$

การหาค่า  $Z_{12}$

หาจากสมการ (1-21) โดยให้  $I_1=0$  คือเปิดวงจรที่ขั้ว 1-1'

$$z_{12} = \left. \frac{V_1}{I_2} \right|_{I_1=0}$$



รูปที่ 1-12 การหาค่าอิมพีแดนซ์ถ่ายโอนย้อนกลับ

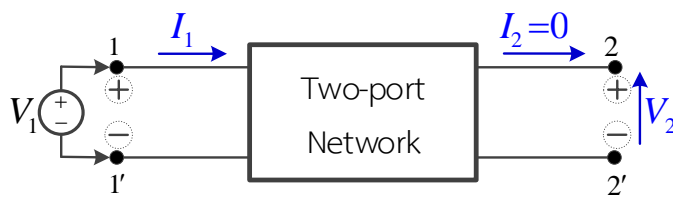
$Z_{12}$  เรียกว่า อิมพีแดนซ์ถ่ายโอนย้อนกลับกรณีเปิดวงจรที่ขั้ว 1-1' (Backward open circuit transfer impedance) ค่าพารามิเตอร์  $Z_{12}$  นี้ใช้บอกความสามารถในการส่งปริมาณทางไฟฟ้าจากขั้ว 2-2' ( $I_2$ ) แล้วเป็นผลให้เกิดแรงดันไฟฟ้าที่ขั้ว 1-1' ( $V_1$ )

การหาค่า  $Z_{12}$  โดยป้อนแหล่งจ่ายแรงดันที่ขั้ว 2-2' ( $V_2$ ) ขณะเปิดวงจรที่ขั้ว 1-1' วัดปริมาณกระแสที่ไหลในขั้ว 2-2' ( $I_2$ ) และแรงดันไฟฟ้าตกคร่อมที่ขั้ว 1-1' ( $V_1$ ) ผลหารของ  $V_1/I_2$  คือค่า  $Z_{12}$

การหาค่า  $Z_{12}$

หาจากสมการ (1-22) โดยให้  $I_2=0$  คือเปิดวงจรที่ขั้ว 2-2'

$$z_{21} = \frac{V_2}{I_1} \Big|_{I_2=0}$$



รูปที่ 1-13 การหาค่าอิมพีแดนซ์ถ่ายโอนส่งต่อ

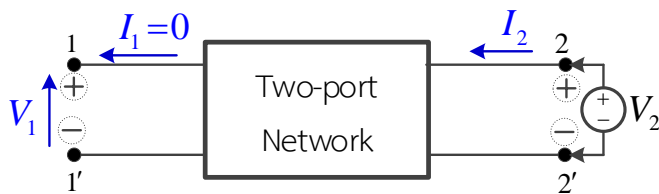
$Z_{21}$  เรียกว่า อิมพีแดนซ์ถ่ายโอนส่งต่อกรณีเปิดวงจรที่ขั้ว 2-2' (Forward open circuit transfer impedance) ค่าพารามิเตอร์  $Z_{21}$  นี้ใช้บอกความสามารถในการส่งปริมาณทางไฟฟ้าจากขั้ว 1-1' ( $I_1$ ) แล้วเป็นผลให้เกิดแรงดันไฟฟ้าที่ขั้ว 2-2' ( $V_2$ )

การหาค่า  $Z_{21}$  โดยป้อนแหล่งจ่ายแรงดันที่ขั้ว 1-1' ( $V_1$ ) ขณะเปิดวงจรที่ขั้ว 2-2' วัดปริมาณกระแสที่ไหลในขั้ว 1-1' ( $I_1$ ) และแรงดันไฟฟ้าตกคร่อมที่ขั้ว 2-2' ( $V_2$ ) ผลหารของ  $V_2/I_1$  คือค่า  $Z_{21}$

การหาค่า  $Z_{22}$

หาจากสมการ (1-22) โดยให้  $I_1=0$  คือเปิดวงจรที่ขั้ว 1-1'

$$z_{22} = \frac{V_2}{I_2} \Big|_{I_1=0}$$



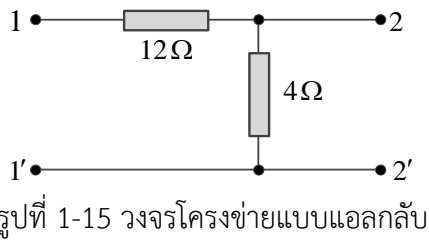
รูปที่ 1-14 การหาค่าอิมพีแดนซ์ด้านออก

$Z_{22}$  ให้เปิดวงจรที่ขั้ว 1-1' แล้วป้อนแหล่งจ่ายแรงดันที่ขั้ว 2-2' ( $V_2$ ) วัดปริมาณกระแสไหลที่ขั้ว 2-2' ( $I_2$ ) ผลหารของ  $V_2/I_2$  คือค่า  $Z_{22}$

การหาค่า  $Z_{22}$  อีกวิธีหนึ่ง คือ ให้เปิดวงจรที่ขั้ว 1-1' แล้วมองอิมพีแดนซ์รวมจากขั้ว 2-2' ไปยังวงจรโครงข่าย ค่าที่ได้คือ  $Z_{22}$

### 36 เครือข่ายการสื่อสารและสายส่ง

ตัวอย่างที่ 1-6 จงหาค่าอิมพีแดนซ์พารามิเตอร์ จากวงจรแบบแอลกลับ ดังแสดงในรูปที่ 1-15

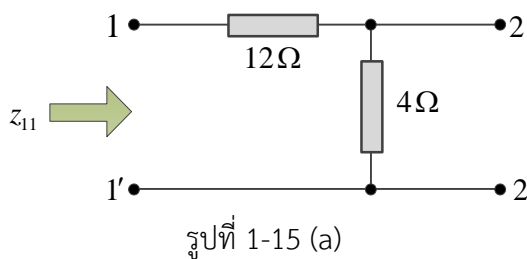


วิธีทำ

หาค่า  $Z_{11}$

$$Z_{11} = \left. \frac{V_1}{I_1} \right|_{I_2=0}$$

$Z_{11}$  คือ อิมพีแดนซ์ด้านเข้ากรณีเปิดวงจรที่ขั้ว 2-2' โดยมองค่าอิมพีแดนซ์รวมจากขั้ว 1-1' จากวงจรโครงข่ายรูปที่ 1-15 (a)



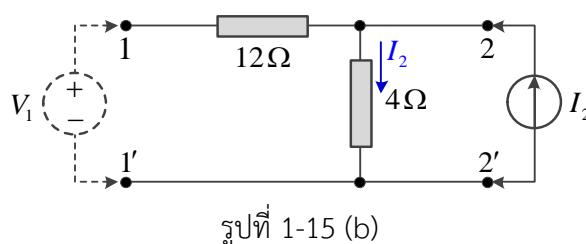
จากรูปที่ 1-15 (a) จะได้ค่าความต้านทานที่ขั้ว 1-1'

$$Z_{11} = 12\Omega + 4\Omega = 16\Omega$$

หาค่า  $Z_{12}$

$$Z_{12} = \left. \frac{V_1}{I_2} \right|_{I_1=0}$$

โดยป้อนแหล่งจ่ายกระแส  $I_2$  ขณะเปิดวงจรที่ขั้ว 1-1' วัดปริมาณแรงดันไฟฟ้าตกคร่อมที่ขั้ว 1-1' ( $V_1$ ) ผลหารของ  $V_1/I_2$  คือค่า  $Z_{12}$  ดังรูป รูปที่ 1-15 (b)



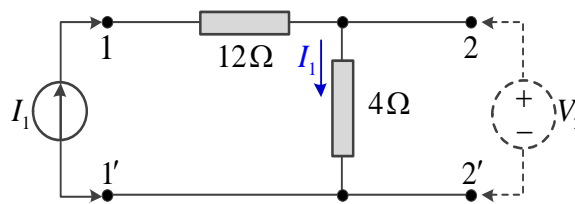
จากวงจรรูปที่ 1-15 (b) จะได้ค่าแรงดันตกคร่อมที่ขั้ว 1-1' ( $V_1$ )

$$\begin{aligned} V_1 &= I_2 R_{4\Omega} \\ V_1 &= 4I_2 \\ \frac{V_1}{I_2} &= 4 \\ Z_{12} &= \frac{V_1}{I_2} = 4\Omega \end{aligned}$$

หาค่า  $Z_{21}$

$$Z_{21} = \frac{V_2}{I_1} \Big|_{I_2=0}$$

โดยป้อนแหล่งจ่ายกระแส  $I_1$  ขณะเปิดวงจรที่ขั้ว 2-2' วัดปริมาณแรงดันไฟฟ้าตกคร่อมที่ขั้ว 2-2' ( $V_2$ ) ผลหารของ  $V_2/I_1$  คือค่า  $Z_{21}$  ดังรูปที่ 1-15 (c)



รูปที่ 1-15 (c)

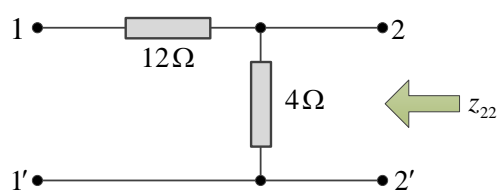
จากวงจรรูปที่ 1-15 (c) จะได้ค่าแรงดันตกคร่อมที่ขั้ว 2-2' ( $V_2$ )

$$\begin{aligned} V_2 &= I_1 R_{4\Omega} = 4I_1 \\ Z_{21} &= \frac{V_2}{I_1} = 4\Omega \end{aligned}$$

หาค่า  $Z_{22}$

$$Z_{22} = \frac{V_2}{I_2} \Big|_{I_1=0}$$

เนื่องจาก  $Z_{22}$  คือ อิมพีแดนซ์ด้านออกกรณีเปิดวงจรที่ขั้ว 1-1' โดยมองค่าอิมพีแดนซ์รวมจากขั้ว 2-2' ไปยังวงจรโครงข่าย รูปที่ 1-15 (d)



รูปที่ 1-15 (d)

### 38 เครือข่ายการสื่อสารและสายส่ง

จากวงจรรูปที่ 1-15 (d) จะได้ค่าความต้านทานที่ขั้ว 2-2'

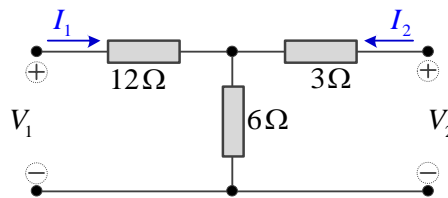
$$Z_{22} = R_{4\Omega} = 4\Omega$$

เพราะฉะนั้นจะได้

$$[Z] = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 16 & 4 \\ 4 & 4 \end{bmatrix} \Omega$$

ตอบ

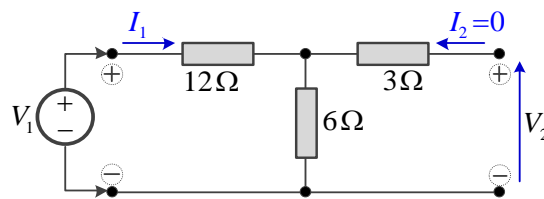
**ตัวอย่างที่ 1-7** จากวงจรแบบที่ ที่แสดงดังรูปที่ 1-16 ให้หาค่าอิมพีแดนซ์พารามิเตอร์ของวงจร และคำนวณค่ากระแสที่ไหลผ่านโหลด 6 โอห์ม เมื่อป้อนแหล่งจ่ายแรงดัน  $V_1 = 24\angle 0^\circ$  โวลต์ที่ขั้วด้านเข้า



รูปที่ 1-16 วงจรเครือข่ายแบบที่

**วิธีทำ**

หาค่า  $Z_{11}$  และ  $Z_{21}$  โดยเปิดวงจรที่ขั้วด้านออก และต่อแหล่งจ่ายแรงดัน  $V_1$  ที่ขั้วด้านเข้า ดังแสดงในรูปที่ 1-16 (a)



รูปที่ 1-16 (a)

ใช้ KVL ในวงจรเครือข่าย รูปที่ 1-16 (a) ทางด้านซ้าย จะได้

$$I_1 R_{12\Omega} + I_{1R6\Omega} = V_1$$

$$12I_1 + 6I_1 = V_1$$

$$V_1 = 18I_1$$

$$\frac{V_1}{I_1} = 18$$

เพราะฉะนั้น

$$Z_{11} = \left. \frac{V_1}{I_1} \right|_{I_2=0} = 18 \Omega$$

ใช้ KVL ในวงจรโครงข่ายทางด้านขวา จะได้

$$I_1 R_{6\Omega} = V_2$$

$$6I_1 = V_2$$

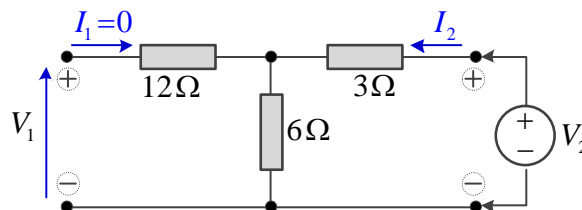
$$\frac{V_2}{I_1} = 6$$

เพราะฉะนั้น

$$Z_{21} = \left. \frac{V_2}{I_1} \right|_{I_2=0} = 6 \Omega$$

หาค่า  $Z_{12}$  และ  $Z_{22}$

โดยเปิดวงจรที่ขั้วด้านเข้า และต่อแหล่งจ่ายแรงดัน  $V_2$  ที่ขั้วด้านออก ดังแสดงในรูปที่ 1-16 (b)



รูปที่ 1-16 (b)

ใช้ KVL ในวงจรโครงข่ายทางด้านซ้าย จะได้

$$I_2 R_{6\Omega} = V_1$$

$$6I_2 = V_1$$

$$\frac{V_1}{I_2} = 6$$

เพราะฉะนั้น

$$Z_{12} = \left. \frac{V_1}{I_2} \right|_{I_1=0} = 6 \Omega$$

ใช้ KVL ในวงจรโครงข่าย รูปที่ 1-16 (b) ทางด้านขวา จะได้

$$I_2 R_{3\Omega} + I_2 R_{6\Omega} = V_2$$

$$3I_2 + 6I_2 = V_2$$

$$V_2 = 9I_2$$

$$\frac{V_2}{I_2} = 9$$

เพราะฉะนั้น

$$Z_{22} = \left. \frac{V_2}{I_2} \right|_{I_1=0} = 9 \Omega$$

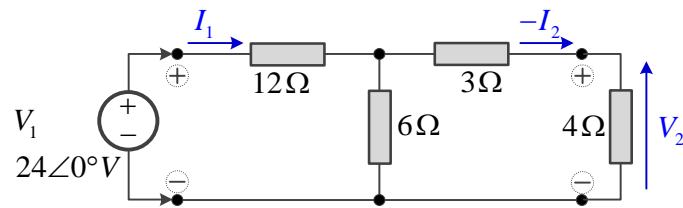
เขียนสมการของวงจรโครงข่ายสองคู่สาย ได้คือ

$$V_1 = 18I_1 + 6I_2 \quad (1)$$

$$V_2 = 6I_1 + 9I_2 \quad (2)$$

## 40 เครือข่ายการสื่อสารและสายส่ง

เมื่อป้อนแหล่งจ่ายแรงดัน  $V_1 = 24\angle 0^\circ V$  ที่ขั้วด้านเข้า และต่อโหลด  $4\ \Omega$  โห้ที่ขั้วด้านออก ดังแสดงในรูปที่ 1-16 (c)



รูปที่ 1-16 (c)

จากวงจรในรูปที่ 1-16 (c) ได้ค่าแรงดันที่ขั้วของวงจรโครงข่าย

$$V_1 = 24\angle 0^\circ \quad (3)$$

$$V_2 = -4I_2 \quad (4)$$

แทนค่า  $V_1$  และ  $V_2$  ลงในสมการ (1) และ (2)

$$24\angle 0^\circ = 18I_1 + 6I_2 \quad (5)$$

$$-4I_2 = 6I_1 + 9I_2 \quad (6)$$

$$0 = 6I_1 + 9I_2 + 4I_2$$

$$0 = 6I_1 + 13I_2$$

$$I_1 = \frac{-13}{6}I_2$$

แทนค่ากระแส  $I_1$  ลงในสมการ (5)

$$24\angle 0^\circ = 18 \times \frac{-13}{6}I_2 + 6I_2$$

$$= -39I_2 + 6I_2$$

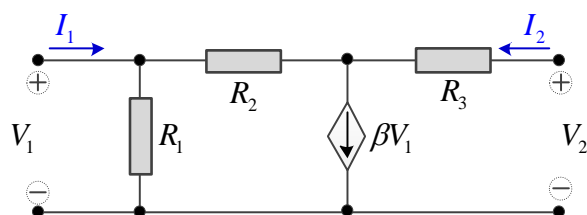
$$= -33I_2$$

$$I_2 = \frac{24\angle 0^\circ}{-33}$$

$$I_2 = -0.727\angle 0^\circ \text{ A} \quad \text{ตอบ}$$

### ตัวอย่างที่ 1-8

จงหาค่าอิมพีแดนซ์พารามิเตอร์ของวงจรโครงข่ายสองคู่สาย ดังแสดงในรูปที่ 1-17

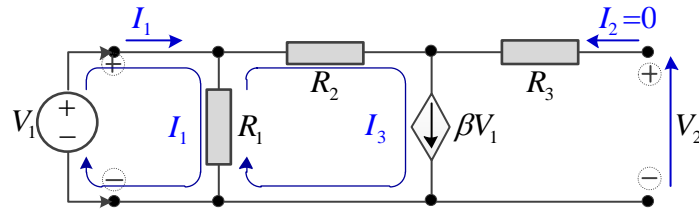


รูปที่ 1-17 วงจรโครงข่ายสองคู่สาย

วิธีทำ

หาค่า  $Z_{11}$  และ  $Z_{21}$

โดยเปิดวงจรที่ขั้วด้านออก และต่อแหล่งจ่ายแรงดัน  $V_1$  ที่ขั้วด้านเข้า ของวงจรโครงข่ายสองคู่สาย ดังแสดงในรูปที่ 1-17(a)



รูปที่ 1-17 (a)

พิจารณาจากวงจร รูปที่ 1-17 (a) พบว่า  $I_3 = \beta V_1$  ใช้กฎ KVL หาค่า  $I_1$

$$(I_1 - I_3)R_1 = V_1$$

$$I_1 R_1 - I_3 R_1 = V_1$$

$$I_1 R_1 - \beta V_1 R_1 = V_1$$

$$I_1 R_1 = V_1 + \beta V_1 R_1 = V_1(1 + \beta R_1)$$

$$\frac{V_1}{I_1} = \frac{R_1}{(1 + \beta R_1)}$$

เพราะฉะนั้น

$$Z_{11} = \left. \frac{V_1}{I_1} \right|_{I_2=0} = \frac{R_1}{(1 + \beta R_1)}$$

ใช้กฎ KVL ในเส้นทางจาก  $V_1 \rightarrow R_2 \rightarrow R_3 \rightarrow V_2$  จะได้

$$-V_1 + I_3 R_2 - I_2 R_3 + V_2 = 0$$

เมื่อ  $I_2=0$  และ  $I_3=\beta V_1$  จะได้

$$-V_1 + \beta V_1 R_2 - 0 + V_2 = 0$$

$$V_2 = V_1 - \beta V_1 R_2$$

$$= V_1(1 - \beta R_2)$$

แทนค่า  $V_1 = \frac{I_1 R_1}{(1 + \beta R_1)}$  ลงในสมการ

$$V_2 = \frac{I_1 R_1}{(1 + \beta R_1)} (1 - \beta R_2)$$

$$\frac{V_2}{I_1} = \frac{R_1(1 - \beta R_2)}{(1 + \beta R_1)}$$

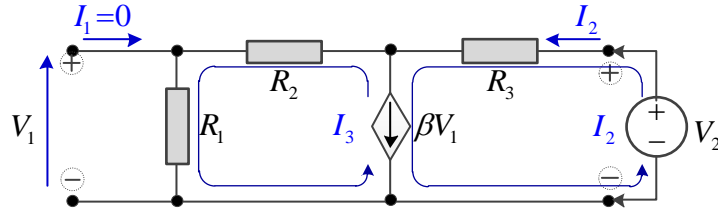
เพราะฉะนั้น

$$Z_{21} = \left. \frac{V_2}{I_1} \right|_{I_2=0} = \frac{R_1(1 - \beta R_2)}{(1 + \beta R_1)}$$

## 42 เครือข่ายการสื่อสารและสายส่ง

หาค่า  $Z_{12}$  และ  $Z_{22}$

โดยเปิดวงจรที่ขั้วด้านเข้า และต่อแหล่งจ่ายแรงดัน  $V_2$  ที่ขั้วด้านออกของวงจรเครือข่ายสองคู่สาย ดังแสดงในรูปที่ 1-17 (b)



รูปที่ 1-17 (b)

พิจารณาจากวงจร เราจะพบว่า  $I_2 - I_3 = \beta V_1$  และ  $V_1 = I_3 R_1$  จึงได้ว่า

$$\begin{aligned} I_2 - I_3 &= \beta(I_3 R_1) \\ I_2 &= \beta I_3 R_1 + I_3 \\ &= (\beta R_1 + 1)I_3 \\ I_3 &= \frac{I_2}{(1 + \beta R_1)} \end{aligned}$$

ใช้กฎ KVL ในเส้นทางจาก  $R_3 \rightarrow R_2 \rightarrow R_1 \rightarrow V_2$  จะได้

$$\begin{aligned} I_2 R_3 + I_3 (R_2 + R_1) - V_2 &= 0 \\ I_2 R_3 + I_3 (R_2 + R_1) &= V_2 \end{aligned}$$

แทนค่า  $I_3 = \frac{I_2}{(1 + \beta R_1)}$  ลงในสมการ จะได้

$$\begin{aligned} V_2 &= I_2 R_3 + \frac{I_2}{(1 + \beta R_1)} (R_2 + R_1) \\ &= I_2 R_3 + \frac{I_2 (R_2 + R_1)}{(1 + \beta R_1)} \\ &= I_2 \left( R_3 + \frac{(R_2 + R_1)}{(1 + \beta R_1)} \right) \\ \frac{V_2}{I_2} &= R_3 + \frac{(R_2 + R_1)}{(1 + \beta R_1)} \end{aligned}$$

เพราะฉะนั้น

$$Z_{22} = \left. \frac{V_2}{I_2} \right|_{I_1=0} = R_3 + \frac{(R_2 + R_1)}{(1 + \beta R_1)}$$

ใช้กฎ KCL จะได้  $I_2 - I_3 = \beta V_1$  และ  $V_1 = I_3 R_1$

จะได้ 
$$I_2 = \beta V_1 + I_3$$

และ

$$I_3 = \frac{V_1}{R_1}$$

เพราะฉะนั้น

$$I_2 = \beta V_1 + \frac{V_1}{R_1}$$

$$I_2 = V_1 \left( \beta + \frac{1}{R_1} \right)$$

$$\frac{V_1}{I_2} = \frac{1}{\left( \beta + \frac{1}{R_1} \right)}$$

เพราะฉะนั้น

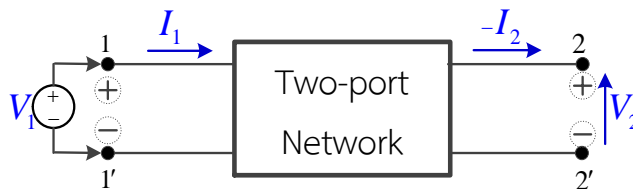
$$z_{12} = \frac{V_1}{I_2} \Big|_{I_1=0} = \frac{R_1}{(1 + \beta R_1)}$$

$$[Z] = \begin{bmatrix} \frac{R_1}{(1 + \beta R_1)} & \frac{R_1}{(1 + \beta R_1)} \\ \frac{R_1(1 - \beta R_2)}{(1 + \beta R_1)} & R_3 + \frac{R_1}{(1 + \beta R_1)} \end{bmatrix}$$

ตอบ

### 1.3.3 ความหมายทางฟิสิกส์ของทรานส์มิสชันเมทริกซ์ [T]

ทรานส์มิสชันเมทริกซ์ คือ เมทริกซ์ที่ส่งผ่านสัญญาณใช้อธิบายพารามิเตอร์บางอย่างที่เกิดขึ้นจากการส่งสัญญาณด้านเข้า ( $V_1$  และ  $I_1$ ) ที่ขั้ว 1-1' และทำให้เกิดผลขึ้นที่ด้านออกที่ขั้ว 2-2' ( $V_2$  และ  $I_2$ ) ดังแสดงในรูปที่ 1-18



รูปที่ 1-18 การป้อนแหล่งจ่ายด้านเข้าที่ขั้ว 1-1' ให้กับวงจรโครงข่ายสองคู่สาย

องค์ประกอบภายในของ [T] เมทริกซ์ ประกอบด้วย A, B, C และ D (ABCD parameters) สามารถเขียนในรูปสมการดังสมการที่ (1-23) และสมการที่ (1-24)

$$V_1 = AV_2 - BI_2 \quad (1-23)$$

$$I_1 = CV_2 - DI_2 \quad (1-24)$$

เขียนในรูปเมทริกซ์

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2 \\ -I_2 \end{bmatrix} \quad (1-25)$$

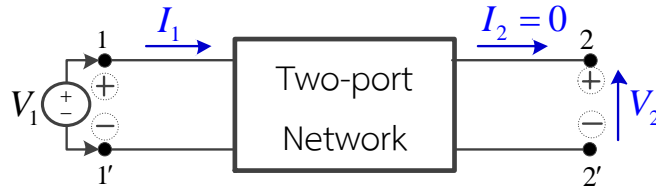
สังเกตได้ว่ากระแสที่ขั้ว 2 ใช้  $-I_2$  หมายถึงทิศทางของกระแสที่เกิดขึ้นจริงมีทิศทางตรงข้ามกับกระแสของวงจรโครงข่ายสองคู่สายในข้อตกลงเบื้องต้น

## 44 เครือข่ายการสื่อสารและสายส่ง

การหา A (Open circuit transfer impedance)

จากสมการ (1-23) ให้กระแส  $I_2 = 0$  คือเปิดวงจรที่ขั้ว 2-2' ได้

$$A = \left. \frac{V_1}{V_2} \right|_{I_2=0}$$



รูปที่ 1-19 การหาพารามิเตอร์ A ในทรานสมิสชันเมทริกซ์

A คืออัตราส่วนของแรงดันไฟฟ้าของวงจรโครงข่ายสองคู่สายระหว่าง  $V_1$  กับ  $V_2$  ให้  $V_1$  เป็นแหล่งจ่าย ทำให้เกิด  $V_2$  ที่ขั้ว 2-2' เมื่ออัตราส่วนของ  $\frac{V_1}{V_2} = A$  ดังสมการที่ (1-26)

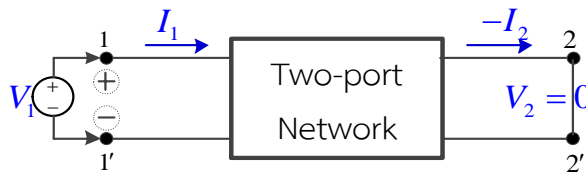
ดังนั้น

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{1}{A} \quad (1-26)$$

การหา B (Short circuit transfer impedance)

จากสมการ (1-23) ให้  $V_2=0$  (ลัดวงจรที่ขั้ว 2-2') จะได้

$$B = \left. \frac{V_1}{-I_2} \right|_{V_2=0}$$



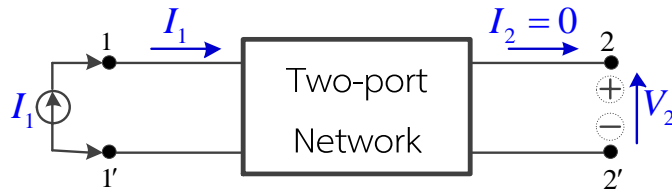
รูปที่ 1-19 การหาพารามิเตอร์ B ในทรานสมิสชันเมทริกซ์

การหาค่า B ให้ลัดวงจรที่ขั้ว 2-2' ป้อนแหล่งจ่ายแรงดันที่ขั้ว 1-1' ทำให้เกิดกระแสขึ้นที่ขั้ว 2-2' และคำนวณหาอัตราส่วนระหว่าง  $V_1/-I_2$  จากวงจรโครงข่ายสองคู่สายในรูปที่ 1-19

การหา C (Open circuit transfer admittance)

ใช้สมการ (1-24) โดยให้  $I_2=0$  (เปิดวงจรที่ขั้ว 2-2') ได้

$$C = \left. \frac{I_1}{V_2} \right|_{I_2=0}$$



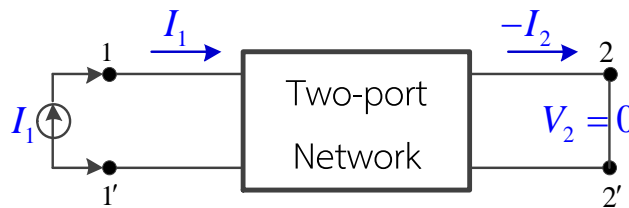
รูปที่ 1-20 การหาพารามิเตอร์ C ในทรานสมิสชันเมทริกซ์

การหาค่า C ให้เปิดวงจรที่ขั้ว 2-2' ป้อนแหล่งจ่ายกระแส  $I_1$  เข้าที่ขั้ว 1-1' วัดค่าแรงดันตกคร่อมที่ขั้ว 2-2' ได้เป็น  $V_2$  คำนวณหาอัตราส่วนของ  $I_1/V_2$  จากวงจรโครงข่ายสองคู่สาย ในรูปที่ 1-20

การหา D (Short circuits current ratio)

จากสมการ (1-24) ให้  $V_2=0$  (ลัดวงจรที่ขั้ว 2-2') จะได้

$$D = \left. \frac{I_1}{-I_2} \right|_{V_2=0}$$

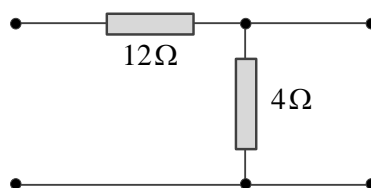


รูปที่ 1-21 การหาพารามิเตอร์ D ในทรานสมิสชันเมทริกซ์

การหาค่า D ให้ลัดวงจรที่ขั้ว 2-2' ป้อนแหล่งจ่ายกระแส  $I_1$  เข้าที่ขั้ว 1-1' วัดค่ากระแสที่ขั้ว 2-2' ได้เป็น  $I_2$  คำนวณหาอัตราส่วนของ  $I_1/-I_2$  จากวงจรโครงข่ายสองคู่สายในรูปที่ 1-21

### ตัวอย่างที่ 1-9

จงหาพารามิเตอร์ในทรานสมิสชันเมทริกซ์ของวงจรโครงข่ายสองคู่สาย ดังแสดงในรูปที่ 1-22



รูปที่ 1-22 วงจรโครงข่ายสองคู่สาย

วิธีทำ

## 46 เครือข่ายการสื่อสารและสายส่ง

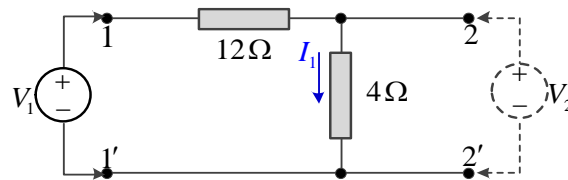
จากสมการ (1-23) และ (1-24)

$$V_1 = AV_2 - BI_2$$

$$I_1 = CV_2 - DI_2$$

และ

$$A = \left. \frac{V_1}{V_2} \right|_{I_2=0}$$



รูปที่ 1-22 (a)

จากวงจรในรูปที่ 1-22 (a) ใช้ทฤษฎีแบ่งแรงดันจะได้ค่า  $V_2$

$$V_2 = V_1 \frac{R_{4\Omega}}{R_{12\Omega} + R_{4\Omega}}$$

$$= V_1 \frac{4}{12+4}$$

$$= \frac{1}{4} V_1$$

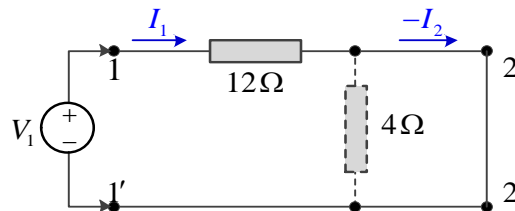
$$\frac{V_1}{V_2} = 4$$

เพราะฉะนั้น

$$A = 4$$

และ

$$B = \left. \frac{V_1}{-I_2} \right|_{V_2=0}$$



รูปที่ 1-22 (b)

จากวงจรในรูปที่ 1-22 (b) เมื่อกระแสไม่ไหลผ่านตัวต้านทาน  $4\Omega$  จะได้ค่าแรงดัน  $V_1$

$$V_1 = -I_2 R_{12\Omega}$$

$$= -12I_2$$

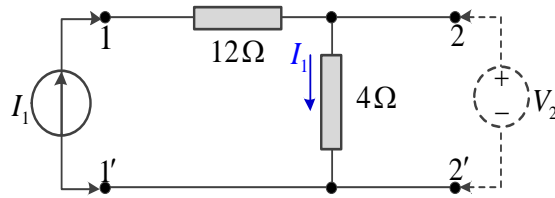
เพราะฉะนั้น

$$\frac{V_1}{-I_2} = 12$$

$$B = 12 \Omega$$

และ

$$C = \left. \frac{I_1}{V_2} \right|_{I_2=0}$$



รูปที่ 1-22 (c)

จากวงจรในรูปที่ 1-22 (c) จะได้ค่าแรงดัน  $V_2$

$$V_2 = I_1 R_{4\Omega} = 4I_1$$

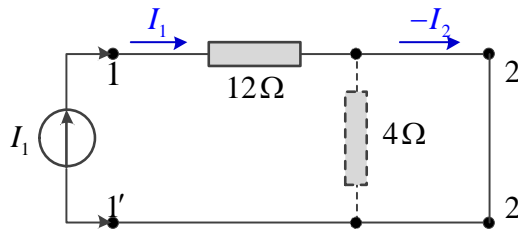
$$\frac{I_1}{V_2} = \frac{1}{4}$$

เพราะฉะนั้น

$$C = \frac{1}{4} \text{ S}$$

และ

$$D = \left. \frac{I_1}{-I_2} \right|_{V_2=0}$$



รูปที่ 1-22 (d)

จากวงจรในรูปที่ 1-22 (d) จะได้ค่าแรงดัน  $I_1 = -I_2$

$$I_1 = -I_2$$

$$\frac{I_1}{-I_2} = 1$$

เพราะฉะนั้น

$$D = 1$$

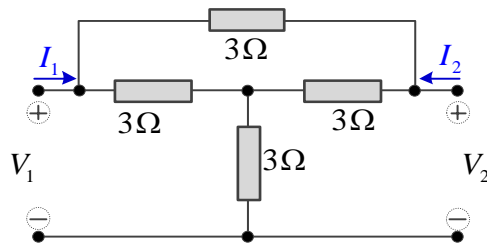
ดังนั้นจะได้ ABCD พารามิเตอร์

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 12 \Omega \\ \frac{1}{4} \text{ S} & 1 \end{bmatrix}$$

ตอบ

ตัวอย่างที่ 1-10

วงจรโครงข่ายแบบบริดจ์ที่ ดังแสดงในรูปที่ 1-23 จงหาค่าทรานส์มิสชันพารามิเตอร์



รูปที่ 1-23 วงจรโครงข่ายแบบบริดจ์ที่

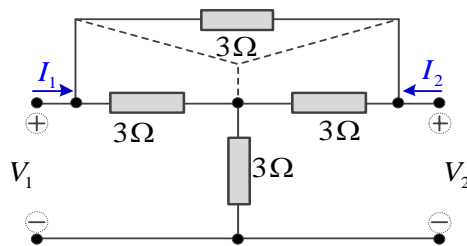
วิธีทำ

จากวงจรโครงข่ายแบบบริดจ์ที่ รูปที่ 1-23 แปลงวงจรเดลต้าเป็นสตาร์ ดังแสดงในรูปที่ 1-23 (a) และรูปที่ 1-23 (b) เมื่อวงจรมีตัวความต้านทานที่มีค่าเท่ากันทุกตัว จะได้ดังนี้

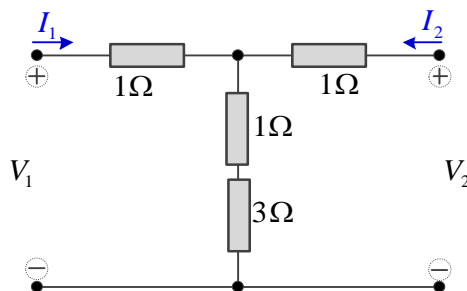
$$R_Y = \frac{1}{3} R_\Delta$$

$$R_Y = \frac{1}{3} \times 3\Omega$$

$$R_Y = 1\Omega$$



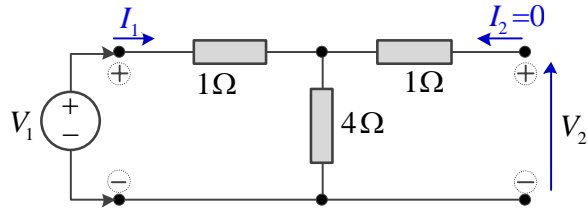
รูปที่ 1-23 (a)



รูปที่ 1-23 (b)

หาพารามิเตอร์ A และ C

ให้เปิดวงจรทางด้านขวา และป้อนแหล่งจ่ายแรงดัน  $V_1$  ที่ทางด้านซ้ายของวงจร ดังแสดงในรูปที่ 1-23 (c)



รูปที่ 1-23 (c)

ใช้ทฤษฎี KVL ในวงจรทางด้านซ้าย จะได้

$$1I_1 + 4I_1 = V_1$$

$$5I_1 = V_1$$

และในวงจรทางด้านขวา จะได้

$$4I_1 = V_2$$

$$I_1 = \frac{V_2}{4}$$

$$\frac{I_1}{V_2} = \frac{1}{4} \quad S$$

ดังนั้น

$$C = \left. \frac{I_1}{V_2} \right|_{I_2=0} = \frac{1}{4} \quad S$$

จาก

$$V_1 = 5I_1 = \frac{5}{4}V_2$$

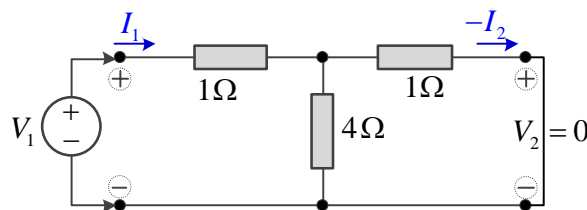
$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{5}{4}$$

ดังนั้น

$$A = \left. \frac{V_1}{V_2} \right|_{I_2=0} = \frac{5}{4}$$

หาพารามิเตอร์ B และ D

ให้ลัดวงจรทางด้านออก และป้อนแหล่งจ่ายแรงดัน  $V_1$  ที่ทางด้านเข้าของวงจร ดังแสดงในรูปที่ 1-23 (d)



รูปที่ 1-23 (d)

จากวงจรในรูปที่ 1-23 (d) ใช้ทฤษฎีวงจรแบ่งกระแส จะได้

## 50 เครือข่ายการสื่อสารและสายส่ง

$$\begin{aligned}
 -I_2 &= \frac{I_1 \times 4}{1+4} \\
 -I_2 &= \frac{4}{5} I_1 \\
 \frac{I_1}{-I_2} &= \frac{5}{4} \\
 \text{ดังนั้น} \quad D &= \left. \frac{I_1}{-I_2} \right|_{V_2=0} = \frac{5}{4}
 \end{aligned}$$

ใช้ทฤษฎี KVL ในวงจรขั้วด้านเข้า

$$\begin{aligned}
 1I_1 + 4(I_1 + I_2) &= V_1 \\
 \text{แทนค่า} \quad I_1 &= -\frac{5}{4} I_2 \quad -\frac{5}{4} I_2 + 4\left(-\frac{5}{4} I_2 + I_2\right) = V_1 \\
 -\frac{5}{4} I_2 - 5I_2 + 4I_2 &= V_1 \\
 -9I_2 &= 4V_1 \\
 \frac{V_1}{-I_2} &= \frac{9}{4} \text{ วัตต์สมการที่นี้} \\
 \text{ดังนั้น} \quad B &= \left. \frac{V_1}{-I_2} \right|_{V_2=0} = \frac{9}{4} \Omega
 \end{aligned}$$

ดังนั้นจะได้ ABCD พารามิเตอร์

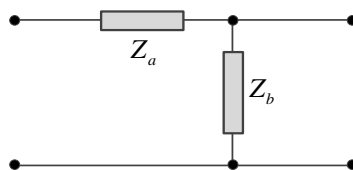
$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{5}{4} & \frac{9}{4} \Omega \\ \frac{1}{4} S & \frac{5}{4} \end{bmatrix}$$

ตอบ

การตรวจสอบ

$$\begin{aligned}
 AD - BC &= 1 \\
 \frac{5}{4} \times \frac{5}{4} - \frac{9}{4} \times \frac{1}{4} &= 1 \\
 \frac{25}{16} - \frac{9}{16} &= 1
 \end{aligned}$$

สรุป วงจรโครงข่ายแบบแอลกลับ ถ้ากำหนดค่าอนุภาคความต้านทานแทนด้วย  $Z_a$  และ  $Z_b$  ดังรูปที่ 1-24



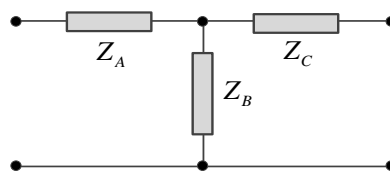
รูปที่ 1-24 วงจรแบบแอลกลับที่ไม่ได้กำหนดค่าอนุภาคความต้านทาน

จากรูปที่ 1-24 สามารถหาค่าของ  $[Z]$ ,  $[Y]$  และ  $[T]$  พารามิเตอร์ได้ดังนี้

$$\begin{aligned}
 [Z] &= \begin{bmatrix} z_{11} & z_{12} \\ z_{21} & z_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_a + Z_b & Z_b \\ Z_b & Z_b \end{bmatrix} \\
 [Y] &= \begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} \\ y_{21} & y_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{Z_a} & -\frac{1}{Z_a} \\ -\frac{1}{Z_a} & \frac{Z_a + Z_b}{Z_a Z_b} \end{bmatrix} \\
 [T] &= \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{Z_a + Z_b}{Z_b} & Z_a \\ \frac{1}{Z_b} & 1 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

**ตัวอย่างที่ 1-11**

จงหาค่าของ  $[Z]$ ,  $[Y]$  และ  $[T]$  พารามิเตอร์ของวงจรแบบที่ ดังแสดงในรูปที่ 1-25

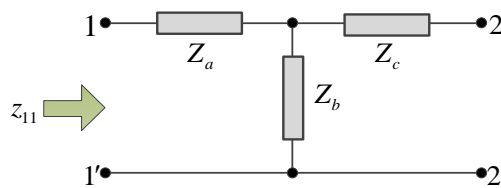


รูปที่ 1-25 วงจรโครงข่ายแบบที่

**วิธีทำ**

หา  $[Z]$  พารามิเตอร์

$Z_{11}$  คือ อิมพีแดนซ์ที่ขั้ว 1-1' เมื่อเปิดวงจรที่ขั้ว 2-2'

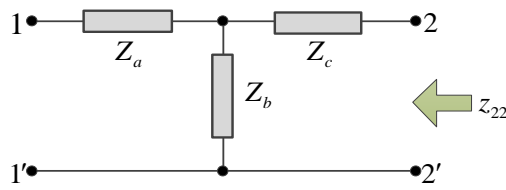


รูปที่ 1-25 (a)

จากวงจรในรูปที่ 1-25 (a) จะได้

$$Z_{11} = Z_a + Z_b$$

$Z_{22}$  คือ อิมพีแดนซ์ที่ขั้ว 2-2' เมื่อเปิดวงจรที่ขั้ว 1-1'

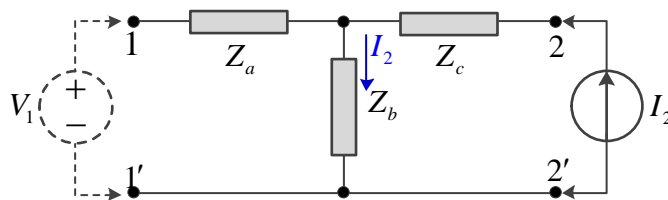


รูปที่ 1-25 (b)

จากวงจรในรูปที่ 1-25 (b) จะได้

$$Z_{22} = Z_b + Z_c$$

$Z_{12}$  คือ อิมพีแดนซ์ถ่ายโอนย้อนกลับกรณีเปิดวงจรที่ขั้ว 1-1'

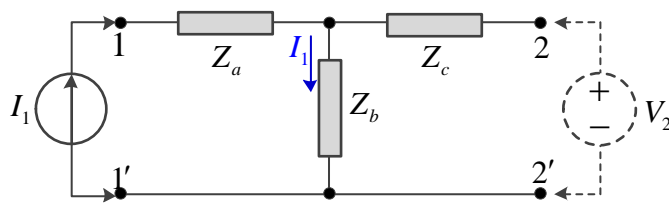


รูปที่ 1-25 (c)

จากวงจรในรูปที่ 1-25 (c) จะได้แรงดันตกคร่อมที่  $Z_b$  เป็น  $V_1$

$$\begin{aligned} V_1 &= I_2 Z_b \\ \frac{V_1}{I_2} &= Z_b \\ Z_{12} &= Z_b \end{aligned}$$

$Z_{21}$  คือ อิมพีแดนซ์ถ่ายโอนส่งต่อกรณีเปิดวงจรที่ขั้ว 2-2'



รูปที่ 1-25 (d)

จากวงจรในรูปที่ 1-25 (d) จะได้แรงดันตกคร่อมที่  $Z_b$  เป็น  $V_2$

$$\begin{aligned} V_2 &= I_1 Z_b \\ \frac{V_2}{I_1} &= Z_b \\ Z_{21} &= Z_b \end{aligned}$$

เพราะฉะนั้น

$$Z = \begin{bmatrix} z_{11} & z_{12} \\ z_{21} & z_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_a + Z_b & Z_b \\ Z_b & Z_b + Z_c \end{bmatrix} \quad \text{ตอบ}$$

หา [Y] พารามิเตอร์

$$\text{ใช้สูตร } [Y] = [Z]^{-1} = \frac{[Adj Z]}{|Z|}$$

จากคำตอบในข้อ (1)

$$[Z] = \begin{bmatrix} Z_a + Z_b & Z_b \\ Z_b & Z_b + Z_c \end{bmatrix}$$

$$[Adj Z] = \begin{bmatrix} Z_b + Z_c & -Z_b \\ -Z_b & Z_a + Z_b \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} |Z| &= (Z_a + Z_b)(Z_b + Z_c) - Z_b^2 \\ &= Z_a Z_b + Z_a Z_c + Z_b^2 + Z_b Z_c - Z_b^2 \\ &= Z_a Z_b + Z_a Z_c + Z_b Z_c \end{aligned}$$

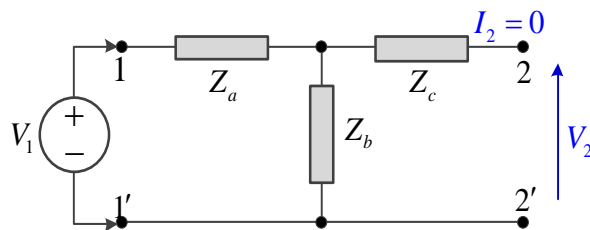
$$[Z]^{-1} = \frac{\begin{bmatrix} Z_b + Z_c & -Z_b \\ -Z_b & Z_a + Z_b \end{bmatrix}}{Z_a Z_b + Z_a Z_c + Z_b Z_c}$$

$$[Y] = \begin{bmatrix} \frac{Z_b + Z_c}{Z_a Z_b + Z_a Z_c + Z_b Z_c} & \frac{-Z_b}{Z_a Z_b + Z_a Z_c + Z_b Z_c} \\ \frac{-Z_b}{Z_a Z_b + Z_a Z_c + Z_b Z_c} & \frac{Z_a + Z_b}{Z_a Z_b + Z_a Z_c + Z_b Z_c} \end{bmatrix} \quad \text{ตอบ}$$

หา [T] พารามิเตอร์

1) หาค่า A จาก

$$A = \left. \frac{V_1}{V_2} \right|_{I_2=0}$$



รูปที่ 1-25 (e)

จากรูปที่ 1-25 (e) ใช้ทฤษฎีวงจรแบ่งแรงดัน จะได้ค่าแรงดันตกคร่อมที่  $Z_b$  เป็น  $V_2$

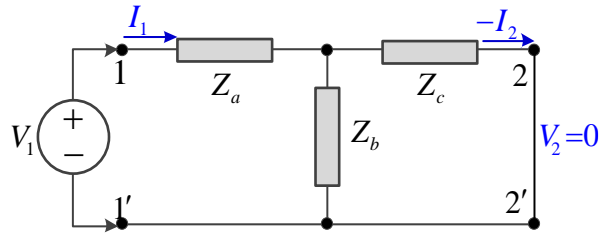
$$V_2 = V_1 \frac{Z_b}{Z_a + Z_b}$$

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{Z_a + Z_b}{Z_b}$$

$$A = \frac{Z_a + Z_b}{Z_b}$$

2) หาค่า B

$$B = \frac{V_1}{-I_2} \Big|_{V_2=0}$$



รูปที่ 1-25 (f)

จากวงจรในรูปที่ 1-25 (f) หาค่ากระแส  $I_1$  จะได้

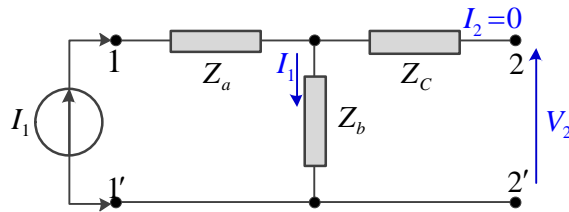
$$\begin{aligned} I_1 &= \frac{V_1}{Z_T} \\ I_1 &= \frac{V_1}{Z_a + (Z_b // Z_c)} \\ &= \frac{V_1}{Z_a + \frac{Z_b Z_c}{Z_b + Z_c}} \\ &= \frac{V_1}{\frac{Z_a Z_b + Z_a Z_c + Z_b Z_c}{Z_b + Z_c}} \\ &= V_1 \frac{Z_b + Z_c}{Z_a Z_b + Z_a Z_c + Z_b Z_c} \\ -I_2 &= I_1 \frac{Z_b}{Z_c + Z_b} \\ I_1 &= -I_2 \frac{Z_c + Z_b}{Z_b} \end{aligned}$$

เพราะฉะนั้น

$$\begin{aligned} -I_2 \frac{Z_c + Z_b}{Z_b} &= V_1 \frac{Z_b + Z_c}{Z_a Z_b + Z_a Z_c + Z_b Z_c} \\ \frac{V_1}{-I_2} &= \frac{Z_a Z_b + Z_a Z_c + Z_b Z_c}{Z_b} \\ B &= \frac{Z_a Z_b + Z_a Z_c + Z_b Z_c}{Z_b} \end{aligned}$$

3) หาค่า C จาก

$$C = \left. \frac{I_1}{V_2} \right|_{I_2=0}$$



รูปที่ 1-25 (g)

จากวงจรในรูปที่ 1-25 (g) จะได้แรงดันตกคร่อม  $Z_b$  เป็นแรงดัน  $V_2$

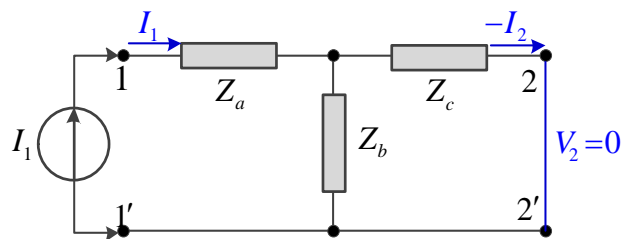
$$V_2 = I_1 Z_b$$

$$\frac{I_1}{V_2} = \frac{1}{Z_b}$$

$$C = \frac{1}{Z_c}$$

4) หาค่า D จาก

$$D = \left. \frac{I_1}{-I_2} \right|_{V_2=0}$$



รูปที่ 1-25 (h)

จากวงจรในรูปที่ 1-25 (h) ใช้ทฤษฎีวงจรแบ่งกระแส จะได้ค่ากระแส  $I_2$  ดังนี้

$$-I_2 = I_1 \frac{Z_b}{Z_c + Z_b}$$

$$\frac{I_1}{-I_2} = \frac{Z_c + Z_b}{Z_b}$$

$$D = \frac{Z_c + Z_b}{Z_b}$$

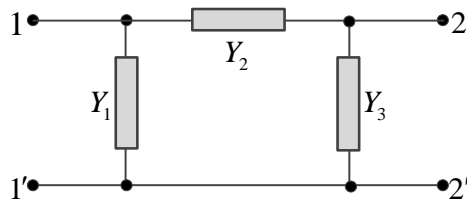
## 56 เครือข่ายการสื่อสารและสายส่ง

เพราะฉะนั้น

$$[T] = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{Z_a + Z_b}{Z_b} & \frac{Z_a Z_b + Z_b Z_c + Z_a Z_c}{Z_b} \\ \frac{1}{Z_b} & \frac{Z_b + Z_c}{Z_b} \end{bmatrix} \quad \text{ตอบ}$$

### ตัวอย่างที่ 1-12

จงหาค่าของ  $[Y]$ ,  $[Z]$  และ  $[T]$  พารามิเตอร์ของวงจรโครงข่ายแบบพาย ดังแสดงในรูปที่ 1-26

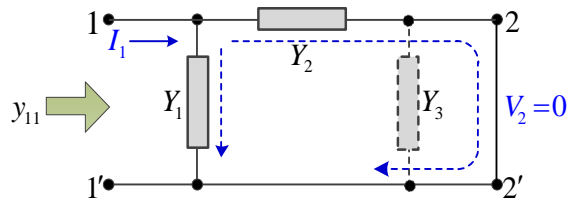


รูปที่ 1-26 วงจรโครงข่ายแบบพาย

หา  $[Y]$  พารามิเตอร์

1) หาค่า  $y_{11}$  จากสมการ

$$y_{11} = \left. \frac{I_1}{V_1} \right|_{V_2=0}$$



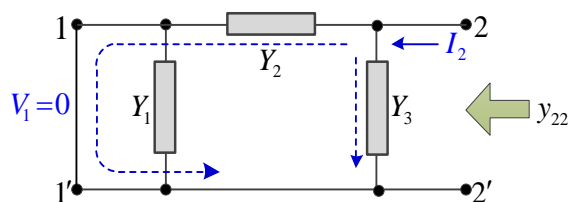
รูปที่ 1-26 (a)

จากวงจรในรูปที่ 1-26 (a) จะได้ค่า  $y_{11}$

$$\begin{aligned} y_{11} &= Y_1 // Y_2 \\ &= Y_1 + Y_2 \end{aligned}$$

2) หาค่า  $y_{22}$  จากสมการ

$$y_{22} = \left. \frac{I_2}{V_2} \right|_{V_1=0}$$



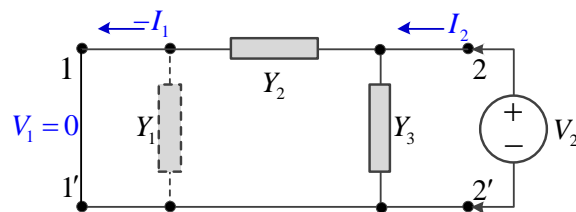
รูปที่ 1-26 (b)

จากวงจรในรูปที่ 1-26 (b) จะได้ค่า  $y_{22}$

$$\begin{aligned} y_{22} &= Y_2 // Y_3 \\ &= Y_2 + Y_3 \end{aligned}$$

3) หาค่า  $y_{12}$  จากสมการ

$$y_{12} = \left. \frac{I_1}{V_2} \right|_{V_1=0}$$



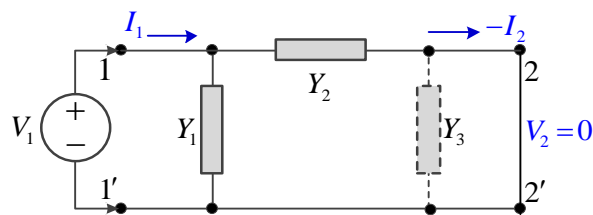
รูปที่ 1-26 (c)

จากวงจรในรูปที่ 1-26 (c) พิจารณากระแสและแรงดันที่อนุภาค  $Y_2$

$$\begin{aligned} -I_1 &= V_2 Y_2 \\ \frac{I_1}{V_2} &= -Y_2 \\ y_{12} &= -Y_2 \end{aligned}$$

4) หาค่า  $y_{21}$  จากสมการ

$$y_{21} = \left. \frac{I_2}{V_1} \right|_{V_2=0}$$



รูปที่ 1-26 (d)

จากวงจรในรูปที่ 1-26 (d) พิจารณากระแสและแรงดันที่อนุภาค  $Y_2$

$$\begin{aligned} -I_2 &= V_1 Y_2 \\ \frac{I_2}{V_1} &= -Y_2 \end{aligned}$$

$$y_{21} = -Y_2$$

$$[Y] = \begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} \\ y_{21} & y_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_1 + Y_2 & -Y_2 \\ -Y_2 & Y_2 + Y_3 \end{bmatrix}$$

หา [Z] พารามิเตอร์

จากคำตอบที่ (1) หาโดยใช้ความสัมพันธ์  $[Z] = [Y]^{-1}$

$$[Z] = [Y]^{-1} = \frac{[Adj Y]}{|Y|}$$

$$[Y] = \begin{bmatrix} Y_1 + Y_2 & -Y_2 \\ -Y_2 & Y_2 + Y_3 \end{bmatrix}$$

$$[Adj Y] = \begin{bmatrix} Y_2 + Y_3 & +Y_2 \\ +Y_2 & Y_1 + Y_2 \end{bmatrix}$$

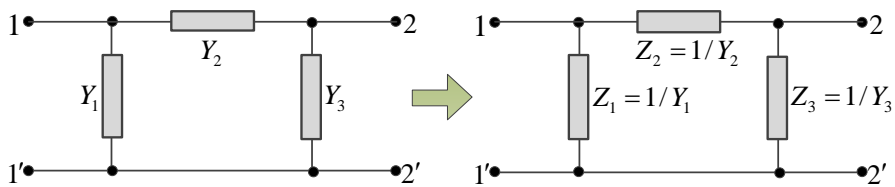
$$|Y| = Y_1 Y_2 + Y_1 Y_3 + Y_2 Y_3$$

$$[Y]^{-1} = \frac{\begin{bmatrix} Y_2 + Y_3 & +Y_2 \\ +Y_2 & Y_1 + Y_2 \end{bmatrix}}{Y_1 Y_2 + Y_1 Y_3 + Y_2 Y_3}$$

$$[Z] = \begin{bmatrix} \frac{Y_2 + Y_3}{Y_1 Y_2 + Y_1 Y_3 + Y_2 Y_3} & \frac{+Y_2}{Y_1 Y_2 + Y_1 Y_3 + Y_2 Y_3} \\ \frac{+Y_2}{Y_1 Y_2 + Y_1 Y_3 + Y_2 Y_3} & \frac{Y_1 + Y_2}{Y_1 Y_2 + Y_1 Y_3 + Y_2 Y_3} \end{bmatrix} \quad \text{ตอบ}$$

หา [T] พารามิเตอร์

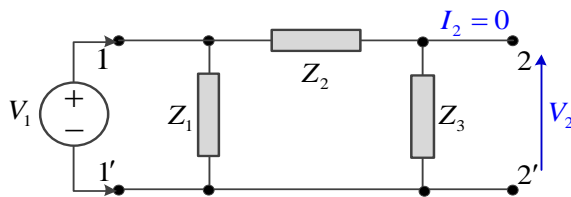
แปลงอนุภาค  $Y_n$  เป็น  $Z_n$  เมื่อ  $Z_n = 1/Y_n$



รูปที่ 1-27 การแปลงอนุภาค Y เป็นอนุภาค Z ของวงจรแบบพาย

หาค่า A จาก

$$A = \left. \frac{V_1}{V_2} \right|_{I_2=0}$$



รูปที่ 1-27 (a)

จากวงจรหาค่า  $V_2$  เป็นแรงดันตกคร่อมที่  $Z_3$  ใช้ทฤษฎีวงจรแบ่งแรงดัน

$$|Y| = Y_1 Y_2 + Y_1 Y_3 + Y_2 Y_3$$

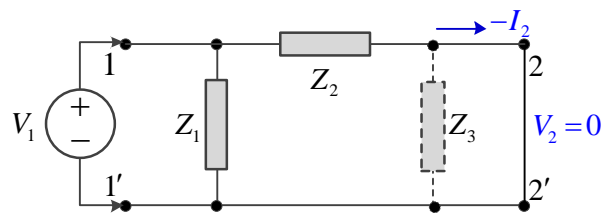
$$V_2 = V_1 \frac{Z_3}{Z_2 + Z_3}$$

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{Z_2 + Z_3}{Z_3}$$

$$A = 1 + \frac{Z_2}{Z_3}$$

หาค่า B จาก

$$B = \left. \frac{V_1}{-I_2} \right|_{V_2=0}$$



รูปที่ 1-27 (b)

จากวงจรจะได้แรงดันตกคร่อม  $Z_2$  เป็นแรงดัน  $V_1$

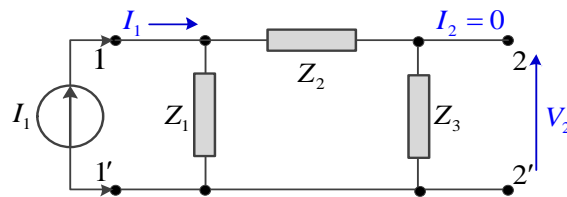
$$V_1 = -I_2 Z_2$$

$$\frac{V_1}{-I_2} = Z_2$$

$$B = Z_2$$

หาค่า C จาก

$$C = \left. \frac{I_1}{V_2} \right|_{I_2=0}$$



รูปที่ 1-27 (c)

จากวงจรหาค่ากระแส  $I_1$

$$I_1 = \frac{V_1}{Z_r}$$

$$= \frac{V_1}{Z_1 // (Z_2 + Z_3)}$$

## 60 เครือข่ายการสื่อสารและสายส่ง

และแรงดันตกคร่อมที่  $Z_3$  เป็นแรงดัน  $V_2$

$$V_2 = V_1 \frac{Z_3}{Z_2 + Z_3}$$

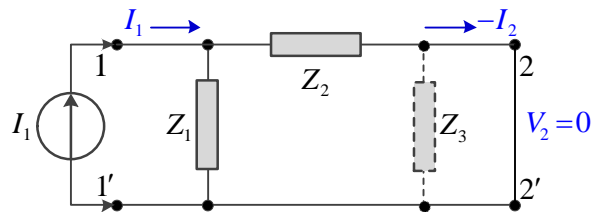
ดังนั้นจะได้  $I_1/V_2$

$$\frac{I_1}{V_2} = \frac{V_1 \frac{(Z_1 + Z_2 + Z_3)}{Z_1 Z_2 + Z_1 Z_3}}{V_1 \frac{Z_3}{Z_2 + Z_3}}$$

$$C = \frac{(Z_1 + Z_2 + Z_3)(Z_2 + Z_3)}{(Z_1 Z_2 + Z_1 Z_3) Z_3}$$

หาค่า D จาก

$$D = \frac{I_1}{-I_2} \Big|_{V_2=0}$$



รูปที่ 1-27 (d)

จากวงจรหาค่ากระแส  $-I_2$  เป็นวงจรแบ่งกระแสของ  $I_1$  ที่  $Z_2$

$$-I_2 = I_1 \frac{Z_1}{Z_2 + Z_1}$$

$$\frac{I_1}{-I_2} = \frac{Z_2 + Z_1}{Z_1}$$

$$D = 1 + \frac{Z_2}{Z_1}$$

$$[T] = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{Z_1 + Z_2 + Z_3}{Z_1 Z_2 + Z_1 Z_3} & \frac{Z_2}{Z_1} \\ \frac{(Z_1 + Z_2 + Z_3)(Z_2 + Z_3)}{(Z_1 Z_2 + Z_1 Z_3) Z_3} & 1 + \frac{Z_2}{Z_1} \end{bmatrix}$$

ตอบ

1.3.4 ความหมายทางฟิสิกส์ของไฮบริดเมทริกซ์ [H]

ความหมายทางฟิสิกส์ของไฮบริดเมทริกซ์ เป็นเมทริกซ์ที่ใช้หาค่า  $V_1$  และ  $I_2$  จากสมการ

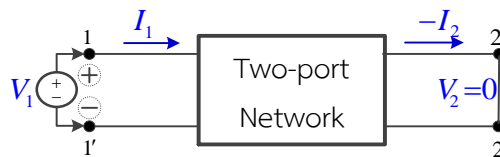
$$V_1 = h_{11}I_1 + h_{12}V_2 \tag{1-27}$$

$$I_2 = h_{21}I_1 + h_{22}V_2 \tag{1-28}$$

การหา  $h_{11}$

หาจากสมการ (1-27) โดยให้แรงดัน  $V_2=0$  คือลัดวงจรที่ขั้ว 2-2' แล้วมองอิมพีแดนซ์จากขั้ว 1-1' เข้าไปยังวงจรโครงข่าย ดังรูปที่ 1-28 (a)

$$h_{11} = \left. \frac{V_1}{I_1} \right|_{V_2=0}$$

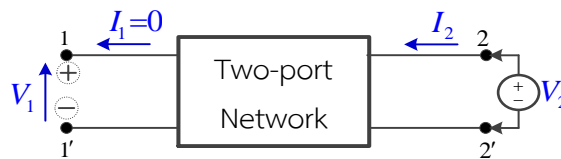


รูปที่ 1-28 (a)

การหา  $h_{12}$  (Open circuit reverse voltage gain)

หาจากสมการ (1-27) โดยให้แรงดัน  $I_1=0$  คือเปิดวงจรที่ขั้ว 1-1' พารามิเตอร์นี้เป็นอัตราส่วนของแรงดันระหว่างขั้ว 1-1' กับขั้ว 2-2' ขณะที่เปิดวงจรที่ขั้ว 1-1' ถ้า  $H_{12}=0$  แสดงว่าวงจรโครงข่ายไม่มีการป้อนกลับ (feedback) ดังรูปที่ 1-28 (b)

$$h_{12} = \left. \frac{V_1}{V_2} \right|_{I_1=0}$$

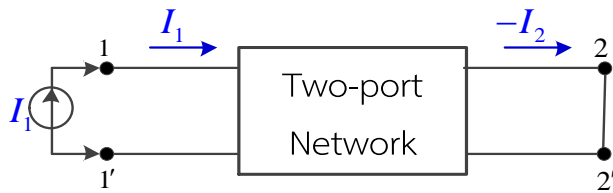


รูปที่ 1-28 (b)

การหา  $h_{21}$  (Short circuit forward current gain)

หาจากสมการ (1-28) โดยให้แรงดัน  $V_2=0$  คือลัดวงจรที่ขั้ว 2-2' พารามิเตอร์นี้เป็นอัตราส่วนของกระแสระหว่างขั้ว 2-2' กับขั้ว 1-1' ดังรูปที่ 1-28 (c)

$$h_{21} = \left. \frac{I_2}{I_1} \right|_{V_2=0}$$

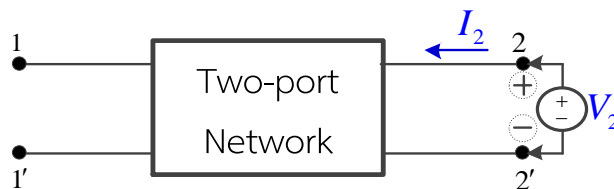


รูปที่ 1-28 (c)

การหา  $h_{22}$  (Open circuit output admittance)

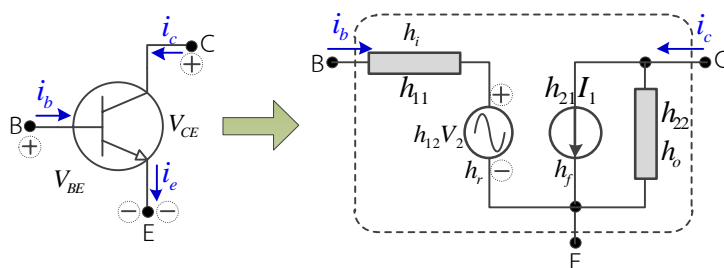
หาจากสมการ (1-28) โดยให้แรงดัน  $V_1=0$  คือเปิดวงจรที่ขั้ว 1-1' ดังรูปที่ 1-28 (d)

$$h_{22} = \left. \frac{I_2}{V_2} \right|_{I_1=0}$$



รูปที่ 1-28 (d)

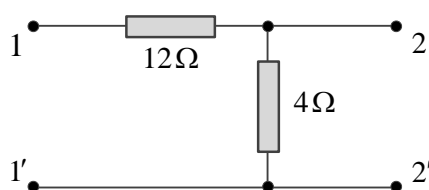
ค่าแอดมิตแตนซ์ที่มองจากขั้ว 2-2' เข้าไปหาวงจรโครงข่าย ไฮบริดพารามิเตอร์นิยมนำมาใช้เป็นวงจรสมมูลของทรานซิสเตอร์ ดังแสดงในรูปที่ 1-29



รูปที่ 1-29 สัญลักษณ์และวงจรสมมูลของทรานซิสเตอร์

ตัวอย่างที่ 1-13

จงหาไฮบริดพารามิเตอร์ของวงจรโครงข่ายสองคู่สายแบบแอลกลับ ดังแสดงในรูปที่ 1-30

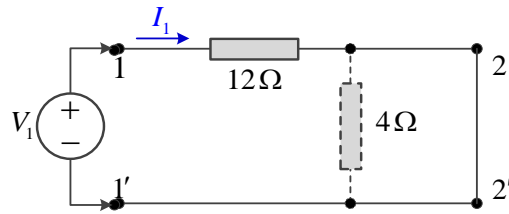


รูปที่ 1-30 วงจรสองคู่สายแบบแอลกลับแบบกำหนดความต้านทาน

วิธีทำ

หา  $h_{11}$  จาก

$$h_{11} = \left. \frac{V_1}{I_1} \right|_{V_2=0}$$



รูปที่ 1-30 (a)

เมื่อลัดวงจรที่ขั้ว 2-2' และป้อนแหล่งจ่ายแรงดัน  $V_1$  ที่ขั้ว 1-1'

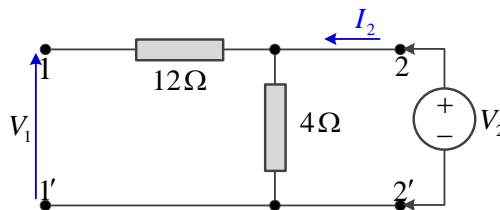
$$\begin{aligned} V_1 &= I_1 R_{12\Omega} \\ &= I_1 12\Omega \end{aligned}$$

$$\frac{V_1}{I_1} = 12\Omega$$

$$h_{11} = 12\Omega$$

หา  $h_{12}$  จาก

$$h_{12} = \left. \frac{V_1}{V_2} \right|_{I_1=0}$$



รูปที่ 1-30 (b)

เมื่อเปิดวงจรที่ขั้ว 1-1' และป้อนแหล่งจ่ายแรงดัน  $V_2$  ที่ขั้ว 2-2'

จะได้

$$V_1 = V_2$$

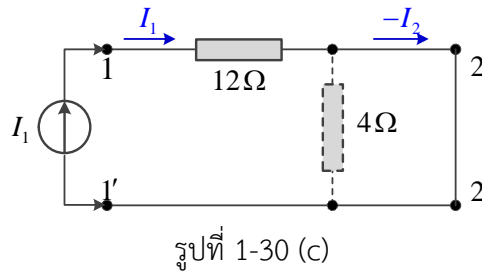
$$\frac{V_1}{V_2} = 1$$

$$h_{12} = 1$$

หา  $h_{21}$  จาก

$$h_{21} = \left. \frac{I_2}{I_1} \right|_{V_2=0}$$

## 64 เครือข่ายการสื่อสารและสายส่ง



เมื่อลัดวงจรที่ขั้ว 2-2' และป้อนแหล่งจ่ายกระแส  $I_1$  ที่ขั้ว 1-1'

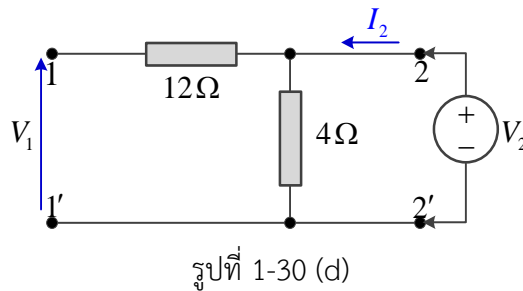
จะได้  $I_1 = -I_2$

$$\frac{I_2}{I_1} = -1$$

$$h_{21} = -1$$

หา  $h_{22}$  จาก

$$h_{22} = \left. \frac{I_2}{V_2} \right|_{I_1=0}$$



เมื่อเปิดวงจรที่ขั้ว 1-1' และป้อนแหล่งจ่ายแรงดัน  $V_2$  ที่ขั้ว 2-2'

จะได้  $V_2 = I_2 R_{4\Omega}$

$$= I_2 4\Omega$$

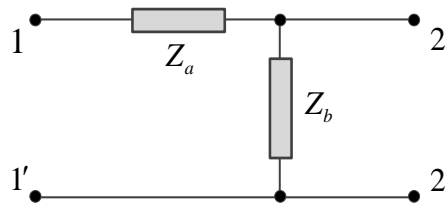
$$\frac{I_2}{V_2} = \frac{1}{4}$$

$$h_{22} = \frac{1}{4} \text{ S}$$

เพราะฉะนั้นจะได้ค่า

$$[H] = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12\Omega & 1 \\ -1 & \frac{1}{4} \text{ S} \end{bmatrix}$$

หากไม่ระบุค่าความต้านทานในวงจร



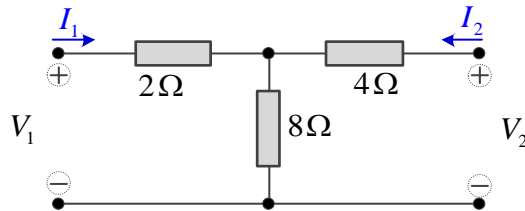
รูปที่ 1-30 (e)

จะได้ [H] พารามิเตอร์เป็น

$$[H] = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_a & 1 \\ -1 & \frac{1}{Z_b} \end{bmatrix}$$

ตอบ

ตัวอย่างที่ 1-14 จงหาไฮบริดพารามิเตอร์ของวงจรโครงข่ายสองคู่สาย ดังแสดงในรูปที่ 1-31



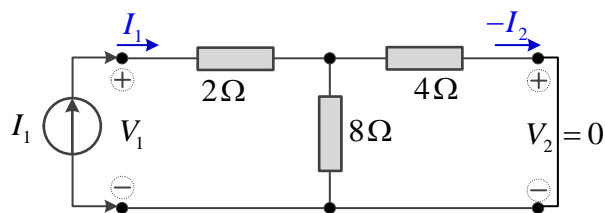
รูปที่ 1-31 ตัวอย่างที่ 1-14

วิธีทำ

หาค่า  $h_{11}$  และ  $h_{21}$

โดยทำการลัดวงจรทางด้านขวา และป้อนแหล่งจ่ายกระแส  $I_1$  เข้าที่วงจรทางด้านซ้ายดังแสดงในรูปที่

1-31 (a)



รูปที่ 1-31 (a)

จากวงจรในรูปที่ 1-31(a) จะได้

$$\begin{aligned} V_1 &= I_1 [R_{2\Omega} + (R_{8\Omega} // R_{4\Omega})] \\ V_1 &= I_1 \left[ 2 + \left( \frac{8 \times 4}{8 + 4} \right) \right] \\ &= \frac{14}{3} I_1 \end{aligned}$$

## 66 เครือข่ายการสื่อสารและสายส่ง

$$\frac{V_1}{I_1} = \frac{14}{3} \Omega$$

ดังนั้น

$$h_{11} = \left. \frac{V_1}{I_1} \right|_{V_2=0} = \frac{14}{3} \Omega$$

ใช้ทฤษฎีวงจรแบ่งกระแส จะได้

$$-I_2 = \frac{I_1 \times 8}{4+8}$$

$$= \frac{2}{3} I_1$$

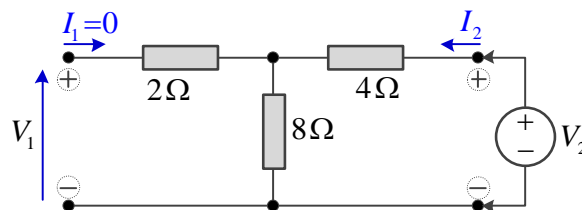
$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{-2}{3}$$

ดังนั้น

$$h_{21} = \left. \frac{I_2}{I_1} \right|_{V_2=0} = \frac{-2}{3}$$

หาค่า  $h_{12}$  และ  $h_{22}$

โดยทำการเปิดวงจรทางด้านเข้า และป้อนแหล่งจ่ายแรงดัน  $V_2$  เข้าที่วงจรทางด้านออก ดังแสดงในรูปที่ 1-31 (b)



รูปที่ 1-31 (b)

จากวงจรในรูปที่ 1-31 (b) ใช้ทฤษฎีวงจรแบ่งแรงดัน จะได้

$$V_1 = \frac{V_2 \times 8}{4+8} = \frac{2}{3} V_2$$

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{2}{3}$$

ดังนั้น

$$h_{12} = \left. \frac{V_1}{V_2} \right|_{I_1=0} = \frac{2}{3}$$

ในวงจรปิดทางด้านออก จะได้

$$V_2 = I_2 (R_{4\Omega} + R_{8\Omega})$$

$$= I_2 (4 + 8)$$

$$= 12I_2$$

ดังนั้น

$$\frac{I_2}{V_2} = \frac{1}{12} S$$

$$h_{22} = \left. \frac{I_2}{V_2} \right|_{I_1=0} = \frac{1}{12} S$$

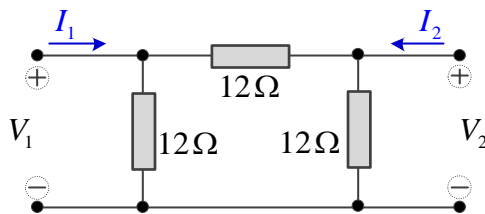
จะได้ไฮบริดพารามิเตอร์เป็น

$$[H] = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{14}{3} \Omega & \frac{2}{3} \\ -\frac{2}{3} & \frac{1}{12} S \end{bmatrix}$$

ตอบ

ตัวอย่างที่ 1-15

จงหาค่าไฮบริดพารามิเตอร์ของวงจรที่แสดงในรูปที่ 1-32

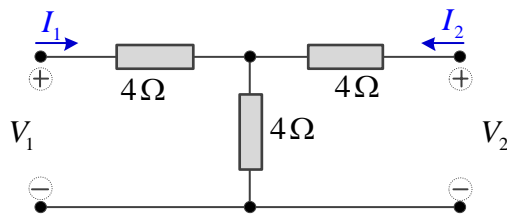


รูปที่ 1-32

วิธีทำ

แปลงวงจรเดลต้าไปเป็นวงจรสตาร์ ดังแสดงในรูปที่ 1-32 (a) ซึ่งคุณสมบัติของวงจรเดลต้าที่มีค่าความต้านทานเท่ากันทุกตัว จะได้ค่าของความต้านทานวงจรสตาร์ดังนี้

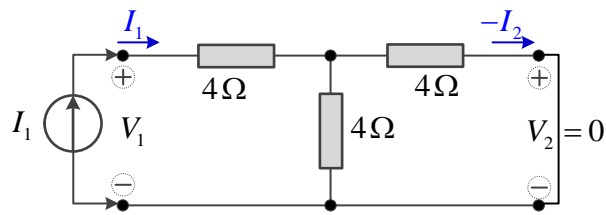
$$R_Y = \frac{1}{3} R_\Delta = \frac{1}{3} \times 12 \Omega = 4 \Omega$$



รูปที่ 1-32 (a)

หาค่า  $h_{11}$  และ  $h_{21}$

โดยทำการลัดวงจรทางด้านขวา และป้อนแหล่งจ่ายกระแส  $I_1$  เข้าที่วงจรทางด้านซ้าย ดังแสดงในรูปที่ 1-32 (b)



รูปที่ 1-32 (b)

จากวงจรในรูปที่ 1-32 (b) จะได้

$$\begin{aligned} V_1 &= I_1[R_{4\Omega} + (R_{4\Omega} // R_{4\Omega})] \\ &= I_1[4 + (\frac{4 \times 4}{4 + 4})] \\ &= 6I_1 \end{aligned}$$

$$\frac{V_1}{I_1} = 6 \Omega$$

ดังนั้น

$$h_{11} = \left. \frac{V_1}{I_1} \right|_{V_2=0} = 6 \Omega$$

ใช้ทฤษฎีวงจรแบ่งกระแส จะได้

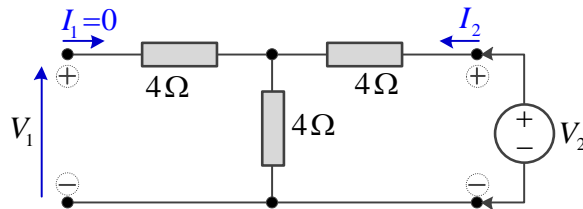
$$\begin{aligned} -I_2 &= \frac{I_1 \times 4}{4 + 4} \\ &= \frac{1}{2} I_1 \\ \frac{I_2}{I_1} &= \frac{-1}{2} \end{aligned}$$

ดังนั้น

$$h_{21} = \left. \frac{I_2}{I_1} \right|_{V_2=0} = \frac{-1}{2}$$

หาค่า  $h_{12}$  และ  $h_{22}$

โดยทำการเปิดวงจรทางด้านขวา และป้อนแหล่งจ่ายแรงดัน  $V_2$  เข้าที่วงจรทางด้านซ้าย ดังแสดงในรูปที่ 1-32 (c)



รูปที่ 1-32 (c)

จากวงจรในรูปที่ 1-32 (c) ใช้ทฤษฎีวงจรแบ่งแรงดัน จะได้

$$V_1 = \frac{V_2 \times 4}{4 + 4}$$

$$V_1 = \frac{1}{2} V_2$$

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{2}$$

ดังนั้น 
$$h_{12} = \left. \frac{V_1}{V_2} \right|_{I_1=0} = \frac{1}{2}$$

ในวงจรปิดทางด้านออก จะได้

$$V_2 = I_2 (R_{4\Omega} + R_{4\Omega})$$

$$= I_2 (4 + 4)$$

$$= 8 I_2$$

$$\frac{I_2}{V_2} = \frac{1}{8} S$$

ดังนั้น 
$$h_{22} = \left. \frac{I_2}{V_2} \right|_{I_1=0} = \frac{1}{8} S$$

จะได้ไฮบริดพารามิเตอร์เป็น

$$[H] = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6\Omega & \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{8} S \end{bmatrix}$$

ตอบ

### 1.3.5 ข้อสรุปบางประการเกี่ยวกับวงจรโครงข่ายสองคู่สาย

- 1) วงจรสองคู่สายที่สร้างจากอุปกรณ์พาสซีฟ (Passive or natural network)

$$Z_{12} = Z_{21}$$

$$Y_{12} = Y_{21}$$

(และมีเครื่องหมายเป็นลบ)

$$|T| = \begin{vmatrix} A & B \\ C & D \end{vmatrix} = 1$$

- 2) วงจรสองคู่สายที่สมมาตร

$$Z_{11} = Z_{22}$$

$$Y_{11} = Y_{22}$$

ในทราานสมิสมชันเมทริกซ์

$$A = D$$

$$|H| = 1$$

$$|G| = 1$$

1.4 การแปลงพารามิเตอร์ของวงจรโครงข่ายสองคู่สาย

วงจรสองคู่สายมี  $V_1, I_1, V_2$  และ  $I_2$  เกิดขึ้นที่ขั้ว 1-1' และขั้ว 2-2' นั้น ในการสร้างสมการ 2 สมการ เพื่อให้คู่ปริมาณหนึ่งเป็นตัวแปรต้น และอีกคู่ปริมาณหนึ่งเป็นตัวแปรตาม สามารถจัดสมการได้ 6 วิธี จึงเกิดพารามิเตอร์ที่ใช้บอกลักษณะสมบัติของวงจรโครงข่ายสองคู่สาย ในลักษณะเมทริกซ์ได้ 6 ลักษณะ คือ  $[Z], [Y], [T], [T'], [H]$  และ  $[G]$  เมทริกซ์ ซึ่งสามารถแปลงพารามิเตอร์หนึ่งให้เป็นพารามิเตอร์หนึ่งได้

1.4.1 การแปลงพารามิเตอร์ที่เป็นส่วนกลับกัน ได้แก่การแปลงระหว่าง  $[Z]$  กับ  $[Y]$  และ  $[T]$  กับ  $[T']$  ดังนี้

ตัวอย่างที่ 1-16

จงแปลง  $[Z]$  พารามิเตอร์เป็น  $[Y]$  พารามิเตอร์

วิธีทำ

จาก  $[Z] = \begin{bmatrix} z_{11} & z_{12} \\ z_{21} & z_{22} \end{bmatrix}$

และ  $[Z]^{-1} = \frac{\begin{bmatrix} z_{22} & -z_{12} \\ -z_{21} & z_{11} \end{bmatrix}}{|Z|}$

$|Z| = z_{11}z_{22} - z_{21}z_{12}$

$[Y] = [Z]^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{z_{22}}{|Z|} & \frac{-z_{12}}{|Z|} \\ \frac{-z_{21}}{|Z|} & \frac{z_{11}}{|Z|} \end{bmatrix} \tag{1-29}$

ข้อสรุปเพิ่มเติม

ในการทำงานเดียวกันกับตัวอย่างที่ 1-16 สามารถหาความสัมพันธ์ของพารามิเตอร์คู่อื่นได้ คือ

$[Z] = [Y]^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{y_{22}}{|Y|} & \frac{-y_{12}}{|Y|} \\ \frac{-y_{21}}{|Y|} & \frac{y_{11}}{|Y|} \end{bmatrix} \tag{1-30}$

$[G] = [H]^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{h_{22}}{|H|} & \frac{-h_{12}}{|H|} \\ \frac{-h_{21}}{|H|} & \frac{h_{11}}{|H|} \end{bmatrix} \tag{1-31}$

$$[H] = [G]^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{g_{22}}{|G|} & \frac{-g_{12}}{|G|} \\ \frac{-g_{21}}{|G|} & \frac{g_{11}}{|G|} \end{bmatrix} \quad (1-32)$$

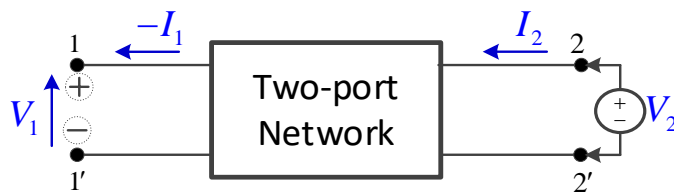
ตัวอย่างที่ 1-17

จงแปลง [T] พารามิเตอร์เป็น [T'] พารามิเตอร์

$$[T] = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \quad \text{และ} \quad [T'] = \begin{bmatrix} A' & B' \\ C' & D' \end{bmatrix}$$

วิธีทำ

พิจารณาทิศทางการส่งสัญญาณของ [T'] พารามิเตอร์ ดังแสดงในรูปที่ 1-33



รูปที่ 1-33 ทิศทางการป้อนแหล่งจ่ายเพื่อหา [T'] พารามิเตอร์

สมการที่ใช้หาค่า  $V_2, I_2$  จากปริมาณทางไฟฟ้า  $V_1, -I_1$  ได้ดังนี้

$$V_2 = A'V_1 - B'I_1 \quad (1-33)$$

$$I_2 = C'V_1 - D'I_1 \quad (1-34)$$

เขียนในรูปของเมทริกซ์

$$\begin{bmatrix} V_2 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A' & B' \\ C' & D' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ -I_1 \end{bmatrix} \quad (1-35)$$

จากสมการ (1-25) ความหมายทางฟิสิกส์ของ [T]

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2 \\ -I_2 \end{bmatrix}$$

นำมาคูณด้วย  $\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}^{-1}$  ตลอดทั้งสองข้าง

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2 \\ -I_2 \end{bmatrix}$$

เนื่องจากหลักการคูณเมทริกซ์ที่เป็นส่วนกลับกัน จะได้ว่า

$$[M]^{-1}[M] = [I]$$

และ  $[I][N] = [N]$

ดังนั้น

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_2 \\ -I_2 \end{bmatrix}$$

เพราะฉะนั้น

$$\begin{bmatrix} V_2 \\ -I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{D}{|T|} & \frac{-B}{|T|} \\ \frac{-C}{|T|} & \frac{A}{|T|} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} \quad (1-36)$$

จากสมการ (1-36) นำมาเขียนเป็นสมการทั่วไป

$$V_2 = \frac{D}{|T|} V_1 - \frac{B}{|T|} I_1 \quad (1-37)$$

$$-I_2 = \frac{-C}{|T|} V_1 + \frac{A}{|T|} I_1 \quad (1-38)$$

คูณสมการ (1-38) ด้วย -1

นำสมการ (1-37) และ (1-39) มาเขียนในรูปสมการเมทริกซ์

$$\begin{bmatrix} V_2 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{D}{|T|} & \frac{B}{|T|} \\ \frac{C}{|T|} & \frac{A}{|T|} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ -I_1 \end{bmatrix} \quad (1-40)$$

ดังนั้นการแปลง [T] พารามิเตอร์เป็น [T'] พารามิเตอร์ ได้เป็น

$$\begin{bmatrix} A' & B' \\ C' & D' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{D}{|T|} & \frac{B}{|T|} \\ \frac{C}{|T|} & \frac{A}{|T|} \end{bmatrix} \quad (1-41)$$

ในทำนองเดียวกัน สามารถแปลง [T'] พารามิเตอร์เป็น [T] พารามิเตอร์ ได้ดังนี้

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{D'}{|T'|} & \frac{B'}{|T'|} \\ \frac{C'}{|T'|} & \frac{A'}{|T'|} \end{bmatrix} \quad (1-42)$$

ตัวอย่างที่ 1-18

จงแปลง [Z] พารามิเตอร์เป็น [T] พารามิเตอร์

วิธีทำ

จากรูปสมการของ [Z]

$$V_1 = z_{11}I_1 + z_{12}I_2 \quad (1)$$

$$V_2 = z_{21}I_1 + z_{22}I_2 \quad (2)$$

และรูปสมการของ [T]

$$V_1 = AV_2 - BI_2 \quad (3)$$

$$I_1 = CV_2 - DI_2 \quad (4)$$

จะเห็นว่าสมการ (2) และ (4) มีตัวแปร  $V_2$ ,  $I_1$  และ  $I_2$  เหมือนกัน ปรับสมการ (2) ให้อยู่ในรูปของสมการ (4) จะได้ดังสมการที่ (5)

$$\begin{aligned} -z_{21}I_1 &= -V_2 + z_{22}I_2 \\ I_1 &= \frac{1}{z_{21}}V_2 - \frac{z_{22}}{z_{21}}I_2 \end{aligned} \quad (5)$$

นำสมการ (5) แทนในสมการ (1) จะได้ดังสมการที่ (6)

$$\begin{aligned} V_1 &= z_{11} \left( \frac{1}{z_{21}}V_2 - \frac{z_{22}}{z_{21}}I_2 \right) + z_{12}I_2 \\ V_1 &= \frac{z_{11}}{z_{21}}V_2 - \frac{z_{11}z_{22}}{z_{21}}I_2 + z_{12}I_2 \\ &= \frac{z_{11}}{z_{21}}V_2 - \left( \frac{z_{11}z_{22}}{z_{21}}I_2 - z_{12}I_2 \right) \\ V_1 &= \frac{z_{11}}{z_{21}}V_2 - \left( \frac{z_{11}z_{22} - z_{12}z_{21}}{z_{21}} \right) I_2 \\ &= \frac{z_{11}}{z_{21}}V_2 - \frac{|Z|}{z_{21}}I_2 \end{aligned} \quad (6)$$

เทียบสัมประสิทธิ์ระหว่างสมการ (3) กับ (6) และสมการ (4) กับ (5) ดังนี้

$$V_1 = AV_2 - BI_2 \quad (3)$$

$$V_1 = \frac{z_{11}}{z_{21}}V_2 - \frac{|Z|}{z_{21}}I_2 \quad (6)$$

$$I_1 = CV_2 - DI_2 \quad (4)$$

## 74 เครือข่ายการสื่อสารและสายส่ง

$$I_1 = \frac{1}{z_{21}} V_2 - \frac{z_{22}}{z_{21}} I_2 \quad (5)$$

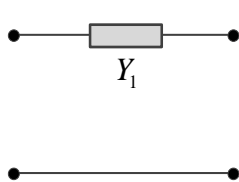
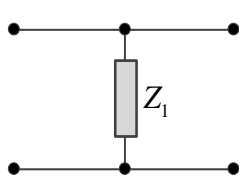
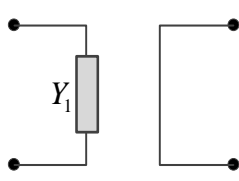
ดังนั้นจะแปลง [Z] พารามิเตอร์เป็น [T] พารามิเตอร์ คือ

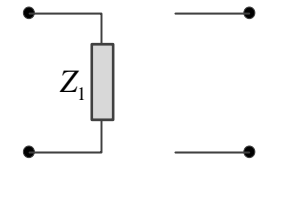
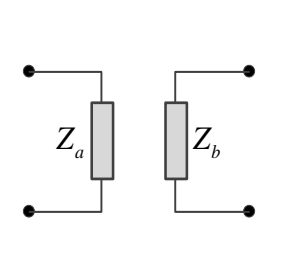
$$[T] = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{z_{22}}{z_{21}} & \frac{z_{11}}{z_{21}} \\ 1 & \frac{z_{22}}{z_{21}} \end{bmatrix} \quad \text{ตอบ}$$

### 1.5 การต่อวงจรสองคู่สาย (Combinations of two-port networks)

วงจรโครงข่ายสองคู่สาย จากตารางที่ 1-2 วงจรที่ง่ายที่สุดคือ วงจรแบบแอกกลับซึ่งสามารถใช้อุปกรณ์จำนวนน้อยกว่า ดังแสดงในตารางที่ 1-5

ตารางที่ 1-5 แสดงตัวอย่างวงจรสองคู่สายอย่างง่าย และ [Z], [Y], [T] ของวงจร

ลักษณะวงจร	[Z] พารามิเตอร์	[Y] พารามิเตอร์	[T] พารามิเตอร์
		$\begin{bmatrix} Y_1 & -Y_1 \\ -Y_1 & Y_1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{Y_1} \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$
	$\begin{bmatrix} Z_1 & Z_1 \\ Z_1 & Z_1 \end{bmatrix}$		$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{Z_1} & 1 \end{bmatrix}$
	$\begin{bmatrix} \frac{1}{Y_1} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} Y_1 & 0 \\ 0 & \infty \end{bmatrix}$	
	$\begin{bmatrix} Z_1 & 0 \\ 0 & \infty \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \frac{1}{Z_1} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$	

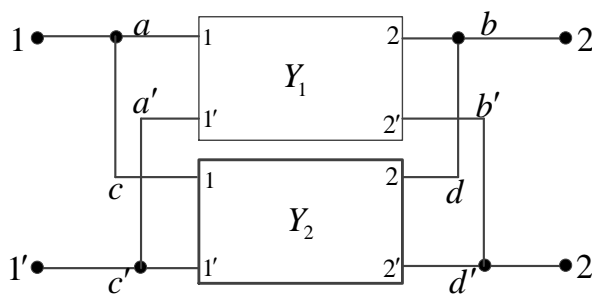
			
	$\begin{bmatrix} Z_a & 0 \\ 0 & Z_b \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \frac{1}{Z_a} & 0 \\ 0 & \frac{1}{Z_b} \end{bmatrix}$	

วงจรสองคู่สายอย่างง่ายมากกว่าหนึ่งวงจร สามารถนำมาต่อรวมกันแล้วกลายเป็นวงจรใหม่ได้ หรือกล่าวอีกนัยหนึ่งคือ วงจรโครงข่ายที่ซับซ้อน สามารถแยกออกเป็นวงจรโครงข่ายย่อยหลายวงจรได้ เพื่อให้ง่ายในการวิเคราะห์ห้วงจร

หลักการต่อวงจรโครงข่าย โดยการนำวงจรสองคู่สายใดๆ 2 วงจรมาต่อกัน ต้องพิจารณาว่าวงจรคู่สายนั้นมีสภาพการเป็นวงจรสองคู่สายเหมือนกัน หรือให้สังเกตว่า กระแสไหลเข้าและกระแสไหลออกจากวงจรต้องมีขนาดเท่ากัน และมีทิศทางตรงข้ามกัน อีกทั้งหลังจากต่อพ่วง 2 วงจรเข้าด้วยกันแล้วจะต้องไม่ให้อุปกรณ์ตัวใดตัวหนึ่งหายไป ถ้ามีอุปกรณ์ตัวใดหายไปจากการลัดวงจร ให้แก้ไขโดยการใช้หม้อแปลงไฟฟ้าอัตราส่วน 1:1 ช่วยควบคุมให้วงจรทั้งสองกลับมาสู่สภาพของวงจรสองคู่สายได้เหมือนเดิม

### 1.5.1 การต่อแบบขนาน (Parallel connection)

วิธีการต่อให้หน้าขั้ว 1-1' และ 2-2' ของทั้งสองวงจรต่อถึงกัน ดังรูปที่ 1-34



รูปที่ 1-34 แสดงการต่อวงจรสองคู่สายแบบขนาน

ถ้าไม่มีอุปกรณ์ตัวใดตัวหนึ่งหายไป แอดมิตแตนซ์รวมของวงจรสองคู่สายใหม่นี้จะมีค่าเท่ากับผลรวมของแอดมิตแตนซ์ของวงจรสองคู่สายทั้ง 2 วงจร ดังสมการ

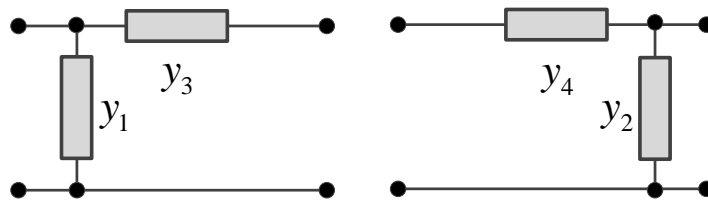
$$\begin{aligned}
 Y_T &= Y_1 + Y_2 \\
 &= \begin{bmatrix} y'_{11} & y'_{12} \\ y'_{21} & y'_{22} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} y''_{11} & y''_{12} \\ y''_{21} & y''_{22} \end{bmatrix}
 \end{aligned}
 \tag{1-43}$$

## 76 เครือข่ายการสื่อสารและสายส่ง

เงื่อนไขในการต่อแบบขนานคือ ที่วงรอบ  $a' b' d' c' a'$  จะต้องไม่มีกระแสไหลวน หรือเมื่อป้อนแรงดัน  $V_1$  ที่ขั้ว  $1-1'$  แล้วลัดวงจรที่ขั้ว  $b-b'$  และ  $d-d'$  และจะต้องให้ความต่างศักย์ที่  $b'-d = 0$  (เรียกว่า  $V_o=0$ )

### ตัวอย่างที่ 1-19

จงต่อวงจรสองคู่สาย 2 วงจรดังแสดงในรูปที่ 1-35 แบบขนาน และจงหาค่าแอดมิตแตนซ์รวมของวงจร



รูปที่ 1-35 ตัวอย่างที่ 1-19

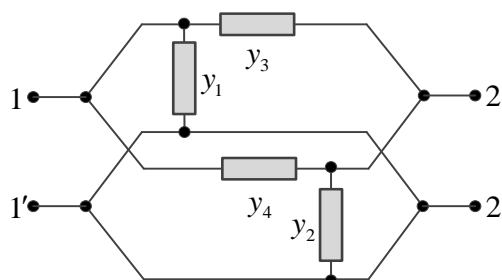
### วิธีทำ

(1) หา  $[Y]$  ของวงจรทั้งสองได้ดังนี้

$$Y_1 = \begin{bmatrix} y_1 + y_3 & -y_3 \\ -y_3 & y_3 \end{bmatrix}$$

$$Y_2 = \begin{bmatrix} y_4 & -y_4 \\ -y_4 & y_2 + y_4 \end{bmatrix}$$

(2) ต่อวงจรแบบขนาน ดังรูปที่ 1-35 (a)



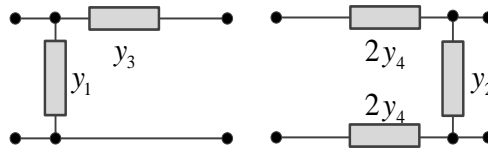
รูปที่ 1-35 (a)

(3) นำค่า  $Y_{ij}$  ของทั้งสองเมทริกซ์มาบวกกัน แล้วหาค่าแอดมิตแตนซ์รวม

$$Y_T = Y_1 + Y_2$$

### ตัวอย่างที่ 1-20

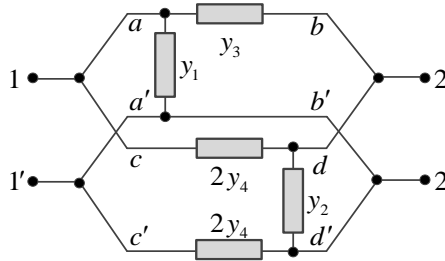
จากรูปที่ 1-36 จงต่อวงจรโครงข่ายสองคู่สายแบบขนาน และจงหาค่าแอดมิตแตนซ์รวมของวงจร



รูปที่ 1-36

วิธีทำ

(1) นำวงจรมาต่อแบบขนาน



รูปที่ 1-36 (a)

จากรูปจะเห็นว่าอนุภาค  $2Y_4$  ด้านล่างหายไป เนื่องจากเกิดการลัดวงจรที่ขั้ว  $a' - b'$  ดังนั้นได้ค่าแอดมิตแตนซ์รวม

หา  $[Y]$  ของวงจรทั้งสอง

$$Y_1 = \begin{bmatrix} y_1 + y_3 & -y_3 \\ -y_3 & y_3 \end{bmatrix}$$

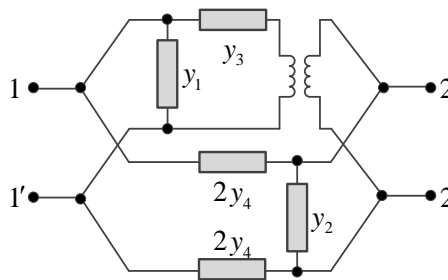
$$Y_2 = \begin{bmatrix} 2y_4 & -2y_4 \\ -2y_4 & y_2 + 2y_4 \end{bmatrix}$$

$$Y_T = Y_1 + Y_2$$

$$= \begin{bmatrix} y_1 + y_3 + 2y_4 & -(y_3 + 2y_4) \\ -(y_3 + 2y_4) & y_2 + y_3 + 2y_4 \end{bmatrix}$$

ตอบ

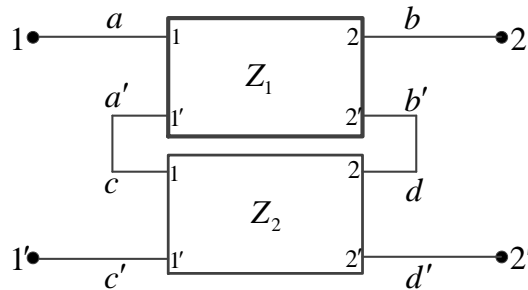
วิธีแก้ไขให้ต่อหม้อแปลงไฟฟ้า (1:1) ที่ขั้ว  $b - b'$  ดังรูป



รูปที่ 1-36 (b)

1.5.2 การต่อแบบอนุกรม (Series connection)

หลักการต่อวงจรสองคู่สายแบบอนุกรม ให้นำขั้ว 1' และ 2' ของวงจรแรกต่อเข้ากับขั้ว 1 และ 2 ของวงจรที่สองตามลำดับ ดังแสดงในรูปที่ 1-37



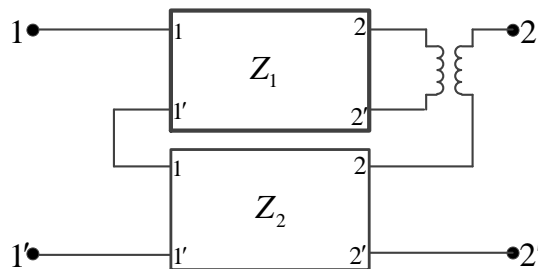
รูปที่ 1-37 การต่อวงจรสองคู่สายแบบอนุกรม

การต่อวงจรสองคู่สายจะทำให้อิมพีแดนซ์รวมเท่ากับ ผลรวมของอิมพีแดนซ์ของวงจรทั้งสอง ดังสมการที่ (1-44)

$$Z_T = Z_1 + Z_2 = \begin{bmatrix} z'_{11} + z''_{11} & z'_{12} + z''_{12} \\ z'_{21} + z''_{21} & z'_{22} + z''_{22} \end{bmatrix} \quad (1-44)$$

เงื่อนไขในการต่อวงจรแบบอนุกรม

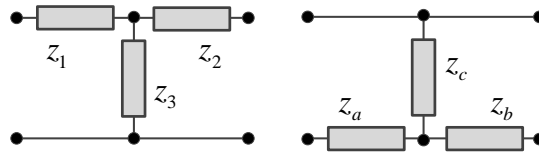
ต้องมีกระแสไหลวนในวงรอบ a', b', d, c และ a' เมื่อป้อนกระแส I<sub>1</sub> แล้วเปิดวงจรที่ขั้ว b-b' และ d-d' แล้วศักดาไฟฟ้าที่ขั้ว b'-d ต้องเท่ากับศูนย์ (V<sub>o</sub>=0) เมื่อ V<sub>b'-d</sub> ≠ 0 แสดงว่ามีอนุภาคตัวใดตัวหนึ่งอยู่ในวงรอบ a', b', d, c และ a' แก้ปัญหาโดยการต่อหม้อแปลงไฟฟ้าอัตราส่วน 1:1 เพื่อปิดกั้นทางเดินของกระแส ดังรูปที่ 1-38



รูปที่ 1-38 การใช้หม้อแปลงไฟฟ้าประกอบการต่อวงจรสองคู่สายแบบอนุกรม

ตัวอย่างที่ 1-21

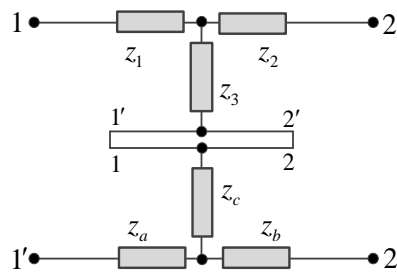
วงจรโครงข่าย ดังแสดงในรูปที่ 1-39 จงต่อวงจรโครงข่ายสองคู่สายแบบอนุกรม และหาค่าอิมพีแดนซ์รวมของวงจร



รูปที่ 1-39 วงจรโครงข่ายสองคู่สาย

วิธีทำ

- 1) ต่อวงจรแบบอนุกรม ดังรูปที่ 1-39 (a)



รูปที่ 1-39 (a)

- 2) หาค่าอิมพีแดนซ์รวมของวงจร

$$Z_1 = \begin{bmatrix} z_1 + z_3 & z_3 \\ z_3 & z_2 + z_3 \end{bmatrix}$$

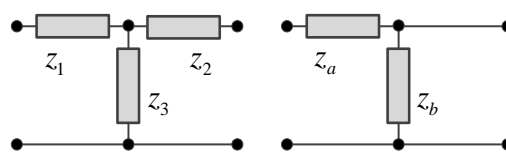
$$Z_2 = \begin{bmatrix} z_a + z_c & z_c \\ z_c & z_b + z_c \end{bmatrix}$$

$$Z_T = \begin{bmatrix} z_1 + z_3 + z_a + z_c & z_3 + z_c \\ z_3 + z_c & z_2 + z_3 + z_b + z_c \end{bmatrix}$$

ตอบ

ตัวอย่างที่ 1-22

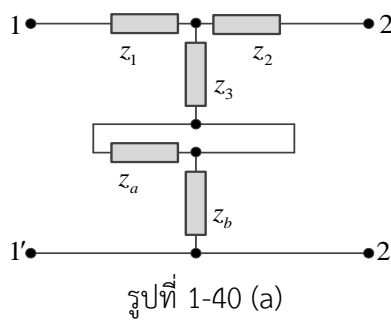
จากรูปที่ 1-40 เป็นวงจรโครงข่ายสองคู่สาย 2 วงจรแบบอนุกรม ให้ต่อวงจรโครงข่ายสองคู่สาย โดยไม่ให้อนุภาคตัวใดตัวหนึ่งถูกลัดวงจร และหาค่าอิมพีแดนซ์รวมของวงจร



รูปที่ 1-40 วงจรโครงข่ายสองคู่สาย

วิธีทำ

1) ต่อบางจรแบบอนุกรมได้ดังรูป



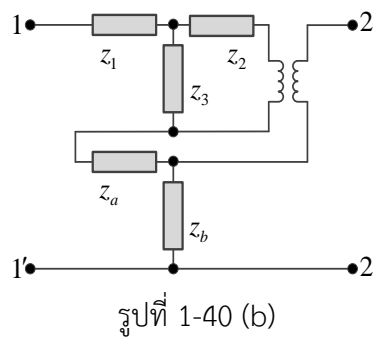
2) หาค่าอิมพีแดนซ์รวมของวงจร

$$Z_1 = \begin{bmatrix} z_1 + z_3 & z_3 \\ z_3 & z_2 + z_3 \end{bmatrix}$$

$$Z_2 = \begin{bmatrix} z_b & z_b \\ z_b & z_b \end{bmatrix}$$

$$Z_T = \begin{bmatrix} z_1 + z_3 + z_b & z_3 + z_b \\ z_3 + z_b & z_2 + z_3 + z_b \end{bmatrix}$$

แก้ไขการต่อแบบอนุกรมโดยใช้หม้อแปลงไฟฟ้า ดังรูปที่ 1-40 (b)



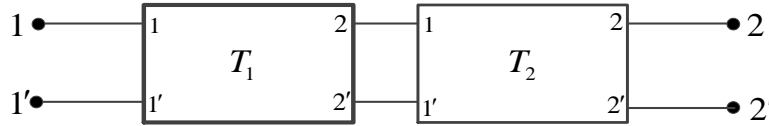
ค่าอิมพีแดนซ์รวมของวงจรจะได้ดังนี้

$$Z_T = \begin{bmatrix} z_1 + z_3 + z_a + z_b & z_3 + z_b \\ z_3 + z_b & z_2 + z_3 + z_b \end{bmatrix}$$

ตอบ

### 1.5.3 การต่อแบบคาสเคด (Cascade connection)

การต่อแบบคาสเคด เป็นการต่อวงจรสองคู่สายแบบใช้ขั้ว 2-2' (ด้านขวา) ของวงจรส่วนหน้า นำไปต่อกับขั้ว 1-1' (ด้านซ้าย) ของวงจรหลัง ดังแสดงในรูปที่ 1-41



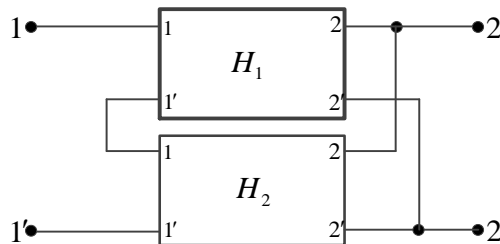
รูปที่ 1-41 การต่อวงจรสองคู่สายแบบคาสเคด

ผลของการต่อวงจรแบบคาสเคด

$$[T_r] = [T_1] \times [T_2] \quad (1-45)$$

### 1.5.4 การต่อแบบอนุกรม-ขนาน (Series-parallel connection)

การต่อแบบอนุกรม-ขนาน เป็นการต่อวงจรสองคู่สายแบบที่ให้ด้านซ้ายขั้ว 1-1' ทั้ง 2 วงจรโดย การต่อแบบอนุกรม ส่วนด้านขวาขั้ว 2-2' ต่อแบบขนาน ดังแสดงในรูปที่ 1-42

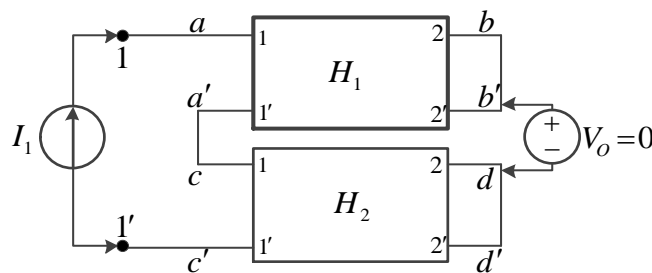


รูปที่ 1-42 การต่อวงจรสองคู่สายแบบอนุกรม-ขนาน

ผลของการต่อวงจรแบบอนุกรม-ขนาน ดังสมการที่ (1-46)

$$[H_r] = [H_1] + [H_2] \quad (1-46)$$

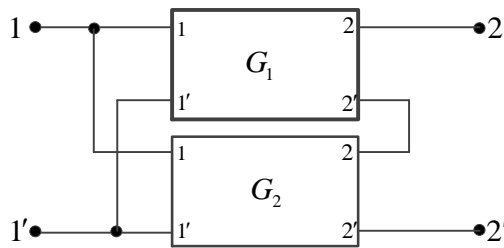
จากสมการที่ (1-46) เมื่อมีการทดสอบแล้วว่า ถ้าลัดวงจรที่ขั้ว 2-2' ทั้ง 2 วงจรและป้อน แหล่งจ่ายกระแส  $I_1$  โดยที่ศักดาไฟฟ้าที่ขั้ว b'-d ต้องเท่ากับศูนย์ ( $V_o=0$ ) ดังรูปที่ 1-43



รูปที่ 1-43 แสดงการทดสอบวงจรสองคู่สายที่ต่อแบบอนุกรม-ขนาน

1.5.5 การต่อวงจรแบบขนาน-อนุกรม (Parallel-series connection)

วิธีการต่อวงจรสองคู่สายแบบขนาน-อนุกรม โดยให้ด้านทางเข้าขั้ว 1-1' ของทั้ง 2 วงจรต่อแบบขนาน ส่วนด้านทางออกขั้ว 2-2' ของทั้ง 2 วงจรให้ต่อกันแบบอนุกรม ดังแสดงในรูปที่ 1-44

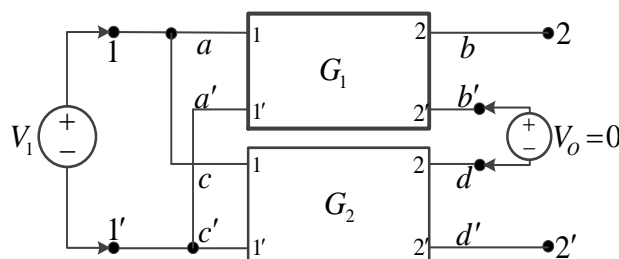


รูปที่ 1-44 การต่อวงจรสองคู่สายแบบขนาน-อนุกรม

ผลที่เกิดขึ้นสามารถใช้สมการผลบวกเมทริกซ์

$$[G_T] = [G_1] + [G_2] \tag{1-47}$$

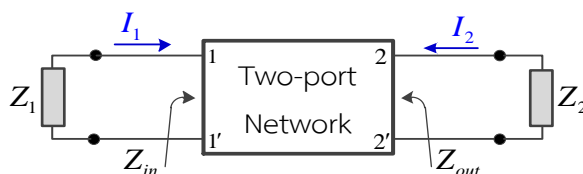
เงื่อนไขในการต่อวงจรแบบขนาน-อนุกรมที่สามารถใช้สมการ (1-47) ได้ก็ต่อเมื่อทดสอบโดยเปิดวงจรที่ขั้ว 2-2' ป้อนแหล่งจ่ายแรงดัน  $V_1$  แล้วทำให้ได้ศักดาไฟฟ้าที่ขั้ว b'-d เท่ากับศูนย์ ( $V_o=0$ ) ดังรูปที่ 1-45



รูปที่ 1-45 การทดสอบวงจรสองคู่สายที่ต่อแบบขนาน-อนุกรม

1.6 อิมเมจิมพีแดนซ์ (Image impedence)

ในวงจรโครงข่ายที่ประกอบด้วยอุปกรณ์แบบพาสซีฟ (Passive network) ถ้านำแหล่งจ่ายสัญญาณไปต่อเข้าที่ขั้ว 1-1' และขั้ว 2-2' ถูกต่อเข้ากับโหลด และให้วงจรมีสถานะส่งถ่ายกำลังสูงสุด หรือไม่มีการสะท้อนกลับของสัญญาณที่ขั้ว 1-1' และที่ขั้ว 2-2' ต้องให้อิมพีแดนซ์ของแหล่งจ่าย ( $Z_1$ ) เท่ากับอินพุตอิมพีแดนซ์ของวงจรโครงข่าย ( $Z_{in}$ ) และให้อิมพีแดนซ์ของโหลด ( $Z_2$ ) เท่ากับเอาต์พุตอิมพีแดนซ์ของวงจรโครงข่าย ( $Z_{out}$ )



รูปที่ 1-46 การต่ออิมเมจิมพีแดนซ์กับวงจรโครงข่าย

วงจรโครงข่ายที่ประกอบด้วยอุปกรณ์ R, L, C ลักษณะวงจรสองคู่สายใดๆย่อมมีค่าอิมเมจิมพีแดนซ์ประจำของแต่ละวงจร ลักษณะของอิมเมจิมพีแดนซ์คือ ถ้าเรานำ  $Z_2$  มาต่อที่ขั้ว 2-2' ของวงจรสองคู่สายแล้วมองจากขั้ว 1-1' ไปยังวงจรโครงข่ายจะได้ค่า  $Z_1$  จากนั้นปลด  $Z_2$  ออกจากขั้ว 2-2' แล้วต่อ  $Z_1$  เข้าที่ขั้ว 1-1' จากนั้นมองจากขั้ว 2-2' ไปยังวงจรโครงข่ายจะได้ค่าอิมพีแดนซ์เท่ากับ  $Z_2$  ที่ปลดออก

$Z_1$  และ  $Z_2$  คือ อิมเมจิมพีแดนซ์ของวงจรสองคู่สาย กล่าวอีกนัยหนึ่งคือ เมื่อมองที่ขั้ว 1-1' ไปทางด้านซ้ายและขวา จะเห็นค่า  $Z_1$  ทั้ง 2 ด้าน และในทำนองเดียวกันที่ระนาบขั้ว 2-2' เมื่อมองไปทางด้านซ้ายและขวา ย่อมมองเห็นอิมพีแดนซ์เท่ากับ  $Z_2$  ทั้งนี้หมายถึงว่ามีการต่อ  $Z_1$  ที่ขั้ว 1-1' และต่อ  $Z_2$  ที่ขั้ว 2-2' อยู่ก่อนแล้ว ( $Z_1, Z_2$  บางครั้งเรียกว่า  $Z_{01}, Z_{02}$ )

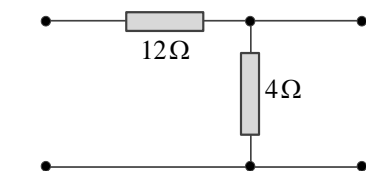
### 1.6.1 การหาค่าอิมเมจิมพีแดนซ์

$$\text{ใช้สูตร} \quad Z_{01} = \sqrt{\frac{z_{11}}{y_{11}}} = \sqrt{\frac{AB}{CD}} \quad (1-48)$$

$$Z_{02} = \sqrt{\frac{z_{22}}{y_{22}}} = \sqrt{\frac{BD}{AC}} \quad (1-49)$$

#### ตัวอย่างที่ 1-23

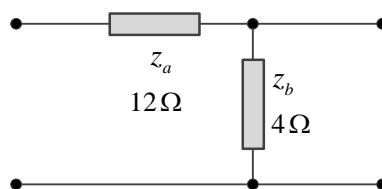
วงจรโครงข่ายสองคู่สาย ดังแสดงในรูปที่ 1-47 จงหาอิมเมจิมพีแดนซ์ ( $Z_{01}, Z_{02}$ ) ของวงจร



รูปที่ 1-47 วงจรโครงข่ายสองคู่สาย

#### วิธีทำ

จากเมทริกซ์พารามิเตอร์ของวงจรแบบแอลกลับ



รูปที่ 1-47 (a)

$$Z_{11} = Z_a + Z_b$$

$$\begin{aligned}
 &= 12\Omega + 4\Omega &&= 16\Omega \\
 z_{22} &= z_b &&= 4\Omega \\
 y_{11} &= \frac{1}{z_a} &&= \frac{1}{12\Omega} \\
 y_{22} &= \frac{z_a + z_b}{z_a z_b} \\
 &= \frac{12+4}{12 \times 4} &&= \frac{1}{3} S
 \end{aligned}$$

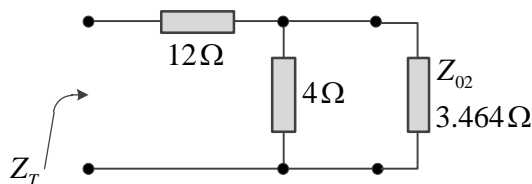
ค่าอิมเมจอิมพีแดนซ์

$$\begin{aligned}
 Z_{01} &= \sqrt{\frac{z_{11}}{y_{11}}} &&= \sqrt{\frac{16}{1/12}} &&= 13.856\Omega \\
 Z_{02} &= \sqrt{\frac{z_{22}}{y_{22}}} &&= \sqrt{\frac{4}{1/3}} &&= 3.464\Omega
 \end{aligned}$$

ตอบ

พิสูจน์คำตอบ

นำ  $Z_{02}$  มาต่อที่ขั้ว 2-2' ดังรูปที่ 1-47 (b)

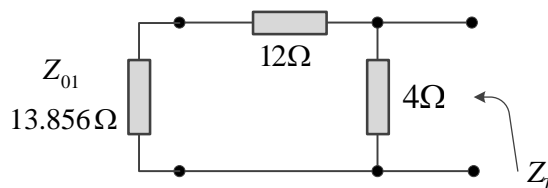


รูปที่ 1-47 (b)

จะได้

$$\begin{aligned}
 Z_T &= z_{12\Omega} + (z_{4\Omega} // z_{02}) \\
 &= 12\Omega + \left( \frac{4\Omega \times 3.464\Omega}{4\Omega + 3.464\Omega} \right) &&= 13.856\Omega
 \end{aligned}$$

นำ  $Z_{01}$  มาต่อที่ขั้ว 1-1'



รูปที่ 1-47 (c)

นั่นคือ

$$Z_T = Z_{4\Omega} // (Z_{12\Omega} + Z_{01})$$

$$= \frac{4\Omega \times 25.856 \Omega}{4\Omega + 25.856 \Omega} = 3.464 \Omega$$

ซึ่ง  $Z_T$  ที่คำนวณได้คือ  $Z_{02}$

1.7 ตารางความสัมพันธ์ของแต่ละเมทริกซ์ในวงจรโครงข่ายสองคู่สาย

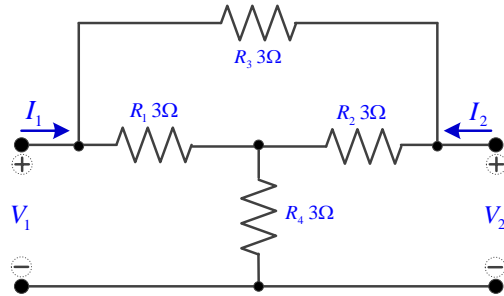
	[Z]	[Y]	[H]	[G]	[T]	[T']
[Z]	$\begin{bmatrix} z_{11} & z_{12} \\ z_{21} & z_{22} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \frac{y_{22}}{ Y } & -\frac{y_{12}}{ Y } \\ -\frac{y_{21}}{ Y } & \frac{y_{11}}{ Y } \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \frac{ H }{h_{22}} & \frac{h_{12}}{h_{22}} \\ -\frac{h_{21}}{h_{22}} & \frac{1}{h_{22}} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \frac{1}{g_{11}} & -\frac{g_{12}}{g_{11}} \\ \frac{g_{21}}{g_{11}} & \frac{ G }{g_{11}} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \frac{a_{11}}{a_{21}} & \frac{ T }{a_{21}} \\ \frac{1}{a_{21}} & \frac{a_{22}}{a_{21}} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -\frac{b_{22}}{b_{21}} & -\frac{1}{b_{21}} \\ -\frac{ T' }{b_{21}} & -\frac{b_{11}}{b_{21}} \end{bmatrix}$
[Y]	$\begin{bmatrix} \frac{z_{22}}{ Z } & -\frac{z_{12}}{ Z } \\ -\frac{z_{21}}{ Z } & \frac{z_{11}}{ Z } \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} \\ y_{21} & y_{22} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \frac{1}{h_{11}} & -\frac{h_{12}}{h_{11}} \\ \frac{h_{21}}{h_{11}} & \frac{ H }{h_{11}} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \frac{ G }{g_{22}} & \frac{g_{12}}{g_{22}} \\ -\frac{g_{21}}{g_{22}} & \frac{1}{g_{22}} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \frac{a_{22}}{a_{12}} & -\frac{ T }{a_{12}} \\ -1 & \frac{a_{11}}{a_{12}} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -\frac{b_{11}}{b_{12}} & \frac{1}{b_{12}} \\ \frac{ T' }{b_{12}} & -\frac{b_{22}}{b_{12}} \end{bmatrix}$
[H]	$\begin{bmatrix} \frac{ Z }{z_{22}} & \frac{z_{12}}{z_{22}} \\ -\frac{z_{21}}{z_{22}} & \frac{1}{z_{22}} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \frac{1}{y_{11}} & -\frac{y_{12}}{y_{11}} \\ \frac{y_{21}}{y_{11}} & \frac{ Y }{y_{11}} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \frac{g_{22}}{ G } & -\frac{g_{12}}{ G } \\ -\frac{g_{21}}{ G } & \frac{g_{11}}{ G } \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \frac{a_{12}}{a_{22}} & \frac{ T }{a_{22}} \\ -1 & \frac{a_{21}}{a_{22}} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -\frac{b_{12}}{b_{11}} & \frac{1}{b_{11}} \\ -\frac{ T' }{b_{11}} & -\frac{b_{21}}{b_{11}} \end{bmatrix}$
[G]	$\begin{bmatrix} \frac{1}{z_{11}} & -\frac{z_{12}}{z_{11}} \\ \frac{z_{21}}{z_{11}} & \frac{ Z }{z_{11}} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \frac{ Y }{y_{11}} & \frac{y_{12}}{y_{22}} \\ -\frac{y_{21}}{y_{22}} & \frac{1}{y_{22}} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \frac{h_{22}}{ H } & -\frac{h_{12}}{ H } \\ -\frac{h_{21}}{ H } & \frac{h_{11}}{ H } \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{21} & g_{22} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \frac{a_{21}}{a_{11}} & -\frac{ T }{a_{11}} \\ \frac{1}{a_{11}} & \frac{a_{12}}{a_{11}} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -\frac{b_{21}}{b_{22}} & -\frac{1}{b_{22}} \\ \frac{ T' }{b_{22}} & -\frac{b_{12}}{b_{22}} \end{bmatrix}$
[T]	$\begin{bmatrix} \frac{z_{11}}{z_{21}} & \frac{ Z }{z_{21}} \\ \frac{1}{z_{21}} & \frac{z_{22}}{z_{21}} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -\frac{y_{22}}{y_{21}} & -\frac{1}{y_{21}} \\ -\frac{ Y }{y_{21}} & -\frac{y_{11}}{y_{21}} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -\frac{ H }{h_{21}} & -\frac{h_{11}}{h_{21}} \\ -\frac{h_{22}}{h_{21}} & -1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \frac{1}{g_{21}} & \frac{g_{22}}{g_{21}} \\ \frac{g_{11}}{g_{21}} & \frac{ G }{g_{21}} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \frac{b_{22}}{ T' } & -\frac{b_{12}}{ T' } \\ -\frac{b_{21}}{ T' } & \frac{b_{11}}{ T' } \end{bmatrix}$
[T']	$\begin{bmatrix} \frac{z_{22}}{z_{12}} & -\frac{ Z }{z_{12}} \\ -1 & \frac{z_{11}}{z_{12}} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -\frac{y_{11}}{y_{12}} & \frac{1}{y_{12}} \\ \frac{ Y }{y_{12}} & -\frac{y_{22}}{y_{12}} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \frac{1}{h_{12}} & -\frac{h_{11}}{h_{12}} \\ -\frac{h_{22}}{h_{12}} & \frac{ H }{h_{12}} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -\frac{ G }{g_{12}} & \frac{g_{22}}{g_{12}} \\ \frac{g_{11}}{g_{12}} & -1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \frac{a_{22}}{ T } & -\frac{a_{12}}{ T } \\ -\frac{a_{21}}{ T } & \frac{a_{11}}{ T } \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix}$

หมายเหตุ:  $|X|$  เป็น determinant ของ  $[X]$

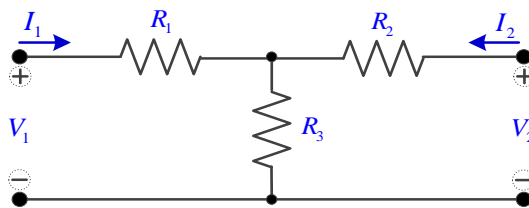
ค่าศัพท์ที่ใช้เป็นตัวแทนของ ABCD พารามิเตอร์เป็นเมทริกซ์ขององค์ประกอบที่กำหนดเป็น  $a_{11}, a_{12}, a_{21}, a_{22}$  และ  $A', B', C', D'$  พารามิเตอร์เป็นเมทริกซ์ผกผันขององค์ประกอบที่กำหนดเป็น  $b_{11}, b_{12}, b_{21}, b_{22}$

แบบฝึกหัดที่ 1

1. จงหาค่า [Y] พารามิเตอร์ของวงจรโครงข่ายสองคู่สาย ดังแสดงในรูป



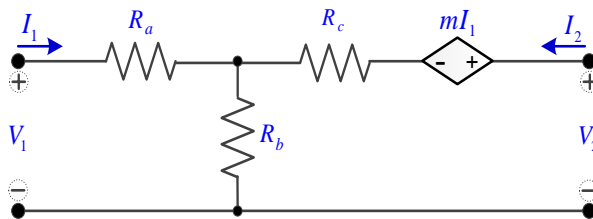
2. จงออกแบบวงจร T network ดังแสดงในรูป โดยคำนึงถึงค่า [Z] พารามิเตอร์ที่กำหนดให้



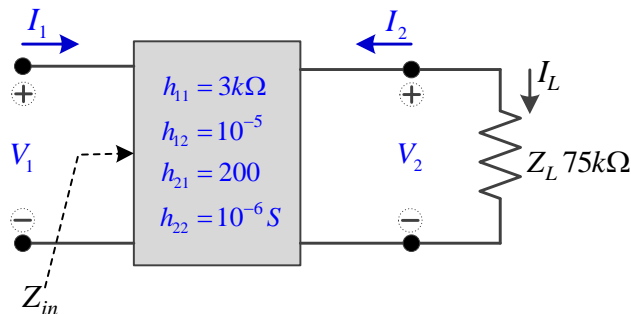
$$z = \begin{bmatrix} 12 & 4 \\ 4 & 8 \end{bmatrix}$$

(คำนวณหาค่า  $R_1$ ,  $R_2$  และ  $R_3$  ที่ทำให้ได้ค่า [Z] พารามิเตอร์ตามที่กำหนด)

3. จงหาค่า [T] พารามิเตอร์ของวงจรโครงข่ายสองคู่สาย ดังแสดงในรูป



4. จงหาค่าอินพุตอิมพีแดนซ์ ( $Z_{in}$ ) ของวงจรโครงข่าย ดังแสดงในรูป



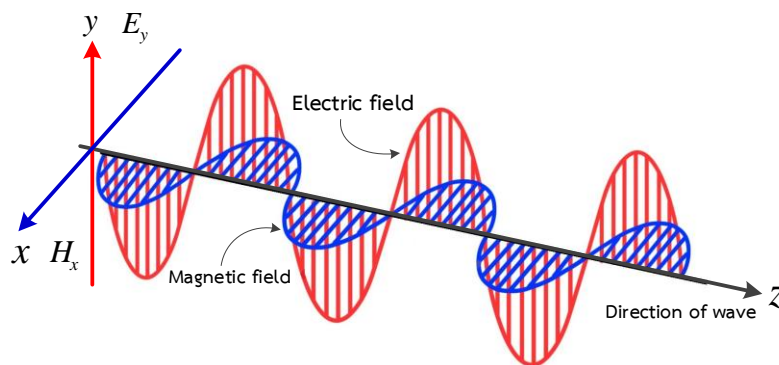
บทที่ 2  
สายส่ง  
(Transmission line)

2.1 บทนำ

สายส่ง (transmission line) คือระบบตัวนำที่เป็นโลหะใช้ในการส่งผ่านพลังงาน (กำลังไฟฟ้า, คลื่นเสียง, คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า) จากจุดหนึ่งไปยังตำแหน่งอื่นๆ ด้วยประสิทธิภาพในการส่งผ่านที่มีการสูญเสียพลังงานน้อยที่สุด โครงสร้างโดยทั่วไปของสายส่งจะประกอบด้วยเส้นลวดตัวนำ 2 เส้นหรือมากกว่าที่ถูกแยกออกจากกันด้วยฉนวนเรียกว่า “ระบบของคู่สายหรือสายส่งเส้นคู่” สายส่งเป็นอุปกรณ์เฉพาะที่ถูกออกแบบมาเพื่อการถ่ายโอนพลังงานจากด้านส่ง (เครื่องส่ง) ไปยังด้านรับ (สายอากาศ) ด้วยคุณสมบัติที่มีค่าการสูญเสียพลังงานที่น้อยที่สุด การสูญเสียพลังงานในระหว่างการส่งผ่านขึ้นอยู่กับคุณสมบัติทางไฟฟ้าและทางกายภาพของสายส่ง เช่น ความต้านทานและอิมพีแดนซ์ และสายส่งสามารถจะมีขนาดความยาวสั้นเพียงแค่นี้ หรือสามารถจะมีขนาดความยาวเป็นระยะหลายพันไมล์ก็ได้

2.2 คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า (Electromagnetic wave)

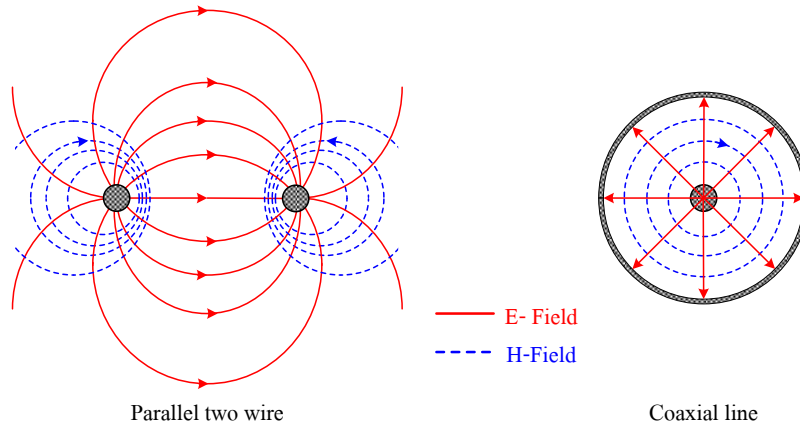
การแพร่กระจายของกำลังงานไฟฟ้าไปตามสายส่งจะเกิดขึ้นในรูปแบบของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าตามขวาง (transverse electromagnetic wave) ที่เกิดจากการเหนี่ยวนำระหว่างสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็ก โดยมีทิศทางการเคลื่อนที่ในแนวตั้งฉากกัน ดังแสดงในรูปที่ 2-1



รูปที่ 2-1 รูปแบบของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าตามขวาง

คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าจะเดินทางไปตามความยาวของสายส่งจากแหล่งกำเนิดสัญญาณไปทางโหลดจะถูกเรียกว่า “คลื่นตกกระทบ” (Incident wave) และส่วนของคลื่นที่เดินทางจากโหลดย้อนกลับไปยังแหล่งกำเนิดสัญญาณจะถูกเรียกว่า “คลื่นสะท้อน” (Reflected wave)

ถ้าพิจารณาในรูปหน้าตัดของสนามไฟฟ้า (E) และสนามแม่เหล็ก (H) ที่เกิดขึ้นรอบๆเส้นลวดตัวนำคู่ขนานและสายส่งแกนร่วมแล้วจะเป็นเสมือนว่าสนามไฟฟ้า และสนามแม่เหล็ก จะตั้งฉากกันทุกๆจุด ดังแสดงในรูปที่ 2-2



รูปที่ 2-2 รูปหน้าตัดของสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กบนสายส่ง

### 2.2.1 คุณลักษณะของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า (Electromagnetic wave characteristic)

ความเร็วคลื่น (wave velocity) คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าเดินทางด้วยความเร็วที่ไม่คงที่ ซึ่งจะขึ้นอยู่กับชนิดของคลื่นและคุณสมบัติเฉพาะของตัวกลางการแพร่กระจาย เช่น คลื่นเสียงจะเดินทางด้วยความเร็วประมาณ 2,200 ฟุตต่อวินาทีในชั้นบรรยากาศปกติ

คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าจะเดินทางด้วยความเร็วที่สูงมากในสุญญากาศและคลื่นจะเดินทางด้วยความเร็วเท่ากับความเร็วแสง คือ 286,283 ไมล์ต่อวินาที หรือ 299,792,462 เมตรต่อวินาที หรือใช้ค่าประมาณเป็น 286,000 ไมล์ต่อวินาที หรือ  $3 \times 10^8$  เมตรต่อวินาที

แต่อย่างไรก็ตามในอากาศซึ่งเป็นชั้นบรรยากาศของโลก คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าจะเดินทางด้วยความเร็วที่ช้าลงและในสายส่งที่มีขนาดความยาวมาก ๆ การเดินทางของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าก็จะช้าลงด้วย

### 2.2.2 ความถี่และความยาวคลื่น (Wavelength and frequency)

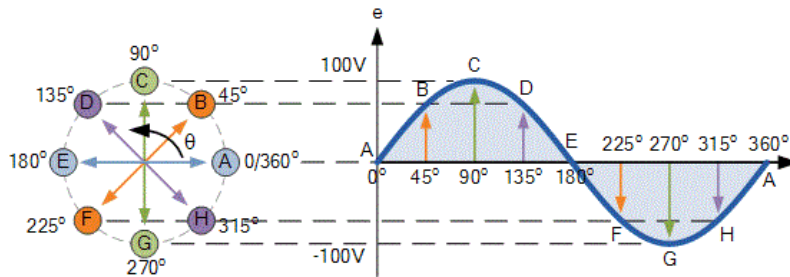
การเกิดออสซิลเลตของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าจะเกิดขึ้นเป็นคาบเวลาและจะเกิดซ้ำกันไปเรื่อยๆ นั่นคือ การเกิดสัญญาณที่มีคาบเวลา (period) เป็นวินาทีผ่านไปแล้วยังกลับมาซ้ำค่าเดิมและจำนวนครั้งที่เกิดสัญญาณซ้ำกันใน 1 หน่วยเวลาเรียกว่า “ความถี่” (Frequency :  $f$  ) มีหน่วยเป็น เฮิรตซ์ (Hertz : Hz) และความสัมพันธ์ของความถี่กับคาบเวลา

$$f = \frac{1}{T} \tag{2.1}$$

และค่าความยาวของ 1 รอบที่เกิดสัญญาณขึ้นเรียกว่า “ความยาวคลื่น” (Wavelength) ซึ่งหาค่าได้จากสมการพื้นฐานคือ  $Distance = Velocity \times Time$

ถ้าเวลาที่ 1 รอบถูกแทนด้วยสมการข้างบนและให้ค่าความยาวของ 1 รอบที่เรียกว่าความยาวคลื่นและใช้สัญลักษณ์เป็นตัวอักษรภาษากรีกว่า Lambda : ( $\lambda$ )

และระยะทางที่คลื่นเดินทางไปตามสายเป็นระยะ 1 ความยาวคลื่น ค่ามุมเฟสของสัญญาณจะเปลี่ยนไป  $2\pi$  เรเดียน



รูปที่ 2-3 รูปคลื่นซายน์ในโดเมนเวลา

จากรูปแสดงให้เห็นความยาวคลื่นในสายตั้งแต่ต้นทางที่จุด 0 องศา จนถึงจุด 360 องศา คือ 1 ความยาวคลื่น ดังนั้นถ้ากำหนดให้  $\lambda$  เป็นสัญลักษณ์ของความยาวคลื่น จะได้ว่า

$$\beta\lambda = 2\pi \quad (2.2)$$

และ

$$\lambda = \frac{2\pi}{\beta} \quad (2.3)$$

เนื่องจากการเปลี่ยนแปลงเฟสไป  $2\pi$  เรเดียน เป็นการเปลี่ยนแปลงของสัญญาณ 1 ไซเคิลต่อ 1 หน่วยเวลาและได้ระยะทางเป็น 1 ความยาวคลื่น ดังนั้นจึงได้ระยะทางเป็น

$$x = VT \quad (2.4)$$

$$\lambda = \frac{V}{f} \quad (2.5)$$

ดังนั้นสมการความยาวคลื่นในสมการ (2.3) และสมการ (2.5) สามารถนำมาใช้ร่วมกันเพื่อหาค่าของความเร็วคลื่น (velocity) ในสายส่งได้ คือ

$$v = \lambda f \quad (2.6)$$

$$= \frac{2\pi f}{\beta}$$

$$v = \frac{\omega}{\beta} \quad (2.7)$$

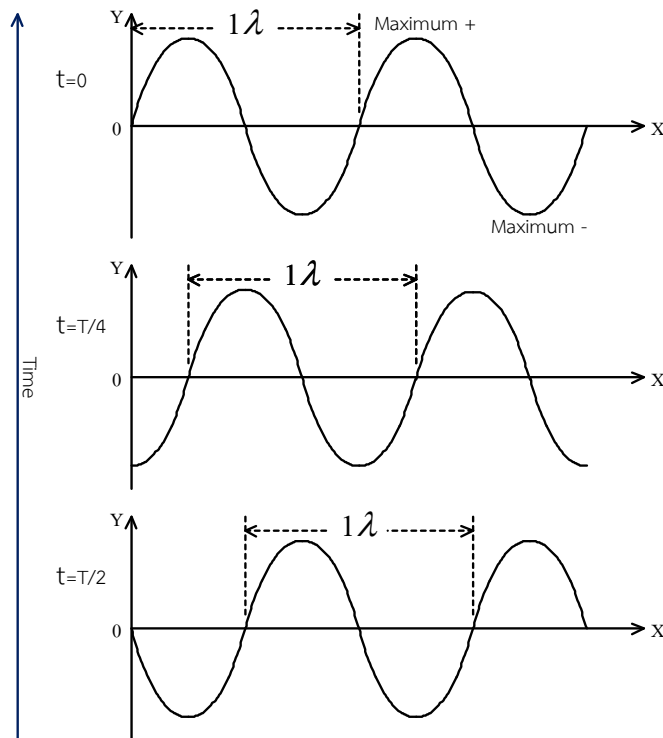
## 90 เครือข่ายการสื่อสารและสายส่ง

สมการ (2.7) เป็นสมการแสดงค่าความเร็วของคลื่นในสายส่ง ซึ่งหากการเปลี่ยนแปลงเฟสของสัญญาณในสายส่งมีหน่วยเป็นไมล์หรือเมตรต่อวินาที (หน่วยความยาวสายต่อวินาที) ถ้า  $\beta$  มีหน่วยเป็นเรเดียนต่อไมล์หรือเมตร และสมมุติให้  $\beta$  มีหน่วยเป็นเรเดียนต่อเมตร

เพราะฉะนั้น 
$$V = \frac{\text{Meters}}{\text{Second}}$$

สำหรับการแพร่กระจายในสุญญากาศ ค่าความเร็วคลื่น ( $V_c$ ) เท่ากับความเร็วแสง เพราะฉะนั้นค่าความยาวของ 1 รอบ จะได้ตั้งสมการที่ (2-8)

$$\begin{aligned} \lambda &= \frac{V_c}{f} \\ \lambda &= \frac{V_c \text{ m/s}}{f \text{ cycle/s}} \\ &= \frac{\text{Meters}}{\text{Cycle}} \end{aligned} \quad (2-8)$$



รูปที่ 2-4 ลักษณะการเคลื่อนที่ของสัญญาณคลื่นตามยาว

จากรูปที่ 2-4 แสดงลักษณะการเคลื่อนที่และอัตราความเร็วของคลื่นตามยาว (Longitudinal wave) ที่แพร่กระจายไปตามความยาวของสายส่งจากแหล่งกำเนิดสัญญาณไปยังโหลด จากรูปที่แสดงแกนแนวนอน

(X) และแกนแนวตั้ง (y) คือการเคลื่อนที่ของคลื่น และค่า 1 ความยาวคลื่น คือระยะทางที่ครอบคลุมใน 1 รอบของรูปคลื่น มันสามารถแสดงให้เห็นว่าคลื่นเคลื่อนที่ไปทางขวาหรือแพร่กระจายไปตามสายส่งด้วยค่าของคาบเวลา ถ้าหากป้อนแรงดันไฟฟ้าเข้าไปที่ทุกๆจุดบนสายส่ง ค่าแรงดันไฟฟ้าที่วัดได้จะแสดงค่าแกว่งไป-มา จากศูนย์ไปค่าบวกสูงสุด และกลับมายังศูนย์ไปค่าลบสูงสุดแล้วกลับมายังศูนย์อีกครั้งหนึ่งและจะซ้ำรอบอย่างนี้ต่อไปเรื่อยๆ

### 2.3 ชนิดของสายส่ง (Type of transmission lines)

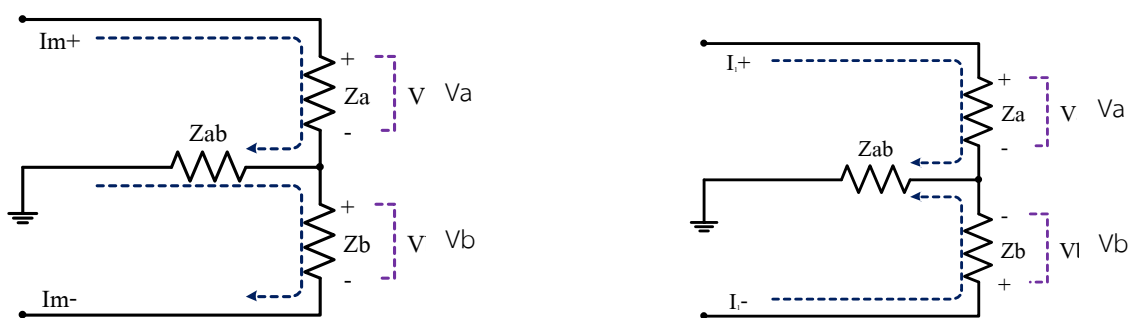
สายส่งที่ใช้ในการส่งผ่านสัญญาณไฟฟ้าจะถูกแบ่งคุณลักษณะของสายส่งตามค่าความถี่ของสัญญาณที่ใช้งาน เช่น สายส่งที่ใช้สำหรับการส่งกำลังงานด้านระบบไฟฟ้ากำลัง ไฟฟ้าแรงดันสูง หรือไฟฟ้าแรงดันต่ำ ที่ใช้สัญญาณย่านความถี่ต่ำคือ 50 เฮิรตซ์ หรือ 60 เฮิรตซ์ และสายส่งที่ใช้สำหรับการส่งผ่านสัญญาณย่านความถี่สูงหรือเรียกว่าสัญญาณความถี่วิทยุ จะมีค่าความถี่ตั้งแต่ 30 กิโลเฮิรตซ์ขึ้นไปจนถึงย่านความถี่ที่สูงกว่า 2 จิกกะเฮิรตซ์ และจากคุณสมบัติทางไฟฟ้าของสายส่งแบบตัวนำคู่ขนาน จะใช้งานกันที่ความถี่ไม่เกิน 3 จิกกะเฮิรตซ์ ถ้าหากสัญญาณมีค่าความถี่สูงกว่านี้หรือเรียกว่าสัญญาณความถี่ไมโครเวฟ จะใช้สายส่งที่มีรูปแบบเป็นท่อนำคลื่น (Waveguide)

สายส่งโดยทั่วไปสามารถจะแบ่งออกได้เป็น 2 ชนิด คือ สายส่งแบบสายสมดุล (Balanced line) และสายส่งแบบสายไม่สมดุล (Unbalanced line)

ซึ่งสายส่งแบบสายสมดุลเป็นระบบคู่สายที่ลวดตัวนำทั้งสองจะนำกระแสและกระแสที่ไหลในลวดตัวนำจะเป็นสัญญาณกลับเฟส 180 องศากับกระแสในลวดตัวนำอีกเส้นหนึ่ง

ในส่วนของสายส่งแบบสายไม่สมดุลเป็นระบบคู่สายที่ลวดตัวนำเส้นหนึ่งเป็นตัวนำกระแสในขณะที่ลวดตัวนำอีกเส้นหนึ่งจะมีศักย์เป็นกราวด์

ลวดตัวนำทั้งสองของสายส่งแบบสายสมดุลเป็นตัวนำกระแสที่มีขนาดกระแสเท่ากันโดยเทียบกับกราวด์ แต่ทิศทางการไหลของกระแสจะเป็นทิศทางตรงกันข้ามและกระแสที่ไหลในทิศทางสวนกันในระบบสายสมดุลนี้จะถูกเรียกว่า “กระแสวงจรโลหะ” (Metallic circuit currents) ส่วนกระแสที่ไหลในทิศทางเดียวกันจะถูกเรียกว่า “กระแสวงจรถามยาว” (Longitudinal circuit currents) ดังรูปที่ 2-5



ก) ทิศทางการไหลของกระแสวงจรโลหะ

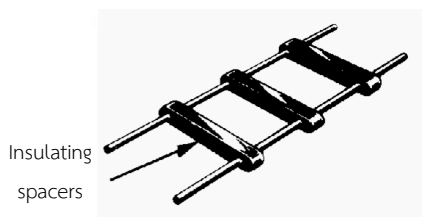
ข) ทิศทางการไหลของกระแสวงจรถามยาว

รูปที่ 2-5 วงจรกระแสบนสายส่งแบบสายสมดุล

### 2.3.1 สายส่งคู่ขนาน (Parallel-conductor transmission line)

สายส่งคู่ขนาน หมายถึง สายส่งสัญญาณที่มีลวดตัวนำ 2 เส้นวางขนานกันตลอดความยาวสาย ระหว่างแหล่งจ่ายกับตัวภาระโหลด บางชนิดมีฉนวนหุ้ม บางชนิดไม่มีฉนวนหุ้ม โดยลวดตัวนำทั้ง 2 ทำจากวัสดุชนิดเดียวกันและมีขนาดเท่ากัน บางครั้งเรียกว่าสายส่งแบบสมดุล

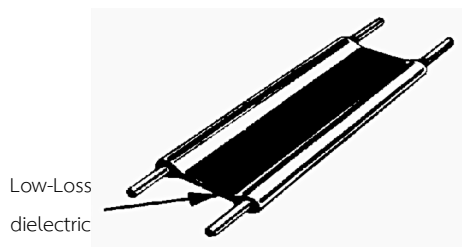
สายส่งคู่ขนานเปลือย (Open-wire transmission line) เป็นสายส่งแบบสายสมดุลที่มีคู่สายเป็นตัวนำ 2 เส้นคู่ขนาน (Two-wire parallel conductor) ซึ่งเป็นลักษณะการประกอบกันอย่างง่าย ๆ ของคู่สายตัวนำขนาน 2 เส้นที่ถูกยึดให้ติดกันด้วยสเปเซอร์ และถูกแยกหรือคั่นด้วยอากาศ ดังแสดงในรูปที่ 2-6



รูปที่ 2-6 สายส่งคู่ขนานเปลือย

ตัวสเปเซอร์จะมีคุณสมบัติที่ไม่เป็นสื่อผ่านทางไฟฟ้า เป็นตัวกำหนดช่องว่างและรักษาระยะห่างระหว่างตัวนำทั้ง 2 เส้นให้คงที่และเท่ากันตลอดความยาวสายและลักษณะการแพร่กระจายของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าจะมีขึ้นรอบๆตัวนำทั้ง 2 เส้น ส่วนประโยชน์ของการใช้งานสายส่งชนิดนี้ เนื่องจากโครงสร้างของสายไม่มีการชีลด์คู่สาย ดังนั้นการสูญเสียของการแผ่รังสีจะมีค่าสูง จึงเป็นผลให้ค่าของสัญญาณรบกวนในการส่งสัญญาณมีมากขึ้น

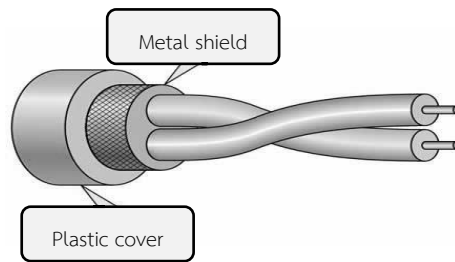
สายส่งคู่ขนานแฝด (Twin-lead transmission line) เป็นสายส่งแบบสายสมดุลอีกรูปแบบหนึ่งของสายส่งที่มีคู่สายเป็นตัวนำ 2 เส้นคู่ขนาน และจะมีลักษณะองค์ประกอบของโครงสร้างที่คล้ายกับสายส่งคู่ขนานเปลือย ดังแสดงในรูปที่ 2-7



รูปที่ 2-7 สายส่งคู่ขนานแฝด

เพียงแต่ว่าตัวยึดคู่สายที่แยกตัวนำทั้ง 2 เส้นของสายส่งคู่ขนานแฝดจะใช้ฉนวนพลาสติกสังเคราะห์ (Teflon, Polyethylene) หุ้มและยึดคู่สายตัวนำ ด้วยวิธีการอันนี้จึงทำให้ช่องว่างและระยะห่างของตัวนำทั้ง 2 เส้นมีค่าคงที่และแน่นอนไปตลอดจนสิ้นสุดความยาวสาย

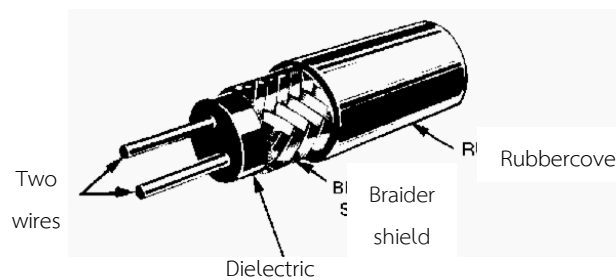
สายส่งคู่ขนานบิดเกลียว (Twisted-pair cable transmission line) สายส่งแบบสายสมดุขชนิดนี้จะมีรูปแบบของสายในลักษณะการบิดเกลียวตัวนำที่ถูกหุ้มด้วยฉนวนทั้ง 2 เส้นเข้าด้วยกัน ดังแสดงในรูปที่ 2-8



รูปที่ 2-8 สายส่งคู่ขนานบิดเกลียว

คู่สายของตัวนำ 1 คู่ จะถูกเรียกว่า “ยูนิต” และหลายๆ ยูนิตจะประกอบเป็นแกนร่วม (cores) โดยแกนหนึ่งๆจะถูกห่อหุ้มด้วยเปลือก ซึ่งวัสดุที่นำมาทำมีหลายชนิดขึ้นอยู่กับงานที่จะนำไปใช้เช่นงานเครือข่ายข้อมูลภายในอาคาร คู่สายที่อยู่ใกล้กันหรืออยู่ในแกนเดียวกันจะถูกบิดเกลียวให้มีระยะห่างของเกลียวที่แตกต่างกัน เพื่อที่จะช่วยลดการสอดแทรกของการเหนี่ยวนำซึ่งกันและกันระหว่างคู่สาย

สายส่งคู่ขนานชีลด์ (Shielded-pair cable transmission line) เป็นสายส่งแบบสายสมดุขคู่ขนานชีลด์ถูกสร้างขึ้นมาเพื่อที่จะลดการสูญเสียของการแผ่รังสี และการสอดแทรกของสัญญาณรบกวน ดังนั้นสายส่งชนิดนี้จึงถูกห่อหุ้มด้วยตาข่ายโลหะถักเป็นแผ่นชีลด์ ภายนอกชีลด์เป็นฉนวนทำด้วยพลาสติก ทำหน้าที่เป็นเปลือกหุ้มเพื่อป้องกันชีลด์อีกชั้นหนึ่ง ดังแสดงในรูปที่ 2-9

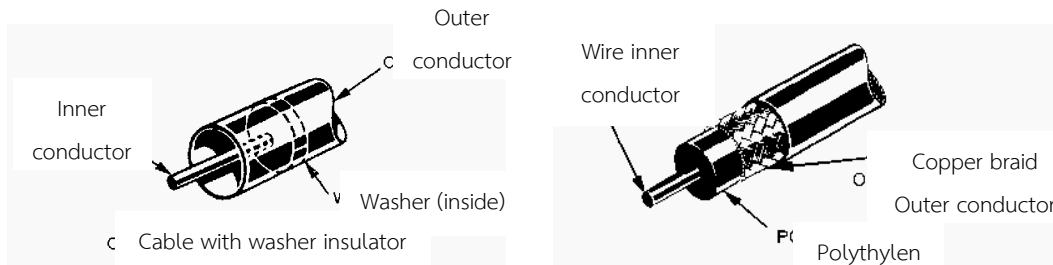


รูปที่ 2-9 สายส่งคู่ขนานชีลด์

เมื่อนำไปใช้งานโดยการนำชีลด์ไปต่อกับกราวด์ ปัญหาการสูญเสียกำลังงานเนื่องจากการแผ่รังสีของตัวนำและการเหนี่ยวนำจะหมดไป แต่จะมีการสูญเสียกำลังงานเนื่องจากความต้านทานภายในและไดโอดีเล็กตริกที่ใช้เป็นฉนวนคั่นระหว่างตัวนำทั้งสอง ทำให้กำลังงานถูกใช้ไปในไดโอดีเล็กตริกในรูปของความร้อนเนื่องจากกระแสหมุนวน (Eddy current) และการสูญเสียฮิสเตอร์รีซิส และกระแสหมุนวนยังทำให้เกิดการเหนี่ยวนำขึ้นภายในชีลด์ ทำให้เกิดการสูญเสียพลังงานเพิ่มขึ้นเมื่อความถี่ของสัญญาณสูงขึ้น ดังนั้นสายส่งชนิดนี้จึงไม่เหมาะที่จะนำไปใช้งานกับสัญญาณย่านความถี่วิทยุ

2.3.2 สายส่งแกนร่วม หรือ โคแอกเชียล (Concentric or coaxial transmission line)

สายโคแอกเชียลเป็นสายส่งแบบสายไม่สมดุลที่มีคุณสมบัติในการแก้ปัญหาที่เกิดขึ้นในสายแบบสมดุล มีโครงสร้างทางกายภาพของสายดังแสดงในรูปที่ 2-10 ก และรูปที่ 2-10 ข



ก) สายส่งแกนร่วม

ข) สายส่งโคแอกเชียล

รูปที่ 2-10 สายส่งแกนร่วม หรือ โคแอกเชียล

เมื่อนำสายส่งไปใช้งาน ตัวนำนอกจะถูกนำไปต่อกับกราวด์เพื่อแก้ปัญหาการสูญเสียจากการแผ่รังสีที่เกิดขึ้นจากการเหนี่ยวนำกับตัวนำภายนอกในบริเวณที่ติดตั้งใช้งาน การสูญเสียเนื่องจากความต้านทานภายในของตัวนำในและการสูญเสียเนื่องจากไดอิเล็กตริก

สายโคแอกเชียลสามารถนำไปใช้งานกับสัญญาณที่มีกำลังส่งและความถี่สูงได้ ในทางปฏิบัติจะใช้งานกับสัญญาณความถี่ที่ไม่เกิน 3 จิกกะเฮิรตซ์ ถ้าใช้กับสัญญาณความถี่สูงกว่า 3 จิกกะเฮิรตซ์จะต้องเป็นสายส่งในระยะความยาวสายสั้นๆเท่านั้น

สายโคแอกเชียลที่ใช้ในปัจจุบันจะมีอยู่สองแบบคือ สายโคแอกเชียลแบบแข็ง ซึ่งไม่สามารถที่จะทำให้โค้งงอได้ กับอีกแบบหนึ่งคือสายโคแอกเชียลแบบอ่อน ซึ่งถูกออกแบบให้สามารถโค้งงอได้เพื่อให้สะดวกกับการใช้งาน สายส่งชนิดนี้เป็นที่นิยมใช้งานในระบบสื่อสารย่านความถี่วิทยุ โดยบอกลักษณะการใช้งานเป็นรหัส เช่น RG 58 A/U (RG = Radio Guide หมายถึงสายส่งวิทยุ, 58 คือตัวเลขแสดงเบอร์ของสาย, A เป็นตัวอักษรแสดงคุณสมบัติที่เปลี่ยนแปลงวัสดุ เช่น เปลือกสาย จำนวนลวดตัวนำ, /U หมายถึง Utility หรือ Universal คือใช้งานทั่วไปบนสายจะบอกขนาดของอิมพีแดนซ์คุณลักษณะและค่าความสูญเสียต่อความยาวสาย

ข้อดี ของสายส่งชนิดนี้ คือจะมีค่าการสูญเสียกำลังงานน้อย และสามารถใช้งานกับสัญญาณกำลังงานสูงและย่านความถี่สูงกว่า เมื่อเทียบกับสายส่งแบบสายสมดุล จึงเป็นที่นิยมในการนำไปใช้งานเป็นสายส่งย่านความถี่วิทยุ

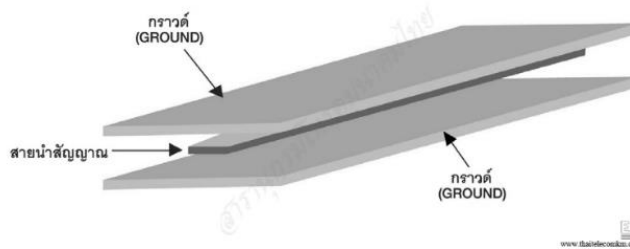
ข้อเสีย ของสายส่งชนิดนี้ คือเมื่อนำไปใช้งานกับสัญญาณความถี่เกิน 3 จิกกะเฮิรตซ์ จะทำให้ตัวนำในเกิดความร้อน เพราะตัวนำในมีขนาดเล็กความต้านทานภายในสายสูงและค่าความต้านทานภายในจะขึ้นอยู่กับความถี่ใช้งาน ถ้าความถี่สูงความต้านทานจะมากทำให้เกิดความร้อน ค่าการสูญเสียภายในสายส่งจะสูง อาจจะมีผลทำให้ไดอิเล็กตริกระหว่างคู่สายเกิดการพังทลาย (Breakdown) มีผลกระทบกับระยะห่างระหว่างตัวนำ เมื่อระยะห่างระหว่างตัวนำเปลี่ยนแปลงจะมีผลต่อค่าความจุไฟฟ้าระหว่างตัวนำซึ่งจะไม่เท่ากันตลอดความยาว

สาย ทำให้มีพีแอนด์แอนด์คุณลักษณะของสายส่งไม่เท่ากันตลอดความยาวสาย จะเกิดการสูญเสียกับระบบสายส่ง ดังนั้นในการส่งสัญญาณในย่านความถี่สูงกว่า 3 จิกกะเฮิรตซ์ จึงนิยมใช้สายส่งในรูปแบบของท่อนำคลื่น (Waveguide)

ลักษณะของท่อนำคลื่น คือ สายโคแอกเซียลที่ถูกถอดเอาตัวนำในออกไป เหลือแต่ท่อกลางที่เป็นตัวนำนอก ทั้งนี้เพื่อแก้ปัญหาการเกิดการสูญเสียในสายโคแอกเซียลนั่นเอง

### 2.3.3 สตรีปไลน์ (Strip line)

รูปแบบหนึ่งของสายส่งสัญญาณชนิดแผ่นสตรีปไลน์ ดังแสดง ในรูปที่ 2-11 ซึ่งประกอบด้วย 3 ตัวนำที่มีลักษณะแผ่นประกบสายนำสัญญาณด้วยแผ่นกราวด์คู่ขนาน โดยมีแผ่นนำสัญญาณตรงกลางถูกประกบระหว่างกลางด้วยแผ่นกราวด์ทั้งสองและถูกยึดไว้ในตำแหน่งกลางด้วยวัสดุฉนวน สตรีปไลน์โดยทั่วไปเป็นโครงสร้างที่สมมาตร ไม่มีการสูญเสียอันเกิดจากการแผ่กระจายคลื่น ดังนั้นจึงเป็นโครงสร้างในอุดมคติ สำหรับวงจรที่ไม่ใช้ไฟฟ้าดำเนินการ (Passive device) เช่น ตัวกรองสัญญาณ ตัวแบ่งสัญญาณ และตัวรวมสัญญาณ



รูปที่ 2-11 สตรีปไลน์

## 2.4 พารามิเตอร์ของสายส่ง (Transmission line parameters)

การส่งสัญญาณคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าไปบนสายส่งเป็นกรรมวิธีที่สลับซับซ้อน อันเนื่องมาจากสัญญาณที่ส่งไปนั้นเป็นกระแสคอมเพล็กซ์หรือกระแสสลับ จึงทำให้เกิดปรากฏการณ์บนสายส่งเป็นค่ารีซิสแตนซ์และรีแอกแตนซ์ อันเกิดมาจากคลื่นและสนามแม่เหล็กไฟฟ้ารอบตัวนำ และทำให้เกิดลักษณะคุณสมบัติเป็นค่าอินดักแตนซ์และคาปาซิแตนซ์บนสายส่ง

พารามิเตอร์ของสายส่งบนตลอดความยาวสายจะประกอบด้วย ความต้านทานของสายส่ง (Resistance) ความเหนี่ยวนำในสายส่ง (Inductance) ความจุไฟฟ้าระหว่างตัวนำของสายส่ง (Capacitance) และค่าความนำของไดอิเล็กตริกที่คั่นกลางระหว่างตัวนำทั้งสองของสายส่ง (Conductance) ค่าต่างๆที่เป็นพารามิเตอร์ในสายส่ง จะเกิดขึ้นก็ต่อเมื่อมีสัญญาณไฟฟ้าส่งผ่านไปตามสายส่งนั้น และจะมีเพียงคุณสมบัติเกิดขึ้นเท่านั้นไม่มีตัวตน และค่าของพารามิเตอร์ดังกล่าวจะมีค่าขึ้นอยู่กับความยาวของสายส่ง จึงเรียกว่า “พารามิเตอร์แบบกระจาย” (Distributed parameters) และหากสายส่งไม่มีการส่งผ่านสัญญาณไฟฟ้าไปตามสาย ค่าพารามิเตอร์ดังกล่าวก็จะไม่ปรากฏขึ้นบนสายส่ง นั่นคือสายส่งจะมีคุณสมบัติเป็นเพียงลวดตัวนำที่เป็นโลหะเท่านั้น

2.4.1 ความต้านทาน (Resistance)

ความต้านทานจะใช้ตัวอักษรภาษาอังกฤษ “R” เป็นสัญลักษณ์แทนและมีหน่วยเป็นโอห์ม (ohm) ต่อความยาวสาย ความต้านทานเกิดขึ้นบนตัวนำที่ทำหน้าที่เป็นสายส่งตลอดความยาวสาย จะมีค่ามากหรือน้อยขึ้นอยู่กับขนาด ชนิดของวัสดุ ความยาวของสายส่ง และความถี่ดำเนินการ

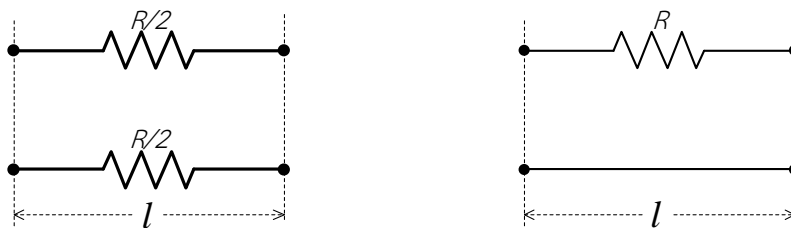
ความต้านทานของสายส่งเปลี่ยนแปลงค่าไปตามความถี่ ก็เนื่องจากปรากฏการณ์ผิว เมื่อความถี่เพิ่มขึ้นค่าความต้านทานจะเพิ่มขึ้นตาม ในทำนองเดียวกันถ้าสายส่งมีความยาวเพิ่มขึ้น ค่าความต้านทานก็จะเพิ่มขึ้นเช่นกัน แต่ในทางตรงข้ามในกรณีที่ค่าความต้านทานเปลี่ยนแปลงไปกับขนาดของสายส่ง คือ ถ้าสายส่งมีขนาดเล็กค่าความต้านทานจะเพิ่มขึ้น และค่าความต้านทานจะมีค่าเป็นโอห์มต่อรอบกิโลเมตร

รอบกิโลเมตรหมายถึงความยาวสาย 1 กิโลเมตร คือสัญญาณเดินทางจากแหล่งจ่ายไปยังโหลด 1 กิโลเมตร และสัญญาณเดินทางกลับมายังแหล่งจ่ายอีก 1 กิโลเมตร ดังแสดงในรูปที่ 2-12



รูปที่ 2-12 ความยาวของสายส่ง 1 รอบกิโลเมตร

เนื่องจากสายส่งมีความต้านทานภายในและใช้ R เป็นสัญลักษณ์แทนความต้านทานของสายส่ง ดังแสดงในรูปที่ 2-13 โดยให้สายส่งมีความยาวสายเท่ากับ l



(ก) ความต้านทานบนสายส่งแต่ละเส้น

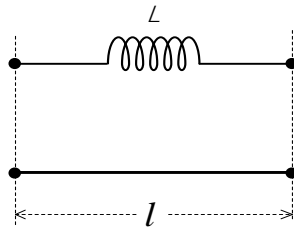
(ข) ความต้านทานรวมบนสายส่ง

รูปที่ 2-13 ความต้านทานของสายส่ง

2.4.2 ความเหนี่ยวนำ (Inductance)

ความเหนี่ยวนำใช้ตัวอักษรภาษาอังกฤษ “L” เป็นสัญลักษณ์แทน มีหน่วยเป็นเฮนรี (henry) ต่อหน่วยความยาวสาย จะเป็นความเหนี่ยวนำต่อรอบความยาว เช่นเดียวกับค่าความต้านทานเป็นความเหนี่ยวนำอนุกรมเมื่อเกิดขึ้นบนสายส่ง จะมีผลทำให้เกิดแรงดันต้านทานขึ้นในวงจรของสายส่งตลอดความยาวสายขนาดของความเหนี่ยวนำขึ้นอยู่กับขนาดของตัวนำ ความยาวของสายส่ง และขนาดของความต้านทาน

เหนี่ยวนำอนุกรมจะขึ้นอยู่กับความเหนี่ยวนำและความถี่ดำเนินการ ความเหนี่ยวนำอนุกรมบนสายส่งดังแสดงในรูปที่ 2-14



รูปที่ 2-14 ความเหนี่ยวนำอนุกรมบนสายส่ง

จากผลของการเป็นตัวเหนี่ยวนำอนุกรมทำให้เกิดความต้านทานต่อสัญญาณไฟฟ้ากระแสสลับ (Inductive reactance) คือ  $x_L$

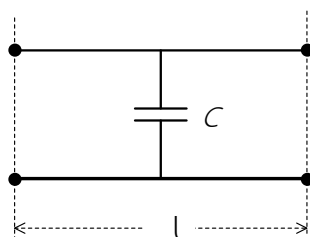
$$x_L = 2\pi fL \quad \text{โอห์ม/หน่วยความยาว} \quad (2-9)$$

เมื่อ

- $x_L$  คือ ความต้านทานเหนี่ยวนำอนุกรม
- $f$  คือ ความถี่ดำเนินการ (เฮิรตซ์)
- $L$  คือ ความเหนี่ยวนำ (เฮนรี/ความยาว)

### 2.4.3 ความจุไฟฟ้า (Capacitance)

ความจุไฟฟ้าใช้ตัวอักษรภาษาอังกฤษ “C” เป็นสัญลักษณ์แทน มีหน่วยเป็นฟารัด (Farad) ต่อหน่วยความยาวสาย โดยทั่วไปจะเรียกว่า “ความจุขนานต่อหน่วยความยาว” จะเกิดขึ้นระหว่างตัวนำทั้งสองตลอดความยาวสายส่ง ตามลักษณะกายภาพ ถ้าตัวนำไฟฟ้าจะมีรูปแบบใดหรือขนาดเท่าใดก็ตาม เมื่อนำมาวางขนานกันและมีความต่างศักย์เกิดขึ้นบนตัวนำทั้งสองก็จะเกิดความจุไฟฟ้า ดังนั้น ลักษณะของสายส่งจะอยู่ในรูปแบบเดียวกันกับตัวเก็บประจุไฟฟ้า จึงมีคุณสมบัติความจุไฟฟ้าเกิดขึ้นบนสายส่ง เมื่อมีสัญญาณไฟฟ้าส่งผ่านไปตามสายส่งนั้น ขนาดความจุไฟฟ้าจะขึ้นอยู่กับขนาดและชนิดของโลหะที่ทำเป็นตัวนำ ขึ้นอยู่กับระยะห่างระหว่างตัวนำทั้งสองและชนิดของไดอิเล็กตริก ส่วนความต้านทานความจุขนานจะขึ้นอยู่กับความจุไฟฟ้าและความถี่ดำเนินการ ความจุไฟฟ้าขนานบนสายส่งดังแสดงในรูปที่ 2-15



รูปที่ 2-15 ความจุไฟฟ้าขนานบนสายส่ง

## 98 เครื่องข่ายการสื่อสารและสายส่ง

จากผลของการเป็นความจุไฟฟ้าขนานทำให้เกิดความต้านทานต่อสัญญาณไฟฟ้ากระแสลับ (Capacitive reactance) คือ  $X_C$

$$X_C = \frac{1}{2\pi fC} \quad \text{โอห์ม/หน่วยความยาว} \quad (2.10)$$

เมื่อ

$X_C$  คือ ความต้านทานความจุไฟฟ้าขนาน

$f$  คือ ความถี่ดำเนินการ (เฮิรตซ์)

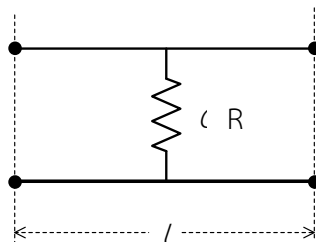
$C$  คือ ความจุไฟฟ้า (ฟารัด/ความยาว)

จากสมการ (2-10) จะพบว่า  $X_C$  จะมีค่าเพิ่มขึ้นเมื่อค่าความถี่ดำเนินการมีค่าน้อยลง ในทางตรงข้าม ถ้าสัญญาณไฟฟ้ามีความถี่ดำเนินการสูงขึ้น ค่า  $X_C$  จะมีค่าน้อยลง และจะมีผลกระทบทำให้การเกิดกระแสรั่ว (Leakage current) ระหว่างคู่สายมากขึ้น ซึ่งเป็นสาเหตุหนึ่งที่ทำให้เกิดการสูญเสียและลดทอนกำลังงานในสายส่งมากขึ้น

### 2.4.4 ความนำ (Conductance)

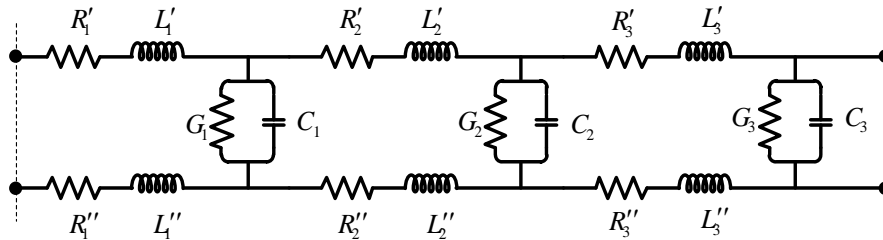
ความนำไฟฟ้าใช้ตัวอักษรภาษาอังกฤษ “G” เป็นสัญลักษณ์แทน มีหน่วยเป็นโมห์ (Mho) ต่อหน่วยความยาวสาย โดยทั่วไปจะเรียกว่า “ความนำขนานต่อหน่วยความยาว” สาเหตุที่เกิดความนำขนานบนสายส่ง เนื่องจากไดอิเล็กตริกที่นำมาคั่นกลางระหว่างตัวนำทั้งสองไม่เป็นฉนวนที่สมบูรณ์ เมื่อมีสัญญาณไฟฟ้าส่งผ่านไปบนสายส่งนั้นทำให้เกิดแรงดันตกคร่อมระหว่างคู่สาย และมีกระแสไหลไปตามสายส่ง มีผลทำให้โมเลกุลของฉนวนบางตัวเกิดการแตกตัวเป็นประจุอิสระและสามารถนำกระแสได้ จะมีผลทำให้เกิดกระแสรั่วซึม (Leakage current) ระหว่างคู่สายโดยผ่านทางไดอิเล็กตริก ซึ่งจะเกิดความนำไฟฟ้าขนานตลอดความยาวสายส่งได้

ถึงแม้ว่าสายส่งที่เป็นสายขนานแบบเปลือยที่มีอากาศเป็นไดอิเล็กตริก ซึ่งมีคุณสมบัติเป็นฉนวนที่สมบูรณ์ แต่อากาศก็มีความชื้นซึ่งจะทำให้เกิดความนำขึ้น ถ้าเป็นสายส่งที่มีฉนวนหุ้มตัวนำอย่างมิดชิด ความชื้นของอากาศภายนอกก็มีผลเช่นเดียวกัน ทำให้เกิดกระแสรั่วซึมและทำให้เกิดความนำได้เช่นกัน ความนำขนานในสายส่งดังแสดงในรูปที่ 2-16



รูปที่ 2-16 ความนำขนานในสายส่ง

จากรูปที่ 2-16 ถ้าเกิดค่า  $G$  ขึ้นระหว่างคู่สายหลายๆ ก็จะเกิดกระแสรั่วซึมมาก ทำให้เกิดการลดทอนกำลังงานในสายส่งเช่นกันจากค่าพารามิเตอร์ของสายส่งที่แสดงในรูปที่ 2-13 ถึงรูปที่ 2-16 เมื่อนำมาเขียนรวมกันจะได้เป็นพารามิเตอร์ที่เกิดขึ้นบนสายส่งตลอดความยาวสาย โดยการแบ่งส่วนตลอดความยาวของสายส่งเป็นส่วน ๆ ที่มีจำนวนมาก ดังแสดงในรูปที่ 2-17

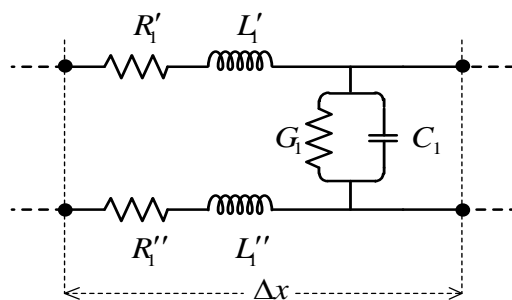


รูปที่ 2-17 พารามิเตอร์ของสายส่งที่แบ่งเป็นส่วนๆ

ค่าพารามิเตอร์ของสายส่งเหล่านี้ ถูกกำหนดให้เป็นค่าคงที่ทางไฟฟ้าที่ถูกเรียกว่า “ค่าคงที่ทางไฟฟ้าปฐมภูมิ” (Primary electrical constants) คือ

- ความต้านทานอนุกรม ( $R$ )
- ความเหนี่ยวนำอนุกรม ( $L$ )
- ความจุไฟฟ้าขนาน ( $C$ )
- ความนำขนาน ( $G$ )

และพารามิเตอร์ค่าคงที่ทางไฟฟ้าปฐมภูมินี้ เป็นรูปแบบที่กระจายต่อเนื่องไปตลอดความยาวสายของสายส่ง และทั้งหมดนี้จะถูกเรียกว่า “พารามิเตอร์แบบกระจาย” (Distributed parameter) จากรูปที่ 2-17 แสดงวงจรสมมูลทางไฟฟ้าสำหรับสายส่งแบบตัวนำคู่ขนานที่ถูกแทนด้วยตัวแปรพารามิเตอร์แบบก้อน ( $R$ - $L$ - $C$ ) รูปแบบพารามิเตอร์ของสายส่งจะมีค่าใกล้เคียงกับสายส่งที่เป็นจริงมาก ๆ นั่นคือต้องพิจารณาแต่ละส่วนของสายส่งให้มีความยาวน้อยมาก ๆ ดังแสดงในรูปที่ 2-18



รูปที่ 2-18 ความยาวของสายส่งหนึ่งส่วนที่มีความยาว  $\Delta x$  มีค่าน้อยมาก

## 2.5 คุณลักษณะการส่งสัญญาณ (Transmission characteristic)

การพิจารณาคุณสมบัติของสายส่ง พิจารณาจากเรื่องวงจรสมมูลของสายส่ง การแพร่กระจายคลื่น และผลที่เกิดขึ้นทางฟิสิกส์ คุณสมบัติการส่งผ่านสัญญาณของสายส่งจะถูกเรียกว่า “ค่าคงที่ทางไฟฟ้าทุติยภูมิ” (Secondary electrical constants) คือ

### 2.5.1 อิมพีแดนซ์อนุกรม (Series impedance)

จากรูปที่ 2-18 อิมพีแดนซ์อนุกรม ( $Z$ ) หมายถึง ผลรวมของความต้านทาน  $R$  กับความต้านทานไฟสลัของตัวเหนี่ยวนำ  $X_L$  ดังสมการที่ (2-11)

$$Z = R + j\omega L \quad \text{โอห์ม} \quad (2-11)$$

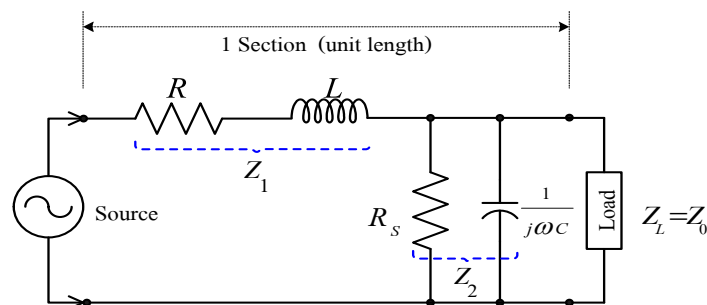
### 2.5.2 แอดมิตแตนซ์ขนาน (Shunt admittance)

จากรูปที่ 2-18 แอดมิตแตนซ์ขนาน ( $Y$ ) หมายถึง ผลรวมของความนำไฟฟ้า ( $G$ ) กับความต้านทานไฟสลัของตัวเก็บประจุ ( $X_C$ ) ดังสมการที่ (2-12)

$$Y = G + j\omega C \quad \text{ซีเมนส์} \quad (2-12)$$

### 2.5.3 อิมพีแดนซ์คุณลักษณะ (Characteristic impedance)

อิมพีแดนซ์คุณลักษณะของสายส่ง ( $Z_0$ ) มีค่าเป็นจำนวนเชิงซ้อนซึ่งแสดงค่าเป็นหน่วยของโอห์ม และค่าทั้งหมดนี้จะขึ้นอยู่กับค่าของความยาวสายและความถี่ดำเนินการ สำหรับค่ากำลังงานสูงสุดที่ถูกส่งออกจากแหล่งกำเนิดไปยังโหลด และในกรณีที่ไม่มีการสะท้อนกลับของพลังงาน สายส่งจะมีส่วนปลายของสายเป็นความต้านทานโหลดที่มีค่าเท่ากับค่าอิมพีแดนซ์คุณลักษณะของสายส่ง



รูปที่ 2-19 วงจรสมมูลสำหรับความยาวของสายส่งหนึ่งส่วน

จากรูปที่ 2-19 แสดงเป็นวงจรสมมูลของสายส่งเพียงหนึ่งส่วนที่ปลายสายถูกต่อด้วยโหลด  $Z_L$  ซึ่งถูกกำหนดให้มีค่าเท่ากับอิมพีแดนซ์  $Z_0$  และค่าอิมพีแดนซ์ที่ถูกมองเข้าไปในสายส่งของส่วนความยาวสายเป็น  $n$  ส่วน สามารถหาค่าอิมพีแดนซ์ได้จากสมการที่ (2-13)

$$Z_0^2 = Z_1 Z_2 + \frac{Z_L^2}{n} \quad (2-13)$$

เมื่อ  $n$  เป็นจำนวนส่วนของความยาวสาย และสำหรับจำนวนส่วนของความยาวสายมีค่าเป็นอนันต์ จะได้ค่า  $\frac{Z_L^2}{n}$  มีค่าประมาณศูนย์ (Zero)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{Z_L^2}{n} = 0$$

ดังนั้นจะได้

$$Z_0 = \sqrt{Z_1 Z_2}$$

เมื่อ

$$Z = Z_1 = R + j\omega L$$

$$Y = \frac{1}{Z_2} = \frac{1}{R_s} + \frac{1}{j\omega C}$$

$$\frac{1}{Z_2} = G + j\omega C$$

$$Z_2 = \frac{1}{G + j\omega C}$$

เพราะฉะนั้นจะได้

$$\begin{aligned} Z_0 &= \sqrt{(R + j\omega L) \left( \frac{1}{G + j\omega C} \right)} \\ &= \sqrt{\frac{R + j\omega L}{G + j\omega C}} \quad \text{โอห์ม} \end{aligned} \quad (2-14)$$

แต่สำหรับการใช้งานที่ค่าความถี่ต่ำมากๆ สายส่งจะมีคุณสมบัติเป็นค่าความต้านทานและค่าความนำ นั่นคือ  $R > \omega L$  ;  $G > \omega C$  ดังนั้นค่าอิมพีแดนซ์คุณลักษณะจะมีค่า ดังสมการที่ (2-15)

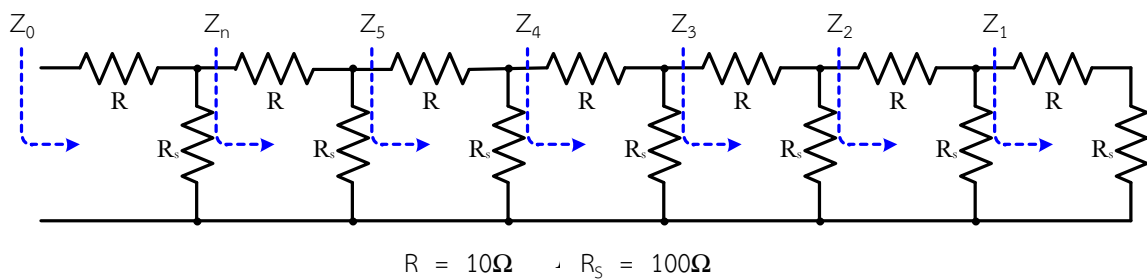
$$Z_0 = \sqrt{\frac{R}{G}} \quad \text{โอห์ม} \quad (2-15)$$

และสำหรับการใช้งานที่ความถี่สูงมากๆ สายส่งจะมีคุณสมบัติเป็นค่าความเหนี่ยวนำและค่าความจุไฟฟ้า นั่นคือ  $\omega L > R$  ;  $\omega C > G$  ดังนั้นค่าอิมพีแดนซ์คุณลักษณะจะมีค่าดังสมการที่ (2-16)

$$Z_0 = \sqrt{\frac{j\omega L}{j\omega C}} \quad \text{โอห์ม}$$

$$= \sqrt{\frac{L}{C}} \quad (2-16)$$

จากสมการข้างบนเป็นค่าที่แสดงสำหรับกรณีที่มีความถี่ใช้งานสูงมากๆ และค่าอิมพีแดนซ์คุณลักษณะของสายส่งจะมีค่าคงที่ ที่ขึ้นอยู่กับตัวแปร 2 ค่า คือ ความยาวสายและความถี่ ซึ่งจะถูกกำหนดโดยส่วนของความเหนี่ยวนำและความจุไฟฟ้า สามารถที่จะพิจารณาได้ว่ามุมเฟสของสัญญาณมีค่าเป็นศูนย์ (Zero) นั่นคือค่าอิมพีแดนซ์  $Z_0$  ถูกมองให้เป็นความต้านทานอย่างสมบูรณ์ (Pure resistance) และค่าของพลังงานตกกระทบทั้งหมดจะถูกดูดกลืนโดยสายส่ง ค่าใกล้เคียงที่จะเป็นความต้านทานอย่างสมบูรณ์นั้นสามารถที่จะพิจารณาได้อย่างง่ายที่ค่าอิมพีแดนซ์ถูกมองเข้าไปในสายส่งที่จำนวนของส่วนความยาวสายที่มีค่าเป็นอนันต์ และค่าใกล้เคียงที่จะมีค่าเป็นอิมพีแดนซ์คุณลักษณะ สามารถแสดงให้เห็นได้ดังรูปที่ 2-20



รูปที่ 2-20 อิมพีแดนซ์คุณลักษณะของสายส่งที่มีความยาวสายเป็นอนันต์

จากรูปที่ 2-20 พิจารณาค่าความต้านทานอนุกรม R และค่าความต้านทานขนาน  $R_s$  และค่าอิมพีแดนซ์ที่มองเข้าไปที่จุดของส่วนสุดท้ายของสาย จะได้เป็นค่าของการบวกของ R และ  $R_s$  เป็นค่า  $Z_1$  คือ

$$Z_1 = R + R_s$$

$$= 10 + 100$$

$$= 110\Omega$$

เมื่อเพิ่มส่วนที่ 2 ของสาย จะได้  $Z_2$

$$Z_2 = R + (R_s // Z_1)$$

$$= 10 + \left( \frac{100 \times 110}{100 + 110} \right)$$

$$= 62.38\Omega$$

เมื่อเพิ่มส่วนที่ 3 ของสาย จะได้  $Z_3$

$$Z_3 = R + (R_s // Z_2)$$

$$= 10 + \left( \frac{100 \times 62.38}{100 + 62.38} \right)$$

$$= 48.42\Omega$$

เมื่อเพิ่มส่วนที่ 4 ของสาย จะได้  $Z_4$

$$\begin{aligned} Z_4 &= R + (R_s // Z_3) \\ &= 10 + \left( \frac{100 \times 48.42}{100 + 48.42} \right) \\ &= 42.62 \Omega \end{aligned}$$

เมื่อเพิ่มส่วนที่ 5 ของสาย จะได้  $Z_5$

$$\begin{aligned} Z_5 &= R + (R_s // Z_4) \\ &= 10 + \left( \frac{100 \times 42.62}{100 + 42.62} \right) \\ &= 39.88 \Omega \end{aligned}$$

เมื่อเพิ่มส่วนที่ 6 ของสาย จะได้  $Z_6$

$$\begin{aligned} Z_6 &= R + (R_s // Z_5) \\ &= 10 + \left( \frac{100 \times 39.88}{100 + 39.88} \right) \\ &= 38.51 \Omega \end{aligned}$$

เมื่อเพิ่มส่วนที่ 7 ของสาย จะได้  $Z_7$

$$\begin{aligned} Z_7 &= R + (R_s // Z_6) \\ &= 10 + \left( \frac{100 \times 38.51}{100 + 38.51} \right) \\ &= 37.80 \Omega \end{aligned}$$

เมื่อเพิ่มส่วนที่ 8 ของสาย จะได้  $Z_8$

$$\begin{aligned} Z_8 &= R + (R_s // Z_7) \\ &= 10 + \left( \frac{100 \times 37.80}{100 + 37.80} \right) \\ &= 37.40 \Omega \end{aligned}$$

เมื่อเพิ่มส่วนที่ 9 ของสาย จะได้  $Z_9$

$$\begin{aligned} Z_9 &= R + (R_s // Z_8) \\ &= 10 + \left( \frac{100 \times 37.40}{100 + 37.40} \right) \\ &= 37.20 \Omega \end{aligned}$$

เมื่อเพิ่มส่วนที่ 10 ของสาย จะได้  $Z_{10}$

$$\begin{aligned} Z_{10} &= R + (R_s // Z_9) \\ &= 10 + \left( \frac{100 \times 37.20}{100 + 37.20} \right) \\ &= 37.10 \Omega \end{aligned}$$

เมื่อเพิ่มส่วนที่ 11 ของสาย จะได้  $Z_{11}$

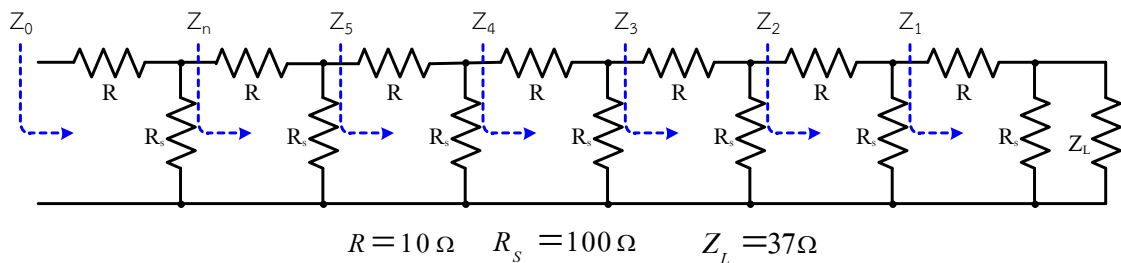
$$\begin{aligned} Z_{11} &= R + (R_s // Z_{10}) \\ &= 10 + \left( \frac{100 \times 37.10}{100 + 37.10} \right) \\ &= 37 \Omega \end{aligned}$$

เมื่อเพิ่มส่วนที่ 12 ของสาย จะได้  $Z_{12}$

$$\begin{aligned} Z_{12} &= R + (R_s // Z_{11}) \\ &= 10 + \left( \frac{100 \times 37}{100 + 37} \right) \\ &= 37 \Omega \end{aligned}$$

จากที่ผ่านมาแสดงให้เห็นว่าหลังจากที่ได้บวกเอาหลายๆส่วนเข้าด้วยกันแล้ว ค่าอิมพีแดนซ์รวมของสายส่งจะมีค่าลดลงจากก่อนๆที่คำนวณได้ ถ้าจากขบวนการที่แสดงในรูปที่ 2-19 เมื่อคำนวณหาค่าต่อเนื่องไปเรื่อยๆ ค่าอิมพีแดนซ์ของสายจะมีค่าลดลงเข้าไปหาค่า 37 โอห์ม ซึ่งค่านี้ คือค่าอิมพีแดนซ์คุณลักษณะของสายส่ง

ถ้าสายส่งที่แสดงในรูปที่ 2-21 ที่ปลายสายถูกต้องด้วยความต้านทานโหลด  $Z_L=37$  โอห์ม ค่าอิมพีแดนซ์ที่มองเข้าไปในทุกๆจำนวนของส่วนความยาวสายจะมีค่าเท่ากับ 37 โอห์ม และค่าอิมพีแดนซ์คุณลักษณะสำหรับ 1 ส่วนของความยาวสายจะได้



รูปที่ 2-21 อิมพีแดนซ์คุณลักษณะของสายส่งที่มีความยาวสายเป็นอนันต์และมีโหลดเป็น  $Z_L$

จากรูปที่ 2-21 ค่าอิมพีแดนซ์คุณลักษณะของสายส่ง

$$\begin{aligned} Z_0 = Z_1 &= R + (R_s // Z_L) \\ &= 10 + \left( \frac{100 \times 37}{100 + 37} \right) \\ &= 37 \Omega \end{aligned}$$

เมื่อเพิ่มส่วนที่ 2 ของสาย จะได้  $Z_2$

หากสายส่งถูกต้องด้วยความต้านทานโหลด  $Z_L=37$  โอห์ม และสายมีค่าอิมพีแดนซ์  $Z_0=37$  โอห์ม ซึ่งก็ไม่จำเป็นที่จะต้องนับทุกๆส่วนของความยาวสายเข้ารวมกันทั้งหมด ค่าอิมพีแดนซ์คุณลักษณะของสายส่งสามารถที่จะคำนวณหาได้โดยใช้สมการกรกฎของโอห์ม เมื่อแหล่งจ่ายถูกต้องเข้ากับสายส่งที่มีความยาวสายเป็น

อนันต์ และเมื่อมีแรงดันถูกจ่ายเข้าไปในสายก็จะมีกระแสไหลในสายส่ง ค่าอิมพีแดนซ์คุณลักษณะสามารถวิเคราะห์ได้ในอัตราส่วนของแรงดันต่อค่ากระแส ดังสมการที่ (2-17)

$$Z_0 = \frac{E}{I} \quad (2-17)$$

เมื่อ

$Z_0$  คือ อิมพีแดนซ์คุณลักษณะของสายส่ง

$E$  คือ แรงดัน (ไฟฟ้า)

$I$  คือ กระแส (ไฟฟ้า)

#### 2.5.4 ค่าคงที่การแพร่กระจาย (Propagation constants)

ค่าคงที่การแพร่กระจาย ( $\gamma$ ) หรือบางครั้งจะเรียกว่า “ค่าสัมประสิทธิ์การแพร่กระจาย” (Propagation coefficient) ซึ่งถูกใช้เป็นตัวกำหนดค่าการลดทอนสัญญาณและค่าเบี่ยงเบนเฟสต่อหน่วยความยาวสาย อย่างเช่นคลื่นแพร่กระจายไปตามสายส่ง ค่าแอมพลิจูดของสัญญาณจะมีค่าลดลงตามระยะทางที่เพิ่มขึ้นของการเดินทาง และค่าคงที่การลดทอนถูกใช้ในการคำนวณหาการลดทอนในแรงดันหรือกระแสตามระยะทางที่ TEM wave แพร่กระจายไปตามสายส่ง สำหรับสายที่มีความยาวเป็นอนันต์ส่วนทั้งหมดของกำลังงานตกกระทบจะถูกทำให้สูญเสียไปในความต้านทานของสาย เมื่อคลื่นแพร่กระจายไปตามสายส่ง นั่นคือสายส่งถูกพิจารณาให้เป็นสายมีความยาวเป็นอนันต์

ดังนั้นถ้าสายมีความยาวที่จำกัดและปลายสายถูกต่อเข้ากับแมตซ์อิมพีแดนซ์โหลด ( $Z_L = Z_0$ ) ก็จะไม่มีการสะท้อนกลับมายังแหล่งกำเนิดสัญญาณและสมการทางคณิตศาสตร์ของค่าคงที่การแพร่กระจายคือ

$$\gamma = \alpha + j\beta \quad (2-18)$$

เมื่อ

$\gamma$  คือ ค่าคงที่การแพร่กระจาย

$\alpha$  คือ ค่าคงที่การลดทอน (เนเปอร์ต่อหน่วยความยาวสาย)

$\beta$  คือ ค่าคงที่เฟส (เรเดียนต่อหน่วยความยาวสาย)

และเมื่อค่าคงที่การแพร่กระจายเป็นจำนวนเชิงซ้อน จะได้ดังสมการที่ (2-19)

$$\begin{aligned} \gamma &= \sqrt{ZY} \\ &= \sqrt{(R + j\omega L)(G + j\omega C)} \end{aligned} \quad (2-19)$$

เมื่อค่าคงที่เฟสของ  $2\pi$  เรเดียน เกิดขึ้นครอบคลุมความยาวของ 1 ความยาวคลื่น ดังสมการที่ (2-20)

$$\beta\lambda = 2\pi$$

$$\beta = \frac{2\pi}{\lambda} \quad (2-20)$$

ที่ความถี่ย่านความถี่กลาง (MF) และย่านความถี่วิทยุ (RF) เมื่อสายส่งเป็นสายไม่มีการสูญเสีย (Lossless line):  $R=G=0$ ;  $\alpha=0$  และ  $\omega L > R$ ;  $\omega C > G$  จากสมการ 2-19

$$\begin{aligned} \gamma &= \sqrt{(R + j\omega L)(G + j\omega C)} \\ &= \sqrt{j\omega L \cdot j\omega C} \\ &= j\omega\sqrt{LC} \end{aligned} \quad (2-21)$$

เมื่อ  $\gamma = \alpha + j\beta \quad ; \alpha = 0$

$$\gamma = j\beta \quad (2-22)$$

จากสมการ 2-21 และสมการ 2-22 จะได้เป็นดังสมการที่ (2-23)

$$\beta = \omega\sqrt{LC} \quad (2-23)$$

### 2.5.5 ความเร็วและความยาวคลื่น (Velocity and wavelength)

ความเร็วและความยาวคลื่นพิจารณาได้ 2 กรณี คือ ความเร็วและความยาวคลื่นในสุญญากาศ ( $V_c$ ) และความเร็วและความยาวคลื่นในสายส่งสัญญาณ ดังนี้

- 1) ความเร็วคลื่นและความยาวคลื่นในสุญญากาศ ( $V_c$ ) หาได้จากสมการที่ (2-24)

$$V_c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} = \frac{1}{\sqrt{8.842 \times 10^{-12} \times 4\pi \times 10^{-7}}} \cong 3 \times 10^8 \text{ m/s} \quad (2-24)$$

เมื่อ

$\epsilon_0$  คือ ค่าสภาพยอมทางไฟฟ้าของสุญญากาศ (Electric permittivity of free space)

มีค่าคงที่เท่ากับ  $1 / (36\pi \times 10^9)$  หรือ  $8.842 \times 10^{-12}$  (F/m)

$\mu_0$  คือ ค่าสภาพซึมซาบทางแม่เหล็กของสุญญากาศ (Magnetic permeability of free space) มีค่าคงที่เท่ากับ  $4\pi \times 10^{-7}$  หรือ  $1.257 \times 10^{-6}$  (H/m)

- 2) ความยาวคลื่นในสุญญากาศ ( $\lambda_c$ ) หมายถึง ระยะทางที่คลื่นเดินทางลักษณะการเคลื่อนที่ไป  $2\pi$  เรเดียน เรียกว่าสัญญาณเดินทางไป 1 ความยาวคลื่น

จากสมการ (2.3)  $\lambda = \frac{2\pi}{\beta}$

สามารถเขียนได้เป็น  $\beta = \frac{2\pi}{\lambda}$

ความสัมพันธ์ระหว่าง ความเร็วคลื่น ความยาวคลื่น และความถี่ของคลื่น หาได้จาก

$$\lambda = \frac{V}{f}$$

และความสัมพันธ์ระหว่าง ความเร็วคลื่น ความเร็วเชิงมุม (Phase velocity;  $\omega$ ) และค่าคงที่เฟส (Phase constant:  $\beta$ ) หาได้ดังนี้

$$\begin{aligned} \frac{V}{f} &= \lambda \\ \frac{V}{f} &= \frac{2\pi}{\beta} \\ V &= \frac{2\pi f}{\beta} \end{aligned}$$

ดังนั้นจะได้

$$V = \frac{\omega}{\beta} \quad (2-25)$$

นำสมการ (2-23) แทนในสมการ (2-25) จะได้สมการที่ (2-26)

$$\begin{aligned} V &= \frac{\omega}{\omega\sqrt{LC}} \\ \text{ดังนั้นจะได้} \quad V &= \frac{1}{\sqrt{LC}} \end{aligned} \quad (2-26)$$

ความเร็วคลื่นและความยาวคลื่นในสายส่ง เมื่อคลื่นเดินทางในสายส่งจะมีความเร็วตกลงเมื่อเทียบกับคลื่นที่เดินทางชั้นบรรยากาศ องค์ประกอบความเร็ว (Velocity factor :  $F_V$ ) เป็นสัดส่วนระหว่างความเร็วคลื่นในสายส่งกับความเร็วคลื่นในสุญญากาศหรือความเร็วแสง และเป็นส่วนกลับของรากที่สองของค่าไดอิเล็กตริกที่นำมาทำเป็นฉนวนของสายส่ง ดังสมการที่ (2-27)

$$F_V = \frac{V_P}{V_C} = \frac{1}{\sqrt{K}} \quad (2-27)$$

เมื่อ  $F_V$  คือ แฟกเตอร์ความเร็ว  
 $V_P$  คือ ความเร็วคลื่นในสายส่ง  
 $V_C$  คือ ความเร็วคลื่นในสุญญากาศ  
 $K$  คือ ค่าคงที่ไดอิเล็กตริก

ตัวอย่างที่ 2-1

สายส่งเส้นหนึ่งมีค่า  $L = 25 \mu\text{H}$  และ  $C = 10 \text{ nF}$  ใช้งานที่ความถี่ 500 MHz จงหาค่าอิมพีแดนซ์  
คุณลักษณะ ( $Z_0$ ) และค่าคงที่เฟส ( $\beta$ ) ที่เกิดขึ้นในระบบสายส่งสัญญาณ

ผลเฉลย

จากสมการ

$$\begin{aligned} Z_0 &= \sqrt{\frac{L}{C}} \\ &= \sqrt{\frac{25 \times 10^{-6}}{10 \times 10^{-9}}} \\ &= 50 \Omega \end{aligned}$$

และ

$$\begin{aligned} \beta &= \omega \sqrt{LC} \\ &= 2\pi f \sqrt{LC} \\ &= 2\pi \times 500 \times 10^6 \sqrt{25 \times 10^{-6} \times 10 \times 10^{-9}} \\ &= 1570.796 \text{ rad / m} \end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ 2-2

สายส่งสัญญาณเส้นหนึ่งมีค่าไดอิเล็กตริกเท่ากับ 2.25 และถูกนำไปใช้งานที่ความถี่ 400 MHz จงหาค่า

- 1) ความเร็วคลื่นในสายส่ง
- 2) ความยาวคลื่นในสุญญากาศ
- 3) ความยาวคลื่นในสายส่ง

ผลเฉลย

- 1) จากสมการ

$$\begin{aligned} F_V &= \frac{V_P}{V_C} = \frac{1}{\sqrt{K}} \\ &= \frac{V_C}{\sqrt{K}} \\ &= \frac{3 \times 10^8}{\sqrt{2.25}} \\ &= 2 \times 10^8 \text{ m / s} \end{aligned}$$

- 2) จากสมการ

$$\begin{aligned} \lambda_C &= \frac{V_C}{f} \\ &= \frac{3 \times 10^8}{400 \times 10^6} \\ &= 0.75 \text{ m} \end{aligned}$$

3) จากสมการ

$$\begin{aligned}\lambda_p &= \frac{V_p}{f} \\ &= \frac{2 \times 10^8}{400 \times 10^6} \\ &= 0.5 \text{ m}\end{aligned}$$

### 2.5.6 ความยาวของสายส่ง (Transmission line length)

การคำนวณในระบบสายส่งสัญญาณ รวมถึงการออกแบบและนำไปใช้งานจริง นิยมใช้ความยาวของสายส่งในเทอมของความยาวคลื่น ซึ่งหาได้จากการนำความยาวของสายส่งจริงหารด้วยความยาวคลื่นในสายส่ง จะได้ความยาวของสายส่งในเทอมของความยาวคลื่น ( $\lambda_p$ ) อาจเรียกอีกอย่างหนึ่งว่า “ความยาวทางไฟฟ้า” (Electrical length) หาได้จากสมการที่ (2-28)

$$l_{\lambda_p} = \frac{l f_o \sqrt{K}}{V_c} \quad (2-28)$$

#### ตัวอย่างที่ 2-3

ถ้าส่งสัญญาณความถี่ที่ 600 MHz โดยการส่งผ่านสายส่งที่มีความยาว 0.5 เมตร และมีค่าไดอิเล็กตริก 2.56 จงหาความยาวสายทางไฟฟ้า

#### ผลเฉลย

จากสมการ

$$\begin{aligned}l_{\lambda_p} &= \frac{l f_o \sqrt{K}}{V_c} \\ &= \frac{0.5 \times 600 \times 10^6 \times \sqrt{2.56}}{3 \times 10^8} \\ &= 1.6 \lambda_p\end{aligned}$$

หรือจากสมการ

$$\begin{aligned}\lambda_p &= \frac{V_p}{f} = \frac{V_c}{\sqrt{K} f} \\ &= \frac{3 \times 10^8}{\sqrt{2.56} \times 600 \times 10^6} \\ &= 0.3125 \text{ m}\end{aligned}$$

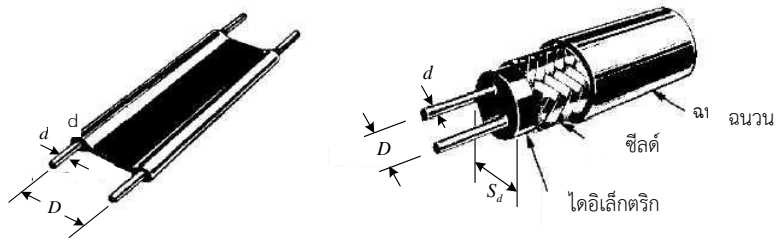
ดังนั้น

$$\begin{aligned}l_{\lambda_p} &= \frac{l}{\lambda_p} \\ &= \frac{0.5}{0.3125} \\ &= 1.6 \lambda_p\end{aligned}$$

2.6 พารามิเตอร์ของสายส่งจากโครงสร้าง (Construction lines parameters)

สายส่งสัญญาณที่ใช้กันอย่างแพร่หลายมี 2 ชนิด คือ สายส่งคู่ขนาน และสายส่งแกนร่วม การหาค่าความเหนี่ยวนำ ความจุไฟฟ้า และอิมพีแดนซ์คุณลักษณะของสายส่งทั้งสองชนิดสามารถคำนวณหาได้จากลักษณะขนาดทางกายภาพ หรือโครงสร้างของสายส่ง ดังรูปที่ 2-22

2.6.1 พารามิเตอร์เนื่องโครงสร้างของสายส่งคู่ขนาน



(ก) สายส่งคู่ขนาน

(ข) สายส่งคู่ขนานแบบชีลด์

รูปที่ 2-22 โครงสร้างของสายส่งคู่ขนาน

การหาความเหนี่ยวนำของสายส่งคู่ขนาน ได้ดังสมการที่ (2-29)

$$L = \frac{\mu_0}{\pi} \ln\left(\frac{2D}{d}\right) \quad \text{เฮนรี/เมตร} \quad (2-29)$$

$$= 4 \times 10^{-7} \ln\left(\frac{2D}{d}\right) \quad \text{เฮนรี/เมตร} \quad (2-30)$$

$$= 9.21 \times 10^{-7} \log\left(\frac{2D}{d}\right) \quad \text{เฮนรี/เมตร} \quad (2-31)$$

การหาความจุไฟฟ้าของสายส่งคู่ขนานได้ดังสมการที่ (2-32)

$$C = \frac{\pi \epsilon_0}{\ln\left(\frac{2D}{d}\right)} \quad \text{ฟารัด/เมตร} \quad (2-32)$$

$$= \frac{27.7 \times 10^{-12}}{\ln\left(\frac{2D}{d}\right)} \quad \text{ฟารัด/เมตร}$$

$$= \frac{12.06 \times 10^{-12}}{\log\left(\frac{2D}{d}\right)} \quad \text{ฟารัด/เมตร} \quad (2-33)$$

การหาอิมพีแดนซ์คุณลักษณะของสายส่งคู่ขนาน ได้ดังนี้

ก) สายส่งคู่ขนาน ดังสมการที่ (2-34) และ สมการที่ (2-35)

$$Z_0 = \frac{120}{\sqrt{K}} \ln\left(\frac{2D}{d}\right) \quad \text{โอห์ม} \quad (2-34)$$

$$= \frac{276}{\sqrt{K}} \log\left(\frac{2D}{d}\right) \quad \text{โอห์ม} \quad (2-35)$$

ข) สายส่งคู่ขนานแบบชิลด์ ดังสมการที่ (2-36) หรือ สมการที่ (2-37)

$$Z_0 = \frac{120}{\sqrt{K}} \ln\left(2D \frac{1-(d/S_d)^2}{1+(d/S_d)^2}\right) \quad \text{โอห์ม} \quad (2-36)$$

$$= \frac{276}{\sqrt{K}} \log\left(2D \frac{1-(d/S_d)^2}{1+(d/S_d)^2}\right) \quad \text{โอห์ม} \quad (2-37)$$

เมื่อ

$D$  คือ ระยะห่างระหว่างตัวนำคู่ขนาน

$d$  คือ เส้นผ่านศูนย์กลางของตัวนำ

$K$  คือ ค่าคงที่ไดอิเล็กตริก

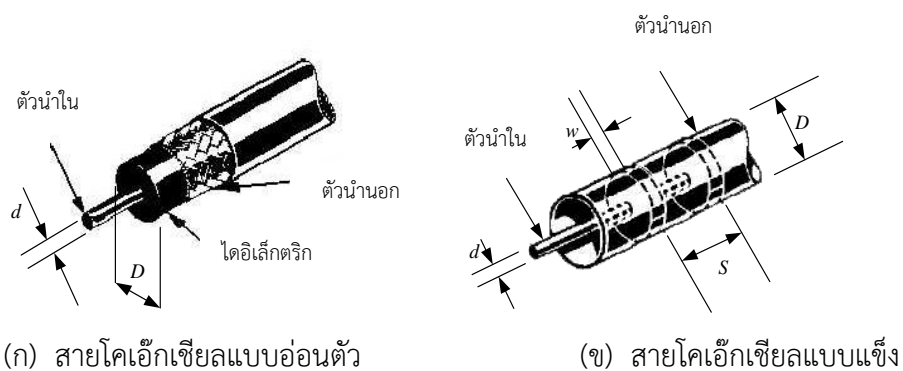
$S_d$  คือ เส้นผ่านศูนย์กลางด้านในของสายชิลด์

$\mu_0$  คือ สภาพซึมซาบทางแม่เหล็กของสุญญากาศ ( $4\pi \times 10^{-7}$  H/m)

$\epsilon_0$  คือ สภาพยอมทางไฟฟ้าของสุญญากาศ ( $1/36\pi \times 10^9$  F/m)

### 2.6.2 พารามิเตอร์ของสายส่งแกนร่วมหรือสายโคแอกเชียล

สายตัวนำที่ใช้ทำสายส่งส่วนมากจะเป็นสายตีเกลียว ถ้าตัดสายตัวนำเดี่ยวรูปทรงกระบอกกับสายตีเกลียวที่มีความยาวเท่ากันมาเปรียบเทียบกัน โดยดึงสายตีเกลียวให้เป็นเส้นตรง จะเห็นได้ว่าสายตีเกลียวมีความยาวมากกว่า จะทำให้สายตัวนำมีอุณหภูมิเพิ่มขึ้น ความต้านทานของสายตัวนำจะมีค่าเพิ่มตาม จากรูปที่ 2-23 เป็นโครงสร้างของสายส่งแกนร่วมหรือสายโคแอกเชียล



รูปที่ 2-23 โครงสร้างของสายส่งแกนร่วมหรือสายโคแอกเชียล

การหาค่าความเหนี่ยวนำของสายส่งแกนร่วม ได้จากสมการที่ (2-40)

$$L = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln\left(\frac{D}{d}\right) \quad \text{เฮนรี/เมตร} \quad (2-38)$$

$$L = 2 \times 10^{-7} \ln\left(\frac{D}{d}\right) \quad \text{เฮนรี/เมตร} \quad (2-39)$$

$$= 4.6 \times 10^{-7} \log\left(\frac{D}{d}\right) \quad \text{เฮนรี/เมตร} \quad (2-40)$$

การหาค่าความจุไฟฟ้าของสายส่งแกนร่วม ได้จากสมการที่ (2-43)

$$C = \frac{2\pi\epsilon}{\ln\left(\frac{D}{d}\right)} \quad \text{ฟารัด/เมตร} \quad (2-41)$$

$$= \frac{6.283\epsilon}{\ln\left(\frac{D}{d}\right)} \quad \text{ฟารัด/เมตร} \quad (2-42)$$

$$= \frac{2.729\epsilon}{\log\left(\frac{D}{d}\right)} \quad \text{ฟารัด/เมตร} \quad (2-43)$$

การหาค่าอิมพีแดนซ์คุณลักษณะของสายส่งแกนร่วม สามารถหาได้ดังนี้

ก) สายโคแอกเชียลแบบอ่อนตัว

$$Z_0 = \frac{60}{\sqrt{K}} \ln\left(\frac{D}{d}\right) \quad \text{โอห์ม} \quad (2.44)$$

$$= \frac{138}{\sqrt{K}} \log\left(\frac{D}{d}\right) \quad \text{โอห์ม} \quad (2.45)$$

ข) สายโคแอกเชียลแบบแข็งตัว

$$Z_0 = \frac{60}{\left(1 + \frac{K-1}{S}\right)^W} \ln\left(\frac{D}{d}\right) \quad \text{โอห์ม} \quad (2.46)$$

$$= \frac{138}{\left(1 + \frac{K-1}{S}\right)^W} \log\left(\frac{D}{d}\right) \quad \text{โอห์ม} \quad (2.47)$$

เมื่อ

$D$  คือ เส้นผ่านศูนย์กลางกลางของไดอิเล็กตริก

$d$  คือ เส้นผ่านศูนย์กลางกลางของตัวนำใน

$K$  คือ ค่าคงที่ไดอิเล็กตริก

$S$  คือ ระยะห่างของตัวยึดเกาะ

- $w$  คือ ความหนาของตัวยัดเกาะ  
 $\mu_0$  คือ สภาพซึมซับทางแม่เหล็กของสุญญากาศ ( $4\pi \times 10^{-7} H/m$ )  
 $\epsilon_0$  คือ สภาพยอมทางไฟฟ้าของสุญญากาศ ( $1/36\pi \times 10^9 F/m$ )  
 $\epsilon_r$  คือ สภาพยอมทางไฟฟ้าสัมพัทธ์ของไดอิเล็กตริก  
 $\epsilon$  คือ สภาพยอมทางไฟฟ้าของตัวกลางไดอิเล็กตริก

**ตัวอย่างที่ 2-4**

สายส่งแบบคู่ขนานทำด้วยลวดทองแดงเบอร์ AWG 22 มี  $D = 9/10$  นิ้ว และ  $d = 0.02536$  นิ้ว ใช้โพลีเอทที่ลีนเป็นไดอิเล็กตริก โดยมี  $K = 2.5$  จงคำนวณหาค่า  $Z_0$  ของสายส่งนี้

**ผลเฉลย**

จากสมการ

$$\begin{aligned} Z_0 &= \frac{276}{\sqrt{K}} \log\left(\frac{2D}{d}\right) \\ &= \frac{276}{\sqrt{2.5}} \log\left(\frac{2 \times 0.9}{0.02536}\right) \\ &= 323.128 \ \Omega \end{aligned}$$

**ตัวอย่างที่ 2-5**

จงหาค่าอิมพีแดนซ์คุณลักษณะของสายส่งชนิดโคแอกเชียล RG 59/A มีข้อกำหนดดังนี้

$$L = 0.118 \mu H / ft, C = 21 pF / ft, D = 0.87 inc, d = 0.25 inc \text{ และ } K = 1$$

**ผลเฉลย**

จากสมการ

$$\begin{aligned} Z_0 &= \sqrt{\frac{L}{C}} \\ &= \sqrt{\frac{0.118 \times 10^{-6}}{21 \times 10^{-12}}} \\ &= 75 \ \Omega \end{aligned}$$

หรือจากสมการ

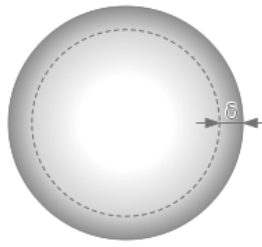
$$\begin{aligned} Z_0 &= \frac{138}{\sqrt{K}} \log\left(\frac{D}{d}\right) \\ &= \frac{138}{\sqrt{1}} \log\left(\frac{0.87}{0.25}\right) \\ &= 75 \ \Omega \end{aligned}$$

**2.6.3 ความลึกผิว (Skin depth)**

เป็นปรากฏการณ์ทางผิวเนื่องจากกระแสไฟฟ้าจะไหลที่ผิวของตัวนำ คือการส่งสัญญาณไปในสายส่ง ลักษณะกระแสไฟฟ้าสลับย่านความถี่สูง จะทำให้ใจกลางของตัวนำมีความต้านทานสูง กระแสส่วนใหญ่จึงไหลเฉพาะที่พื้นผิวของตัวนำเท่านั้น ดังนั้นความหนาของตัวนำต้องถูกนำมาพิจารณา โดยการพิจารณาจาก

## 114 เครื่องข่ายการสื่อสารและสายส่ง

พฤติกรรมการไหลของกระแสที่ผิวของตัวนำว่ามีความลึกเท่าไร รูปที่ 2-24 เป็นการแสดงบริเวณผิวตัวนำด้านนอกที่ความลึกผิวค่าหนึ่ง นอกที่ความลึกผิวค่าหนึ่ง



รูปที่ 2-24 บริเวณผิวตัวนำด้านนอกที่ความลึกผิวค่าหนึ่ง

ค่าความลึกผิว (Skin depth:  $\delta$ ) สามารถหาได้จากสมการที่ (2.48)

$$\delta = \frac{1}{\sqrt{\pi f \mu \sigma}} \quad \text{เมตร} \quad (2.48)$$

เมื่อ

$\delta$  คือ ความลึกผิว

$f$  คือ ความถี่ดำเนินการ

$\mu$  คือ สภาพซึมซาบทางแม่เหล็กของตัวนำ ( $\mu = \mu_0 \mu_r$ )

$\sigma$  คือ ค่าคงที่ความนำไฟฟ้า

กรณีตัวนำเป็นทองแดง

$$\mu = \mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \quad \text{เฮนรี/เมตร}$$

$$\sigma = 5.75 \times 10^7 \quad \text{โอห์ม/เมตร} \quad \text{ที่ } 20^\circ\text{C}$$

$$\therefore \delta = \frac{0.0664}{f} \quad \text{เมตร} \quad (2.49)$$

### ตัวอย่างที่ 2-6

สายโคแอกเชียลเส้นหนึ่งมีตัวนำทำจากเงิน มีค่าคงที่ความนำไฟฟ้ามีค่า  $6.17 \times 10^7$  S/m และค่าสภาพซึมซาบทางแม่เหล็กสัมพัทธ์ของตัวนำมีค่า 0.9999981 ถูกนำไปใช้งานที่ความถี่ดำเนินการ 400 เมกกะเฮิรตซ์ จงหาความลึกผิวบนตัวนำ

### ผลเฉลย

จากสมการ

$$\begin{aligned} \delta &= \frac{1}{\sqrt{\pi f \mu \sigma}} \\ &= \frac{1}{\sqrt{\pi \times 400 \times 10^6 \times 4\pi \times 10^{-7} \times 0.9999981 \times 6.17 \times 10^7}} \\ &= 3.2 \times 10^{-6} \quad \text{m} \quad = 3.2 \times 10^{-3} \quad \text{mm} \end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ 2-7

สายส่งแกนร่วมเส้นหนึ่งตัวนำทำด้วยทองแดง ใช้งานที่ความถี่ดำเนินการ 1 เมกกะเฮิร์ตซ์ จงคำนวณหาความลึกผิวบนตัวนำของสายส่ง

ผลเฉลย

จากสมการ

$$\begin{aligned} \delta &= \frac{0.0664}{f} \\ &= \frac{0.0664}{1 \times 10^6} \\ &= 0.0664 \times 10^{-6} \quad m \\ &= 0.0664 \times 10^{-3} \quad mm \end{aligned}$$

2.7 การลดทอน (Attenuation)

เนื่องจากการสูญเสียเกิดขึ้นเสมอไม่ว่ามากหรือน้อยในสายส่ง สัญญาณที่เดินทางไปตามสายส่งจะถูกลดทอนจางลงนั่นคือ แรงดันไฟฟ้าหรือกระแสไฟฟ้าจะมีค่าน้อยลง ถ้าให้แรงดันไฟฟ้าที่จุดที่ 1 เป็นแรงดันไฟฟ้า  $E_1$  และค่าแรงดันไฟฟ้าที่จุดที่ 2 ไกลออกไปตามความยาวสายเป็นแรงดันไฟฟ้า  $E_2$  ดังสมการที่ (2-50)

$$\frac{E_1}{E_2} = e^{\alpha l} \tag{2-50}$$

เมื่อ

$l$  คือ ความยาวสายระหว่างจุดที่ 1-2

$\alpha$  คือ ค่าคงที่การลดทอน

การลดทอนกำลังงานในสายส่งจะเป็นฟังก์ชันเชิงเส้นกับความยาว และจะเป็นฟังก์ชันเอ็กโพเนนเชียลกับความถี่ของสัญญาณ นั่นคือ

$$\alpha l = \ln \frac{E_1}{E_2} \quad \text{เนเปอร์} \tag{2-51}$$

$$= 2.303 \log \frac{E_1}{E_2} \quad \text{เนเปอร์} \tag{2-52}$$

และค่าการลดทอนกำลังงานสามารถหาค่าในเทอมของหน่วยเดซิเบลได้จากสมการ

$$\alpha l = 20 \log \frac{E_1}{E_2} \quad \text{เดซิเบล} \tag{2-53}$$

(นั่นคือ  $1 \text{ Np} = 20/2.303 = 8.686 \text{ dB}$ )

ตัวอย่างที่ 2-8

ถ้าแรงดันไฟฟ้าที่จุดด้านเข้าของสายส่งมีค่า  $E_1=100$  มิลลิโวลต์ และแรงดันไฟฟ้าที่จุดด้านออกมีค่า  $E_2=80$  มิลลิโวลต์ จงหาค่าการลดทอนกำลังงานในเทอมของเนเปอร์และเดซิเบล

ผลเฉลย

การลดทอนกำลังงานในเทอมเนเปอร์ ดังนี้

$$\begin{aligned} A_L &= \ln \frac{E_1}{E_2} \\ &= \ln \frac{100}{80} \\ &= 0.223 \text{ Np} \end{aligned}$$

หรือ

$$\begin{aligned} A_L &= 2.303 \log \frac{E_1}{E_2} \\ &= 2.303 \log \frac{100}{80} \\ &= 0.223 \text{ Np} \end{aligned}$$

การลดทอนกำลังงานในเทอมเดซิเบล ดังนี้

$$\begin{aligned} A_L &= 20 \log \frac{E_1}{E_2} \\ &= 20 \log \frac{100}{80} \\ &= 1.938 \text{ dB} \end{aligned}$$

หรือ

$$\begin{aligned} A_L &= Np \times 8.686 \text{ dB} \\ &= 0.223 \times 8.686 \\ &= 1.937 \text{ dB} \end{aligned}$$

โดยปกติทั่วไปโรงงานที่ผลิตสายส่งต้องกำหนดค่าการลดทอนกำลังงานต่อความยาวสายของแต่ละความถี่ดำเนินการมาให้ เช่น

	Freq. (MHz)	1	10	50	100	200	400	700	900	1000
RG6/U (75Ω)	Att. (dB/100ft.)	0.24	0.52	1.18	1.83	2.83	3.95	5.38	6.09	6.45
RG8/U (50Ω)	Att. (dB/100ft.)	0.2	0.6	1.3	2.0	2.8	4.0	5.68	6.8	7.3
RG58/U (50Ω)	Att. (dB/100ft.)	0.6	1.5	3.5	4.8	6.9	10.2	14.16	16.8	18.3
RG59/U (75Ω)	Att. (dB/100ft.)	0.6	1.1	2.4	3.4	4.9	7.0	9.7	11.1	12.0

ตัวอย่างที่ 2-9

สายส่ง RG 59/U ยาว 500 ฟุต ใช้ส่งสัญญาณความถี่ 200 MHz และมีแรงดันทางด้านอินพุต ( $V_i$ ) เท่ากับ 100 mV จงคำนวณหาค่าการลดทอนกำลังงานและแรงดันเอาต์พุต

ผลเฉลย

ค่าการลดทอนกำลังงานเป็นค่าเชิงเส้นกับความยาว เพราะฉะนั้นค่าการลดทอนกำลังงานในสายส่ง RG 59/U ความยาว 500 ฟุต ที่ความถี่ 200 MHz คือจากชาร์ตค่าการลดทอนกำลังงานของสายส่ง RG 59/U ที่กำหนดจากโรงงานผู้ผลิต ที่ความถี่ 200 MHz มีค่าการลดทอน 4.9 dB ต่อความยาว 100 ฟุต จากตัวอย่าง RG 59/U ยาว 500 ฟุต ดังนั้นค่าการลดทอนกำลังงานที่ความยาว 500 ฟุต คือ

$$\text{ค่าการลดทอนกำลังงาน} = 5 \times 4.9 \text{ dB} = 24.5 \text{ dB}$$

สัญญาณอินพุต 100 mV ค่าการลดทอนกำลังงาน 24.5 dB ดังนี้

$$\begin{aligned} A_L &= 20 \log \frac{V_o}{V_i} \\ -24.5 &= 20 \log \frac{V_o}{100 \text{ mV}} \\ \frac{-24.5}{20} &= \log \frac{V_o}{100 \text{ mV}} \\ 10^{\left(\frac{-24.5}{20}\right)} &= \frac{V_o}{100 \text{ mV}} \\ V_o &= 100 \times 10^{-3} \times 10^{\left(\frac{-24.5}{20}\right)} \\ V_o &= 5.957 \times 10^{-3} \text{ V} \end{aligned}$$

ในกรณีที่สายส่งไม่มีรายละเอียดกำหนดมาให้ สามารถหาค่าการลดทอนกำลังงานได้จากสมการ (2.43) เขียนในรูปสมการใหม่ดังสมการที่ (2.54)

$$A_L = \epsilon_0 \times \frac{\left(f \times \frac{\sqrt{K}}{D}\right) \left(1 + \frac{D}{d}\right)}{\log\left(\frac{D}{d}\right)} \quad \text{เดซิเบล/100ฟุต} \quad (2.54)$$

- เมื่อ  $A_L$  คือ ค่าการลดทอนกำลังงาน
- $\epsilon_0$  คือ สภาพยอมทางไฟฟ้าของสุญญากาศ ( $1/36\pi \times 10^9$  F/m)
- $f$  คือ ความถี่ดำเนินการ
- $K$  คือ ค่าคงที่ไดอิเล็กตริก
- $D$  คือ เส้นผ่านศูนย์กลางด้านในของตัวนำนอก
- $d$  คือ เส้นผ่านศูนย์กลางด้านนอกของตัวนำใน

ผลลัพธ์ที่ได้จากการคำนวณโดยใช้สมการ (2-54) จะได้ค่าที่ใกล้เคียงกับความเป็นจริง

ตัวอย่างที่ 2.10

สายส่ง RG 59/U มีความยาว 100 ฟุต มีโพลีเอทที่ลีนเป็นไดอิเล็กตริก ( $K$ ) = 2.25 ตัวนำในมีเส้นผ่านศูนย์กลาง  $d = 2$  มิลลิเมตร ตัวนำนอกมีเส้นผ่านศูนย์กลาง  $D = 4.8$  มิลลิเมตร ความถี่ดำเนินการ 200 MHz. จงคำนวณหาค่าการลดทอนกำลังงาน

ผลเฉลย

จากสมการ

$$\begin{aligned}
 A_L &= \epsilon_0 \times \frac{\left(f \times \frac{\sqrt{K}}{D}\right) \left(1 + \frac{D}{d}\right)}{\log\left(\frac{D}{d}\right)} && \text{เดซิเบล/100ฟุต} \\
 &= \epsilon_0 \times \frac{\left(f \times \frac{\sqrt{K}}{D}\right) \left(1 + \frac{D}{d}\right)}{\log\left(\frac{D}{d}\right)} \\
 &= \frac{1}{36\pi \times 10^9} \times \frac{\left(200 \times 10^6 \times \frac{\sqrt{2.25}}{4.8 \times 10^{-3}}\right) \left(1 + \frac{4.8}{2}\right)}{\log\left(\frac{4.8}{2}\right)} \\
 &= 4.94 \text{ dB/100ft}
 \end{aligned}$$

เมื่อสายส่งมีความยาว 100 ฟุต ดังนั้นสายส่งเส้นนี้มีการลดทอนเท่ากับ 4.94 dB ที่ความถี่ 200 MHz

2.8 สัมประสิทธิ์การสะท้อน

เมื่อสัญญาณถูกส่งไปในสายส่ง และเดินทางอย่างต่อเนื่องไปจนถึงปลายสาย จะมีบางส่วนของสัญญาณเกิดการสะท้อน และขนาดการสะท้อนขึ้นอยู่กับขนาดและลักษณะของสัญญาณส่ง ในที่นี้คือคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า ถ้าไม่มีความสม่ำเสมอในสายส่ง คลื่นตกกระทบเดินทางไปถึงปลายสายด้านรับที่ถูกต่อด้วยอิมพีแดนซ์โหลด ( $Z_L$ ) แรงดันและกระแสที่ปลายสายด้านรับหรือโหลด ดังสมการที่ (2-55)

$$E_L = I_L Z_L \tag{2-55}$$

หาก  $Z_L$  แตกต่างจาก  $Z_0$  ค่าแรงดัน  $E_L$  และกระแส  $I_L$  ก็จะไม่ใช่แรงดันและกระแสตกกระทบ ซึ่งจะได้ความสัมพันธ์เป็น  $E_L = Z_0 I_L$  เห็นได้ชัดเจนนว่า  $Z_L$  เป็นผลให้เกิดความต่อเนื่องและเกิดการสะท้อนบางส่วนของสัญญาณขึ้น และค่าแรงดันที่ตกคร่อมโหลด  $Z_L$  เป็นผลบวกของแรงดันตกกระทบ  $E_L^+$  กับ แรงดันสะท้อน  $E_L^-$

นั่นคือ ขนาดของการสะท้อนจะถูกเรียกว่า “สัมประสิทธิ์การสะท้อน” (Reflection coefficient) และถูกแทนด้วย  $\Gamma$  ซึ่งค่าสัมประสิทธิ์การสะท้อน คืออัตราส่วนของแรงดันหรือกระแสสะท้อนต่อแรงดันหรือกระแสตกกระทบ ดังสมการ (2-56)

$$\Gamma = \frac{E_L^-}{E_L^+} = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} \quad (2-56)$$

## 2.9 การสูญเสียกำลังงานในสายส่ง (Power loss for transmission lines)

จากการพิจารณาคุณสมบัติของสายส่งที่ผ่านมา เป็นการพิจารณาจากเงื่อนไขต่างๆ โดยการตั้งสมมุติฐานขึ้นมาว่าสายส่งเป็นสายอุดมคติ คือไม่มีการสูญเสียกำลังงานในสายส่งโดยให้  $R=G=0$  โดยถือว่าสายส่งมีความยาวสั้นมากและเป็นตัวนำที่ดี ตามความเป็นจริงในทางปฏิบัติ การสูญเสียกำลังงานในสายส่งต้องมีการสูญเสียเสมอ โดยเฉพาะสายส่งที่มีความยาวมากๆ นั่นคือ  $R \neq G \neq 0$  และการสูญเสียกำลังงานในสายส่งแบ่งออกเป็น 3 ประเภท คือ

### 2.9.1 การสูญเสียกำลังงานเนื่องจากความต้านทาน (Ohmic loss)

เมื่อมีกระแสไหลผ่านสายส่งและสายส่งมีความต้านทานก็จะเกิดความร้อน โดยที่ความต้านทานของสายส่งจะมีค่าขึ้นอยู่กับขนาดและความยาวสาย ถ้าลวดตัวนำมีขนาดใหญ่ คือมีพื้นที่หน้าตัดใหญ่ ความต้านทานภายในของสายส่งจะมีค่าน้อย แต่ถ้าสายส่งมีความยาวมากความต้านทานก็จะเพิ่มขึ้น ดังสมการ (2-57)

$$R = \frac{l}{\sigma A} \quad \text{โอห์ม} \quad (2-57)$$

เมื่อ

$R$  คือ ความต้านทานอนุกรมของสายส่ง

$l$  คือ ความยาวของสายส่ง

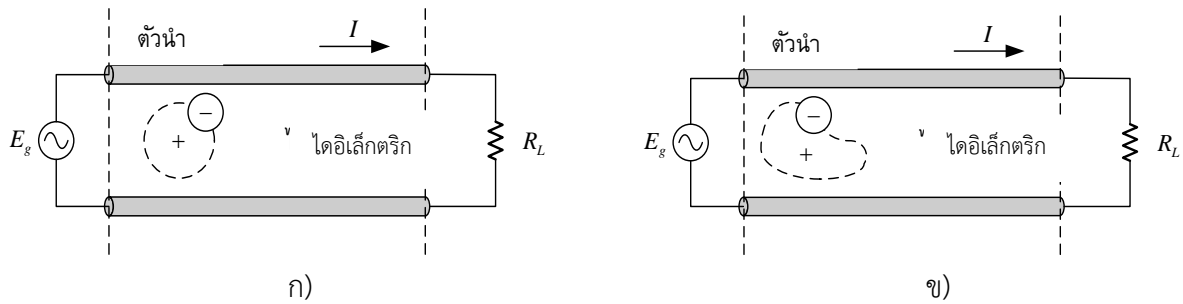
$A$  คือ พื้นที่หน้าตัดของตัวนำ

$\sigma$  คือ ค่าคงที่ความนำไฟฟ้าของตัวนำ

การสูญเสียพลังงาน สาเหตุจากความต้านทานอนุกรม หรือความต้านทานภายในของสายส่งอีกประเภทหนึ่งคือ ค่าความต้านทานดังกล่าวขึ้นอยู่กับความถี่ใช้งานด้วย ถ้าความถี่สูงความต้านทานก็จะสูง การสูญเสียกำลังงานก็จะเพิ่มขึ้นตามไปด้วย เนื่องจากผลทางผิว (Skin effect) การแก้ปัญหาการสูญเสียกำลังงานดังกล่าวกระทำได้ โดยการเพิ่มขนาดของตัวนำเพื่อลดค่าความต้านทานอนุกรมในสายส่ง หรือโดยการเคลือบเงินที่ผิวของตัวนำ เพราะเงินเป็นตัวนำที่ดีสามารถลดความต้านทานได้เช่นกัน

### 2.9.2 การสูญเสียกำลังงานเนื่องจากไดอิเล็กตริก (Dielectric loss)

จากฉนวนที่นำมาทำเป็นไดอิเล็กตริกไม่เป็นฉนวนที่สมบูรณ์ เมื่อมีกระแสไหลผ่านตัวนำก็จะเกิดความต่างศักย์ ตัวนำ วางลวดตัวนำของสายส่ง ก็จะเกิดความจุไฟฟ้าขึ้น ตัวนำ าดรอนของไดอิเล็กตริกได้รับอิทธิพลจากสนามไฟฟ้า มีผลทำให้การโคจรของอิเล็กตรอนในโมเลกุลของไดอิเล็กตริกเปลี่ยนแปลงไป พลังงานที่ทำให้การโคจรของอิเล็กตรอนเปลี่ยนแปลงไป จะเป็นการสูญเสียกำลังงานทางไดอิเล็กตริก ความร้อนจะเกิดขึ้นดังแสดงในรูปที่ 2-25



รูปที่ 2-25 ลักษณะการเคลื่อนที่ของอิเล็กตรอนในโมเลกุลของไดอิเล็กตริก

ขณะที่สายส่งไม่มีความต่างศักย์และมีความต่างศักย์ระหว่างคู่สายจากรูปที่ 2-24 (ก) และ (ข) ตามลำดับ ฉนวนบางชนิด เช่นยางและอากาศ มีโครงสร้างของโมเลกุลที่จะทำให้เกิดการเปลี่ยนแปลงการเคลื่อนที่ของอิเล็กตรอนน้อยมาก เมื่อมีความต่างศักย์ระหว่างคู่สาย การสูญเสียเนื่องจากไดอิเล็กตริกจะมีน้อยเช่นกัน ดังนั้นในการเลือกใช้ไดอิเล็กตริกที่มีการสูญเสียดังกล่าวต่ำ เช่นโพลีเอทิลีน การสูญเสียเนื่องจากไดอิเล็กตริกจะเป็นขีดจำกัดชนิดหนึ่งของการใช้สายส่งเป็นตัวกลางในการโอนถ่ายสัญญาณจากจุดหนึ่งไปยังอีกจุดหนึ่ง

การสูญเสียกำลังงานในไดอิเล็กตริกยังมีผลจากความถี่อีกประการหนึ่ง ถ้าความถี่สูงการสูญเสียก็จะสูงตามไปด้วย จะพบว่าการสูญเสียกำลังงานในสายส่งเนื่องจากความถี่ จะเกิดขึ้นทั้งการสูญเสียเนื่องจากความต้านทานและในไดอิเล็กตริก จึงนับว่าการสูญเสียดังกล่าวนั้นจะเป็นขีดจำกัดในการนำสายส่งไปใช้งานเป็นตัวกลางในการโอนถ่ายสัญญาณ

ดังนั้นสายโคแอกเซียลเป็นสายส่งที่สามารถใช้งานกับย่านความถี่กว้างกว่าสายส่งแบบคู่ขนาน และใช้กับกำลังงานสูงได้ แต่ในทางปฏิบัติความถี่ที่ใช้กับสายส่งโคแอกเซียลในกรณีที่เป็นสายยาวๆ จะไม่เกิน 3 กิกะเฮิร์ตซ์ ถ้าใช้กับความถี่เกินกว่า 3 กิกะเฮิร์ตซ์ จะต้องใช้เป็นสายส่งสั้นๆ

### 2.9.3 การสูญเสียจากการแผ่รังสี (Radiation loss) และการเหนี่ยวนำ (Induction loss)

การสูญเสียกำลังงานทั้งสองจะเกิดขึ้นเมื่อมีสัญญาณไฟฟ้าเดินทางผ่านสายส่ง จะทำให้เกิดสนามแม่เหล็กรอบๆตัวนำตลอดความยาวสาย เป็นลักษณะการแผ่กำลังงาน (Power radiation) ออกไปรอบๆตัวนำ จะมีผลทำให้เกิดประจุไฟฟ้าระหว่างคู่สายและเกิดการเหนี่ยวนำ (Induction) กับวัตถุที่เป็นตัวนำในบริเวณใกล้เคียงกับสายส่ง ถ้าโหลดที่นำมาต่อที่ปลายสายทางด้านรับของสายส่งมีค่าเท่ากับอิมพีแดนซ์ลักษณะเฉพาะของสายส่ง ก็จะมีการสูญเสียกำลังงานเนื่องจากการแผ่รังสีในสายส่งแบบคู่ขนานแต่ไม่มากนัก ในกรณีของสายส่งโคแอกเซียลในทางอุดมคติก็จะถือว่าไม่มีการสูญเสียกำลังงานดังกล่าว

### 2.9.4 การหาค่าการสูญเสียกำลังงานในสายส่งในระบบของสายส่ง

การหาค่าการสูญเสียกำลังงานเป็นสิ่งที่ต้องพิจารณาในการปฏิบัติงาน เพื่อให้การติดตั้งระบบของสายส่งมีการสูญเสียพลังงานน้อยที่สุดเท่าที่จะทำได้ โดยการหาค่ากระแสและแรงดันโดยการวัดใน

ระบบสายส่งและนำไปคำนวณหาค่าการสูญเสีย จากสมการ (2-50), (2-51), (2-52) และ (2-53) ใช้หาค่าการสูญเสียจากแรงดันและกระแสตามลำดับ

- 1) การคำนวณหาค่าการสูญเสียกำลังงานในสายส่งในหน่วยเดซิเบล ในเทอมของแรงดันและกระแส

$$Loss = 20 \log \frac{V_o}{V_i} \quad \text{เดซิเบล} \quad (2-58)$$

หรือ  $Loss = 20 \log \frac{I_o}{I_i} \quad \text{เดซิเบล} \quad (2-59)$

เมื่อ

$Loss$  คือ การสูญเสียกำลังงานในสายส่ง

$V_o$  คือ แรงดันเอาต์พุต หรือแรงดันทางออก

$V_i$  คือ แรงดันอินพุต หรือแรงดันทางอิน

$V_o$  คือ กระแสเอาต์พุต หรือกระแสทางออก

$I_i$  คือ กระแสอินพุต หรือกระแสทางเข้า

### ตัวอย่างที่ 2-11

สายส่งเส้นหนึ่งมีแรงดันอินพุตเท่ากับ 100 mV และแรงดันเอาต์พุตเท่ากับ 10 mV จงคำนวณหาค่าการสูญเสียกำลังงานของสายส่งในหน่วยของเดซิเบล (dB)

ผลเฉลย

- 2) การคำนวณหาค่าการสูญเสียกำลังงานในสายส่งในหน่วยเนเปอร์ (Neper, Np)

$$Loss = \ln \frac{V_o}{V_i} \quad \text{เนเปอร์} \quad (2-60)$$

หรือ  $Loss = \ln \frac{I_o}{I_i} \quad \text{เนเปอร์} \quad (2-61)$

### ตัวอย่างที่ 2-12

สายส่งเส้นหนึ่งมีแรงดันอินพุตเท่ากับ 100 mV และแรงดันเอาต์พุตเท่ากับ 10 mV จงคำนวณหาค่าการสูญเสียกำลังงานของสายส่งในหน่วยของเนเปอร์ (Np)

ผลเฉลย

จากสมการ

หรือ

$$\begin{aligned}
 Loss &= \ln \frac{V_0}{V_i} \\
 &= \ln \frac{10mV}{100mV} \\
 &= -2.303 \quad Np
 \end{aligned}$$

## 2.10 การสูญเสียที่เกิดขึ้นในระบบสายส่งสัญญาณ

### การสูญเสียป้อนกลับ (Return loss)

การนำสายส่งไปต่อระหว่างแหล่งจ่ายกับตัวภาระโหลดในทางปฏิบัติย่อมเกิดการไม่ประสานกันพอดี (Mismatch) เสมอ กล่าวคือ รูปคลื่นสัญญาณทั้งแรงดันและกระแสจากแหล่งจ่ายไม่ได้ไปปรากฏที่ตัวภาระโหลดทั้งหมด เหตุการณ์นี้เรียกว่า การสูญเสียป้อนกลับ ซึ่งเป็นอัตราส่วนระหว่างกำลังไฟฟ้าสะท้อนกลับกับกำลังไฟฟ้าตกกระทบที่ตัวภาระโหลด ดังสมการ

$$R_L = -10 \log \frac{P_r}{P_i} \quad (2-62)$$

เมื่อกำลังไฟฟ้าสะท้อนกลับ

$$P_r = P^- = \frac{|E^-|^2}{Z_0} \quad (2-63)$$

และกำลังไฟฟ้าตกกระทบ

$$P_i = P^+ = \frac{|E^+|^2}{Z_0} \quad (2-64)$$

ดังนั้น

$$\begin{aligned}
 \frac{P_r}{P_i} &= \frac{P^-}{P^+} = \frac{|E^-|^2}{|E^+|^2} \\
 \frac{P_r}{P_i} &= |\Gamma|^2 \quad (2-65)
 \end{aligned}$$

จึงได้ค่าการสูญเสียป้อนกลับ

$$R_L = -10 \log |\Gamma|^2 \quad \text{เดซิเบล} \quad (2-66)$$

$$= -20 \log |\Gamma| \quad \text{เดซิเบล} \quad (2-67)$$

$$= -\ln |\Gamma| \quad \text{เนเปอร์} \quad (2-68)$$

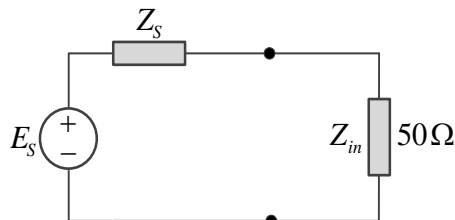
การหาความสัมพันธ์ระหว่างหน่วยเดซิเบลกับเนเปอร์ โดยวิธีเปลี่ยนฐานลอการิทึม

$$\begin{aligned}
 R_L &= -20 \log |\Gamma| \\
 &= -20 \frac{\ln |\Gamma|}{\ln 10} \\
 &= \frac{-20 \log e}{\ln |\Gamma|}
 \end{aligned}$$

ดังนั้น  $1 \text{ Neper} = 20 \log e = 8.686 \text{ dB}$

**ตัวอย่างที่ 2-13**

จากวงจรสายส่งที่กำหนดในรูปที่ 2-26 เกิดการสูญเสียย้อนกลับ 20 เดซิเบล และกำหนดให้ค่าอิมพีแดนซ์มีเฉพาะค่าจริง คือ  $Z_{in} = 50 \text{ โอห์ม}$  จงหาค่า  $Z_S$



รูปที่ 2-26 วงจรสายส่ง

**ผลเฉลย**

จากสมการ

$$R_L = -20 \log |\Gamma_{in}|$$

จากสัมประสิทธิ์การสะท้อนที่ระนาบแหล่งจ่าย

$$|\Gamma_{in}| = \frac{Z_S - Z_0}{Z_S + Z_0} \tag{2-69}$$

เมื่อ  $Z_0 = Z_{in}$

$$|\Gamma_{in}| = \frac{Z_S - Z_{in}}{Z_S + Z_{in}}$$

$$\Gamma_{in} Z_S - Z_S = -Z_{in} - \Gamma_{in} Z_{in}$$

$$Z_S (\Gamma_{in} - 1) = Z_{in} (-1 - \Gamma_{in})$$

$$Z_S = Z_{in} \frac{(1 + \Gamma_{in})}{(1 - \Gamma_{in})}$$

$$= 50 \frac{(1 + 0.1)}{(1 - 0.1)}$$

$$= 61.111 \Omega$$

**การสูญเสียการสอดแทรก (Insertion loss)**

การสูญเสียจากการสอดแทรกสามารถกำหนดเป็นอัตราส่วนในหน่วยเดซิเบลของกำลังไฟฟ้าส่งผ่านต่อกำลังไฟฟ้าตกกระทบ ซึ่งค่ากำลังไฟฟ้าส่งผ่านจะมีค่าเป็นผลต่างของกำลังไฟฟ้าตกกระทบกับกำลังไฟฟ้าสะท้อนกลับ นั่นคือ

$$P_t = P_i - P_r \tag{2-70}$$

หาค่าการสูญเสียการสอดแทรกในหน่วยเดซิเบลได้คือ

$$\begin{aligned} I_L &= -10 \log \frac{P_t}{P_i} \\ &= -10 \log \frac{P_i - P_r}{P_i} \end{aligned} \tag{2-71}$$

และจาก

$$\begin{aligned} \frac{P_r}{P_i} &= |\Gamma|^2 \\ P_r &= P_i |\Gamma|^2 \end{aligned} \tag{2.72}$$

เพราะฉะนั้นจะได้

$$\begin{aligned} I_L &= -10 \log \frac{P_i - P_i |\Gamma|^2}{P_i} \\ &= -10 \log \frac{P_i (1 - |\Gamma|^2)}{P_i} \\ I_L &= -10 \log (1 - |\Gamma|^2) \quad \text{เดซิเบล} \end{aligned} \tag{2.73}$$

**ตัวอย่างที่ 2-14**

จากตัวอย่างที่ 2-13 จงหาค่าการสูญเสียการสอดแทรก

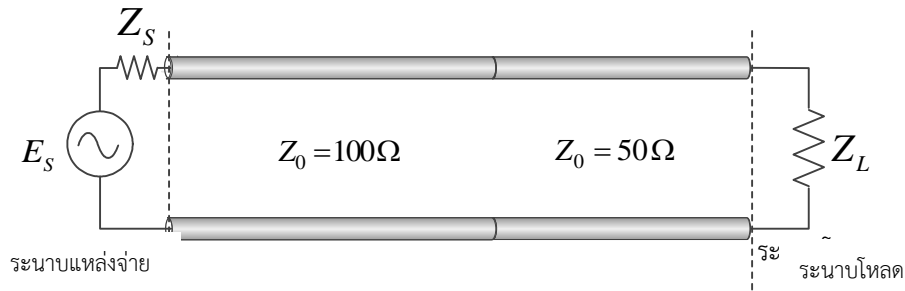
**ผลเฉลย**

จากสมการ

$$\begin{aligned} I_L &= -10 \log (1 - |\Gamma_{in}|^2) \\ &= -10 \log (1 - 0.1^2) \\ &= 0.044 \text{ dB} \end{aligned}$$

**ตัวอย่างที่ 2-15**

จากการใช้งานของสายส่งที่ไม่ประสานกันพอดี ดังแสดงในรูปที่ 2-27 จงหาค่าเปอร์เซ็นต์กำลังไฟฟ้าส่งผ่าน, ค่าเปอร์เซ็นต์กำลังไฟฟ้าสะท้อนกลับ, ค่าการสูญเสียป้อนกลับ และค่าการสูญเสียการสอดแทรก



รูปที่ 2-27 สายส่งที่ไม่ประสานกันพอดี

**ผลเฉลย**

หาค่าสัมประสิทธิ์สะท้อนกลับ

$$\Gamma = \frac{100 - 50}{100 + 50} = 0.333$$

$$\Gamma^2 = 0.111$$

หาค่าเปอร์เซ็นต์กำลังไฟฟ้าส่งผ่าน

$$\begin{aligned} \% P_t &= (P_i - P_r) \times 100\% \\ &= (1 - |\Gamma_{in}|^2) \times 100\% \\ &= (1 - 0.111) \times 100\% \\ &= 88.9\% \end{aligned}$$

หาค่าเปอร์เซ็นต์กำลังไฟฟ้าสะท้อนกลับ

$$\begin{aligned} \% P_r &= \frac{P_r}{P_i} \times 100\% = |\Gamma|^2 \times 100\% \\ &= 0.111 \times 100\% = 11.1\% \end{aligned}$$

หาค่าการสูญเสียย้อนกลับ

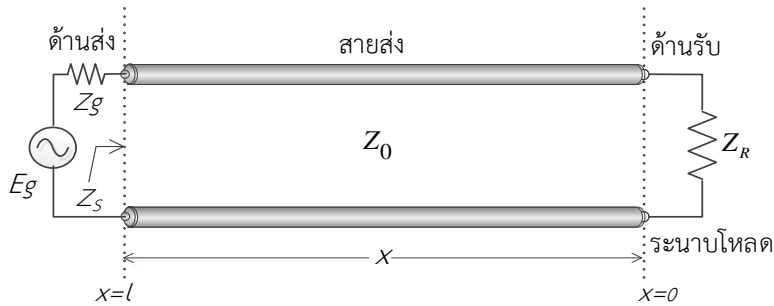
$$\begin{aligned} R_L &= -10 \log |\Gamma_{in}|^2 \\ &= -10 \log 0.111 \\ &= 9.55 \text{ dB} \end{aligned}$$

หาค่าการสูญเสียการสอดแทรก

$$\begin{aligned} I_L &= -10 \log (1 - |\Gamma_{in}|^2) \\ &= -10 \log (1 - 0.111) \\ &= 0.51 \text{ dB} \end{aligned}$$

2.11 การโอนถ่ายกำลังงานสูงสุด (Maximum power transfer)

ในระบบสายส่งจะประกอบด้วย แหล่งกำเนิดสัญญาณ (source) สายส่ง (Transmission lines) และ โหลด (load) ดังแสดงในรูปที่ 2-28



รูปที่ 2-28 องค์ประกอบของระบบสายส่ง

การจัดระบบสายส่งที่จะทำให้เกิดการโอนถ่ายกำลังงานจากแหล่งจ่ายผ่านตัวกลางที่เป็นสายส่งไปสู่ โหลดให้มีค่าสูงสุด ต้องอาศัยปัจจัยดังต่อไปนี้คือ

$$Z_S = Z_0 = Z_R \tag{2-74}$$

เมื่อ

$Z_S$  คือ อินพุตอิมพีแดนซ์ของสายส่ง หรืออิมพีแดนซ์ทางด้านส่ง

$Z_0$  คือ อิมพีแดนซ์คุณลักษณะของสายส่ง

$Z_R$  คือ อิมพีแดนซ์ของโหลด

เมื่อพิจารณาสมการ (2-74) จะเป็นสมการทางอุดมคติเท่านั้น เพราะในทางปฏิบัติจริงในระบบของสายส่งวิทยุ โทรทัศน์ ดังแสดงในรูปที่ 2-28 โหลดจะเป็นสายอากาศ ค่าความต้านทานของสายอากาศที่เป็นความต้านทานอย่างเดียวนั้นไม่มี จะต้องเป็นอิมพีแดนซ์โหลดซึ่งจะตอบสนองกับความถี่ของสัญญาณ ยกเว้นในการทดลองถ้าใช้โหลดจำลอง (Dummy load) การโอนถ่ายกำลังงานจะเกิดขึ้นในระบบของสายส่งก็ต่อเมื่อเงื่อนไขสมการ (2-74) ปรากฏ ซึ่งจะกล่าวในบทต่อไป

สายส่งไม่กำธร (No resonant transmission lines)

สายส่งชนิดนี้มีความหมายคือ ในระบบของสายส่งในทางอุดมคติจะไม่มีคลื่นยืนกำลังงาน (power standing wave) ในสายส่ง เพราะสายส่งถูกนำไปต่อกับโหลดภายใต้เงื่อนไข  $Z_0 = Z_R$  จึงไม่มีกำลังงานสะท้อนกลับจากโหลดไปยังแหล่งกำเนิด คือว่าไม่มีการสูญเสียพลังงานในระบบของสายส่ง (แต่ในทางปฏิบัติจะมีการสูญเสียกำลังงานเล็กน้อย เพราะในสายส่งมีความต้านทานอนุกรม) เมื่อมองจากทางด้านอินพุตของสายส่งไปทางโหลด จะมองเห็นอิมพีแดนซ์มีค่าคงที่ และไม่ขึ้นอยู่กับความถี่ดำเนินการลักษณะเช่นนี้จะเกิดการโอนถ่ายพลังงานสูงสุดไปสู่โหลดวิธีหนึ่ง เพราะเป็นไปตามเงื่อนไขของสมการ (2-74)

**สายส่งกำธร (Resonant transmission lines)**

สายส่งที่ความต้านทานโหลด  $R_L$  ไม่เท่ากับ  $Z_0$  ของสายส่ง หรือ โหลดเป็นอิมพีแดนซ์ ( $Z_R$ ) โดยจะมีค่ามากหรือน้อยกว่า  $Z_0$  ก็ได้ กำลังงานที่ถูกส่งผ่านไปยังโหลด จะปรากฏที่โหลดส่วนหนึ่ง และจะมีส่วนหนึ่งสะท้อนกลับไปยังแหล่งกำเนิด ปรากฏการณ์ที่เกิดขึ้นในลักษณะเช่นนี้ไม่เป็นไปตามเงื่อนไขของสมการ (2-74) คือไม่เกิดเงื่อนไขการโอนถ่ายกำลังงานสูงสุด มีการสูญเสียกำลังงานที่สะท้อนกลับจากโหลดไปยังแหล่งกำเนิด

**ตัวอย่างที่ 2-16**

สายโทรศัพท์ชนิด Open-wire มีค่า  $R=10$  Ohms/mile,  $L=0.0037$  Henrys/mile,  $C=0.0083 \times 10^{-6}$  Farads/mile, และ  $G=0.4 \times 10^{-6}$  Mhos/mile ใช้งานที่ความถี่ 1 kHz จงหาค่า

- 1) อิมพีแดนซ์ ( $Z$ )
- 2) แอดมิตแตนซ์ ( $Y$ )
- 3) อิมพีแดนซ์คุณลักษณะ ( $Z_0$ )
- 4) ค่าคงที่การแพร่กระจาย ( $\gamma$ )
- 5) ค่าคงที่การลดทอน ( $\alpha$ )
- 6) ค่าคงที่เฟส ( $\beta$ )

**ผลเฉลย**

- 1) หาค่าอิมพีแดนซ์ ( $Z$ )

$$\begin{aligned} Z &= R + j\omega L \\ &= 10 + j(2\pi \times 1000 \times 0.0037) \\ &= 10 + j23.248 \quad \Omega \end{aligned}$$

- 2) หาค่าแอดมิตแตนซ์ ( $Y$ )

$$\begin{aligned} Y &= G + j\omega C \\ &= 0.4 \times 10^{-6} + j(2\pi \times 1000 \times 0.0083 \times 10^{-6}) \\ &= 0.4 \times 10^{-6} + j52.15 \times 10^{-6} \quad S \end{aligned}$$

- 3) หาค่าอิมพีแดนซ์คุณลักษณะ ( $Z_0$ )

$$\begin{aligned} Z_0 &= \sqrt{\frac{Z}{Y}} \\ &= \sqrt{\frac{10 + j23.248}{0.4 \times 10^{-6} + j52.15 \times 10^{-6}}} \\ &= \sqrt{485254.64 \angle -22.836^\circ} \\ &= 696.6 \angle -11.418^\circ \quad \Omega \\ &= 682.814 - j137.903 \quad \Omega \end{aligned}$$

4) หาค่าคงที่การแพร่กระจาย

$$\begin{aligned} \gamma &= \sqrt{ZY} \\ &= \sqrt{(25.307 \angle 66.725^\circ)(52.152 \times 10^{-6} \angle 89.561^\circ)} \\ &= \sqrt{1.32 \times 10^{-3} \angle 156.286^\circ} = 36.332 \times 10^{-3} \angle 78.143^\circ \text{ permile} \\ &= 7.465 \times 10^{-3} + j35.557 \times 10^{-3} \text{ permile} \end{aligned}$$

5) หาค่าคงที่การลดทอน

$$\alpha = 7.465 \times 10^{-3} \text{ neper / mile}$$

6) หาค่าคงที่เฟส

$$\beta = 35.557 \times 10^{-3} \text{ rad / mile}$$

แบบฝึกหัดที่ 2

1. สายส่งแบบคู่ขนานทำด้วยลวดทองแดงเบอร์ 22AWG มีค่า  $D = 3/4$  นิ้ว และ  $d = 1/40$  นิ้ว ใช้ไดอิเล็กทริกมีค่า  $K = 2.5$  จงคำนวณหาค่าอิมพีแดนซ์คุณลักษณะ ( $Z_0$ )
2. สายส่งโคแอกเชียล มีค่า  $D = 0.35$  เซนติเมตร มีค่า  $d = 0.1$  เซนติเมตร และมีค่าคงตัวไดอิเล็กทริก  $K = 2.5$  จงคำนวณหาค่าอิมพีแดนซ์คุณลักษณะ ( $Z_0$ )
3. สายส่งเส้นหนึ่งมีแรงดันอินพุตเท่ากับ 200 มิลลิโวลต์ และแรงดันเอาต์พุตเท่ากับ 20 มิลลิโวลต์ จงคำนวณหาค่าการสูญเสียกำลังงานของสายส่งในหน่วยของเดซิเบลและหน่วยเนเปอร์
4. สายส่ง RG 59/U มีความยาว 100 ฟุต มีโพลีเอทิลีนเป็นไดอิเล็กทริก ( $K = 2.25$ ) ตัวนำในมีเส้นผ่านศูนย์กลาง  $d = 2$  มิลลิเมตร ตัวนำนอกมีเส้นผ่านศูนย์กลาง  $D = 4.8$  มิลลิเมตร ความถี่ดำเนินการ 400 MHz. จงคำนวณหาค่าการลดทอนกำลังงาน
5. สายโทรศัพทชนิด Open-wire มีค่า  $R = 14$  Ohms/mile,  $L = 4.6 \times 10^{-3}$  Henrys/mile,  $C = 0.01 \times 10^{-6}$  Farads/mile, และ  $G = 0.3 \times 10^{-6}$  S/mile ใช้งานที่ความถี่ 1 kHz. จงหาค่า
  - 1) อิมพีแดนซ์ ( $Z$ )
  - 2) แอดมิตแตนซ์ ( $Y$ )
  - 3) อิมพีแดนซ์คุณลักษณะ ( $Z_0$ )
  - 4) ค่าคงที่การแพร่กระจาย ( $\gamma$ )
  - 5) ค่าคงที่การลดทอน ( $\alpha$ )
  - 6) ค่าคงที่เฟส ( $\beta$ )

บทที่ 3

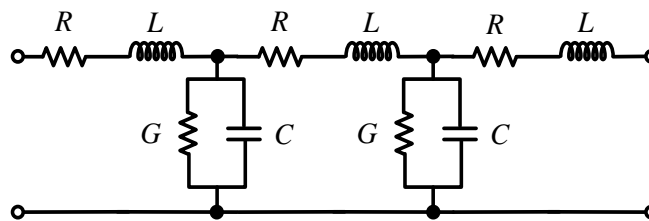
สมการของสายส่ง

(Transmission line equations)

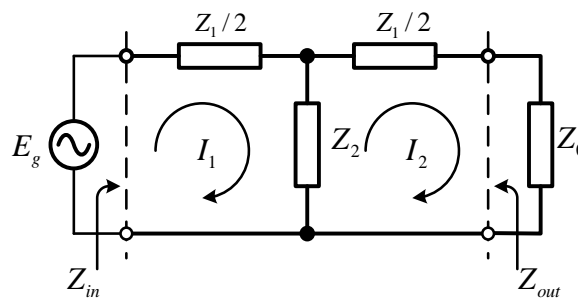
3.1 บทนำ

ค่าคงตัวการกระจายของสายส่งจะเกิดขึ้นเองเป็นไปตามทางกายภาพ เมื่อทางด้านอินพุตหรือทางด้านส่งของสายส่งถูกกระตุ้นด้วยสัญญาณไซน์ชวยต์และอยู่ในสถานะคงตัว ทางด้านเอาต์พุตหรือทางด้านรับถูกต่อด้วยโหลดในเงื่อนไขต่าง ๆ ดังนั้นการพิจารณาสมการต่าง ๆ ในระบบของสายส่งจะใช้ปรากฏการณ์ทางกายภาพ โดยการนำโครงข่ายไฟฟ้าสมมาตรแบบที่ มาร่วมพิจารณาเพราะมีคุณลักษณะเหมือนกับวงจรสมมูลของสายส่ง เพื่อนำไปหาค่าอิมพีแดนซ์คุณลักษณะทางกายภาพได้ หลังจากนั้นจะได้ศึกษาสมการอนุพันธ์ สมการคลื่นของสายส่ง เพื่อหาผลเฉลยของสมการต่อไป

3.2 การหาค่าอิมพีแดนซ์คุณลักษณะของสายส่งจากวงจรสมมูลของโครงข่ายไฟฟ้าสมมาตรแบบที่ใช้กฎของเคอร์ชอฟฟ์พิจารณา



รูปที่ 3-1 วงจรสมมูลของสายส่ง



รูปที่ 3-2 วงจรโครงข่ายแบบที่มีแหล่งจ่ายสัญญาณและโหลด

จากรูปที่ 3-2 สามารถเขียนสมการโดยใช้กฎของเคอร์ชอฟฟ์ ดังนี้

$$\left(\frac{Z_1}{2} + Z_1\right)I_1 - Z_2I_2 = E \quad (3-1)$$

$$\left(\frac{Z_1}{2} + Z_2 + Z_0\right)I_2 - Z_2I_1 = 0 \quad (3-2)$$

จากสมการ (3-2) จะได้

$$\left(\frac{Z_1}{2} + Z_2 + Z_0\right)I_2 = Z_2I_1 \quad (3-3)$$

$$\begin{aligned} \frac{I_1}{I_2} &= \frac{\frac{Z_1}{2} + Z_2 + Z_0}{Z_2} \\ &= \frac{Z_1}{2Z_2} + \frac{Z_2}{Z_2} + \frac{Z_0}{Z_2} \\ \frac{I_1}{I_2} &= 1 + \frac{Z_1}{2Z_2} + \frac{Z_0}{Z_2} \end{aligned} \quad (3-4)$$

สมการ (3-4) เป็นสมการของกระแสที่ไหลผ่านไปตามสายส่ง ถ้าอัตราส่วนของกระแส  $I_1$  กับ  $I_2$  มีค่ามากกว่า “1” แสดงว่า  $I_1$  มากกว่า  $I_2$  นั่นคือมีการสูญเสียในสายส่งเกิดขึ้น เป็นเรื่องปกติเพราะในโครงข่ายมี  $Z_2$  เชื่อมโยงอยู่ และค่า  $Z_2$  ก็ไม่เท่าค่าอนันต์ จึงมีการลดทอนกระแสในโครงข่ายตามทฤษฎีของวงจรไฟฟ้า ในรูปที่ 3-2 ถ้าตัดแหล่งจ่ายออกจากวงจรแล้วมองจากด้านอินพุตไปทางด้านเอาต์พุตจะพบว่า

$$Z_{in} = \frac{Z_1}{2} + \frac{Z_2\left(\frac{Z_1}{2} + Z_0\right)}{Z_2 + \left(\frac{Z_1}{2} + Z_0\right)} \quad \text{โอห์ม} \quad (3.5)$$

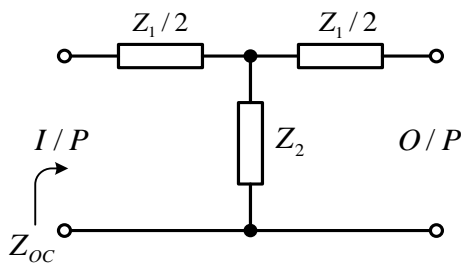
ใช้หลักการโอนถ่ายพลังงานสูงสุด  $Z_{in} = Z_0$  จากสมการ (3.5) เปลี่ยนเป็นสมการ (3.6) คือ

$$\begin{aligned} Z_0 &= \frac{Z_1}{2} + \frac{Z_2\left(\frac{Z_1}{2} + Z_0\right)}{Z_2 + \left(\frac{Z_1}{2} + Z_0\right)} \quad \text{โอห์ม} \\ &= \frac{Z_1}{2} + \frac{\frac{Z_1Z_2}{2} + Z_0Z_2}{Z_2 + \frac{Z_1}{2} + Z_0} \end{aligned} \quad (3.6)$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{Z_1(Z_2 + \frac{Z_1}{2} + Z_o) + Z_1Z_2 + 2Z_oZ_2}{2(Z_2 + \frac{Z_1}{2} + Z_o)} \\
 Z_o &= \frac{Z_1Z_2 + \frac{Z_1^2}{2} + Z_oZ_1 + Z_1Z_2 + 2Z_oZ_2}{2Z_2 + Z_1 + 2Z_o} \\
 2Z_oZ_2 + Z_oZ_1 + 2Z_o^2 &= Z_1Z_2 + \frac{Z_1^2}{2} + Z_oZ_1 + Z_1Z_2 + 2Z_oZ_2 \\
 2Z_o^2 &= 2Z_1Z_2 + \frac{Z_1^2}{2} \\
 Z_o^2 &= Z_1Z_2 + \frac{Z_1^2}{4} \quad \text{โอห์ม} \\
 Z_o &= \sqrt{Z_1Z_2 + \frac{Z_1^2}{4}} \quad \text{โอห์ม} \quad (3-7)
 \end{aligned}$$

3.3 การหาค่าอิมพีแดนซ์คุณลักษณะจากโครงข่ายไฟฟ้าสมมาตรแบบที่ภายใต้สภาวะของโหลดต่างๆ

3.3.1 ในกรณีโหลดเป็นวงจรเปิด (Open circuit load)



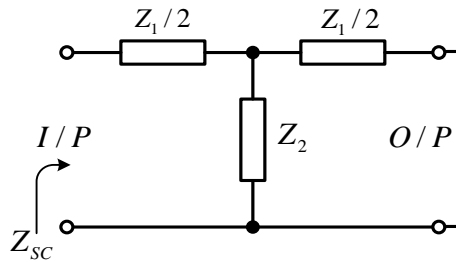
รูปที่ 3-3 โครงข่ายไฟฟ้าสมมาตรแบบที่เอาต์พุตเป็นวงจรเปิด

จากรูปที่ 3-3 ในกรณีทางด้านเอาต์พุตเป็นวงจรเปิดหรือปลายสายเปิดวงจร อิมพีแดนซ์ทางด้านอินพุตมองไปทางด้านเอาต์พุต คือ  $Z_{oc}$

$$Z_{oc} = \frac{Z_1}{2} + Z_2 \quad (3-8)$$

$Z_{oc}$  คืออิมพีแดนซ์ทางด้านอินพุต เมื่อเอาต์พุตเป็นวงจรเปิด

3.3.2 ในกรณีโหลดเป็นวงจรถัด (Short circuit load)



รูปที่ 3-4 โครงข่ายไฟฟ้าสมมาตรแบบที่เอาต์พุตเป็นวงจรถัด

จากรูปที่ 3-4 ในกรณีที่ทางด้านเอาต์พุตเป็นวงจรถัดหรือปลายสายลัดวงจร อิมพีแดนซ์ทางด้านอินพุตมองไปทางด้านเอาต์พุต คือ  $Z_{sc}$

$$\begin{aligned} Z_{sc} &= \frac{Z_1}{2} + \left( \frac{Z_1}{2} // Z_2 \right) \\ &= \frac{Z_1}{2} + \frac{\frac{Z_1}{2} \times Z_2}{\frac{Z_1}{2} + Z_2} \end{aligned} \quad (3-9)$$

$Z_{sc}$  เป็นอิมพีแดนซ์ทางด้านอินพุต เมื่อเอาต์พุตเป็นวงจรถัด จากสมการ (3-8) และสมการ (3-9) ผลคูณของสมการทั้งสอง จะได้ตั้งสมการที่ (3-10)

$$\begin{aligned} Z_{oc}Z_{sc} &= \left( \frac{Z_1}{2} + Z_2 \right) \left( \frac{Z_1}{2} + \frac{\frac{Z_1 Z_2}{2}}{\frac{Z_1}{2} + Z_2} \right) \\ &= \left( \frac{Z_1}{2} + Z_2 \right) \left( \frac{Z_1}{2} + \frac{Z_1 Z_2}{Z_1 + 2Z_2} \right) \\ &= \left( \frac{Z_1 + 2Z_2}{2} \right) \left( \frac{Z_1^2 + 2Z_1 Z_2 + 2Z_1 Z_2}{2Z_1 + 4Z_2} \right) \\ &= \left( \frac{Z_1 + 2Z_2}{2} \right) \left( \frac{Z_1^2 + 4Z_1 Z_2}{2(Z_1 + 2Z_2)} \right) \\ &= \frac{Z_1^2 + 4Z_1 Z_2}{4} \\ &= Z_1 Z_2 + \frac{Z_1^2}{4} \\ \sqrt{Z_{oc}Z_{sc}} &= \sqrt{Z_1 Z_2 + \frac{Z_1^2}{4}} \end{aligned} \quad (3-10)$$

## 134 เครือข่ายการสื่อสารและสายส่ง

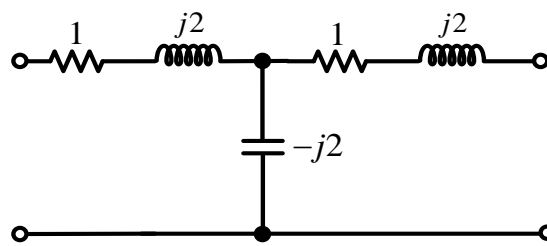
จากสมการ (3-7) กับสมการ (3-10) จะได้ตั้งสมการที่ (3-11)

$$Z_0 = \sqrt{Z_{oc} \times Z_{sc}} \quad \text{โอห์ม} \quad (3-11)$$

ซึ่งค่า  $Z_0$  เป็นค่าความต้านทานบอกคุณลักษณะของสายส่ง (characteristic impedance)

### ตัวอย่างที่ 3-1

จงหาค่าความต้านทาน  $Z_0$  ของวงจรโครงข่ายแบบที่ ดังแสดงในรูปที่ 3-5



รูปที่ 3-5 วงจรโครงข่ายแบบที่

### ผลเฉลย

พิจารณาจากวงจรในส่วนที่มีลักษณะเป็นวงจรอนุกรม ซึ่งมีค่าเท่ากันทั้งสองข้าง แบ่งออกเป็นข้างละครึ่งส่วน มีค่าเป็น  $Z_1/2$  และตัวที่ต่อเป็นขั้วเซบแต่นซ์มีค่าเป็น  $Z_2$  แทนค่าด้วยความต้านทานในวงจร

$$\frac{Z_1}{2} = 1 + j2$$

$$Z_1 = 2(1 + j2)$$

$$Z_2 = -j2$$

จากสมการ

$$\begin{aligned} z_o &= \sqrt{Z_1 Z_2 + \frac{Z_1^2}{4}} \\ &= \sqrt{2(1 + j2)(-j2) + \frac{4(1 + j2)^2}{4}} \\ &= \sqrt{(2 + j4)(-j2) + (1 + j2)^2} \\ &= \sqrt{(-j4 + 8) + (j4 - 3)} \\ z_o &= \sqrt{5} \end{aligned}$$

หรือจากสมการ

$$Z_0 = \sqrt{Z_{oc} Z_{sc}}$$

$$\begin{aligned}
 Z_{oc} &= \frac{Z_1}{2} + Z_2 \\
 &= 1 + j2 - j2 \\
 Z_{sc} &= \frac{Z_1}{2} + \frac{\frac{Z_1 Z_2}{2}}{\frac{Z_1}{2} + Z_2} \\
 &= (1 + j2) + \frac{(1 + j2)(-j2)}{1 + j2 - j2} \\
 Z_o &= \sqrt{(1 + j2 - j2) \left( (1 + j2) + \frac{(1 + j2)(-j2)}{1 + j2 - j2} \right)} \\
 &= \sqrt{(1 + j2) + (1 + j2)(-j2)} \\
 &= \sqrt{(1 + j2) + (-j2 + 4)} \\
 Z_o &= \sqrt{5}
 \end{aligned}$$

### 3.4 อิมพีแดนซ์คุณลักษณะ (Characteristic impedance: $Z_0$ )

ค่าอิมพีแดนซ์ของสายส่งเป็นผลมาจากการรวมส่วนประกอบของสายตลอดความยาวสายเข้าด้วยกัน ดังนั้นความยาวสายจึงเป็นส่วนประกอบที่สำคัญของค่า  $Z_o$  เมื่อรวมตัวประกอบที่ต่ออนุกรมและตัวประกอบที่ต่อขนานเข้าด้วยกันเป็นเพียง 1 ชุดของโครงข่ายแบบที และกำหนดให้ความยาวเป็น  $\Delta x$  ดังนั้นค่าความต้านทานและความนำจะต้องเป็นค่าต่อความยาว  $\Delta x$  จึงคิดว่าเป็นค่าต่อความยาว 1 หน่วย ดังนั้นค่าความต้านทานของสายจึงมีค่าเป็น  $Z\Delta x$  และค่าความนำของสายก็มีค่าเป็น  $Y\Delta x$

เมื่อเป็นเช่นนี้ค่าอิมพีแดนซ์คุณลักษณะของสายจึงเป็นค่าคงที่เท่ากันตลอดความยาวสาย และกลับไปพิจารณาสมการของ  $Z_o$  จากสมการ (3-7) ดังนี้

$$Z_o = \sqrt{Z_1 Z_2 + \frac{Z_1^2}{4}}$$

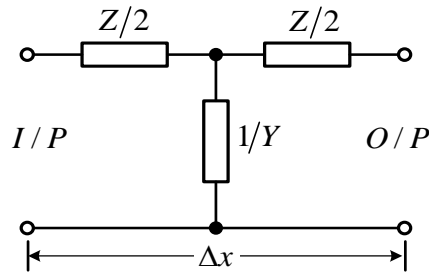
เขียนเป็นสมการใหม่

$$Z_o = \sqrt{Z_1 Z_2 \left( 1 + \frac{Z_1}{4Z_2} \right)} \quad (3-12)$$

กำหนดให้  $Z_1 = Z$  และ  $\frac{1}{Z_2} = Y$

ดังนั้นจะได้

$$Z_o = \sqrt{\frac{Z}{Y} \left( 1 + \frac{ZY}{4} \right)} \quad (3-13)$$



รูปที่ 3-6 วงจรโครงข่ายแบบที่ที่มีความยาวสายจำกัด  $\Delta x$

ถ้าคิดค่า  $Z$  และ  $Y$  ตามความยาวสาย  $\Delta x$  จะได้สมการเป็น

$$Z_o = \sqrt{\frac{Z\Delta x}{Y\Delta x} \left( 1 + \frac{Z\Delta x Y\Delta x}{4} \right)}$$

$$Z_o = \sqrt{\frac{Z}{Y} \left( 1 + \frac{ZY\Delta x^2}{4} \right)} \quad (3-14)$$

$\lim_{\Delta x \rightarrow 0}$  จะได้

$$Z_o = \sqrt{\frac{Z}{Y}} \quad (3-15)$$

ค่าอิมพีแดนซ์คุณลักษณะของสายส่งจะเป็นค่าต่อความยาวสาย เนื่องจากของ  $Z$  เป็นโอห์มต่อหน่วยความยาว และ  $Y$  เป็นซีเมนส์ต่อหน่วยความยาว

### 3.5 ค่าคงที่การแพร่กระจาย (Propagation constant : $\gamma$ )

จากการวิเคราะห์ท่วงจรของสายส่งในขณะทำงาน มีกระแส  $I_1$  และ  $I_2$  ไหลในวงจร อัตราส่วนของกระแสที่ได้จากสมการ (3.4)

$$\frac{I_1}{I_2} = 1 + \frac{Z_1}{2Z_2} + \frac{Z_0}{Z_2}$$

อัตราส่วนของกระแสเป็นค่าคงที่ของการทำงานของสาย เรียกว่า “อัตรากระแส” กำหนดให้เป็น  $e^\gamma$  ดังนั้น

$$\frac{I_1}{I_2} = e^\gamma \quad (3-16)$$

เมื่อ

$$e^\gamma = A \angle \theta^\circ \quad (3-17)$$

$\gamma$  คือค่าคงที่การแพร่กระจาย (propagation constant) และเป็นจำนวนเลขเชิงซ้อน (Complex number) ดังนั้น

$$\gamma = \alpha + j\beta \quad (3-18)$$

$$\begin{aligned} e^\gamma &= e^{(\alpha + j\beta)} \\ &= e^\alpha e^{j\beta} \\ e^\gamma &= e^\alpha \angle \beta \end{aligned} \quad (3-19)$$

เมื่อ

$\gamma$  คือค่าคงที่การแพร่กระจาย

$\alpha$  คือค่าคงที่การลดทอน

$\beta$  คือค่าคงที่เฟส

ดังนั้น

$$e^\gamma = 1 + \frac{Z_1}{2Z_2} + \frac{Z_0}{Z_2} \quad (3-20)$$

หรือ

$$e^{(\alpha + j\beta)} = 1 + \frac{Z_1}{2Z_2} + \frac{Z_0}{Z_2}$$

การวิเคราะห์หาค่าคงที่การแพร่กระจายของสายส่ง เริ่มจากสมการ (3.20) คือ

$$e^\gamma = 1 + \frac{Z_1}{2Z_2} + \frac{Z_0}{Z_2}$$

แทนค่าของ  $Z_0$  ด้วยค่าของสมการ (3.7)

$$e^\gamma = 1 + \frac{Z_1}{2Z_2} + \frac{\sqrt{Z_1 Z_2 + \frac{Z_1^2}{4}}}{Z_2} \quad (3-21)$$

ในการทำงานเดียวกันกับการหาค่า  $Z_0$  กำหนดให้  $Z_1 = Z$  และ  $\frac{1}{Z_2} = Y$

แทนค่า  $Z$  และ  $Y$  ลงในสมการ (3-21) จะได้สมการที่ (3-22)

$$\begin{aligned} e^\gamma &= 1 + \frac{ZY}{2} + \frac{\sqrt{\frac{Z}{Y} + \frac{Z^2}{4}}}{\frac{1}{Y}} \\ e^\gamma &= 1 + \frac{ZY}{2} + \sqrt{ZY + \frac{(ZY)^2}{4}} \end{aligned} \quad (3-22)$$

ค่าของ  $e^{\gamma}$  ต้องคิดตลอดความยาวสาย เมื่อสายส่งมีความยาวสายเป็น  $\Delta x$  ดังนั้นค่าของ  $Z$  และ  $Y$  จึงต้องคูณด้วย  $\Delta x$  จะได้สมการเป็น

$$\begin{aligned} e^{\gamma\Delta x} &= 1 + \frac{ZY\Delta x^2}{2} + \sqrt{ZY\Delta x^2 \left(1 + \frac{ZY\Delta x^2}{4}\right)} \\ &= 1 + \frac{ZY\Delta x^2}{2} + \left(ZY\Delta x^2 \left(1 + \frac{ZY\Delta x^2}{4}\right)\right)^{\frac{1}{2}} \\ e^{\gamma\Delta x} &= 1 + \frac{ZY\Delta x^2}{2} + \sqrt{ZY}\Delta x \left(1 + \frac{ZY\Delta x^2}{4}\right)^{\frac{1}{2}} \end{aligned} \quad (3-23)$$

สมการ (3-23) จะมีเทอมที่เรียงลำดับของทฤษฎีบททวินาม (Binomial theorem) อยู่ ดังจะเห็นได้จาก การกระจายตัวแบบทวินาม (Binomial expansion) คือ

$$e^{\gamma} = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^4}{4!} + \dots + \frac{x^{n-1}}{(n-1)!}$$

เมื่อพิจารณาสมการของ  $e^{\gamma\Delta x}$  และกระจายออกตามทฤษฎีบททวินามจะได้สมการเป็น

$$e^{\gamma\Delta x} = 1 + \gamma\Delta x + \frac{(\gamma\Delta x)^2}{2!} + \frac{(\gamma\Delta x)^3}{3!} + \frac{(\gamma\Delta x)^4}{4!} + \dots \quad (3-24)$$

สมการ (3-23) จะเห็นว่าเทอมที่ 1 และเทอมที่ 2 เป็นรูปแบบของทฤษฎีบททวินาม จะมีในเทอมที่ 3 ที่จะต้องพิจารณาและทำการกระจายออก ดังนี้คือ

$$\begin{aligned} \left(1 + \frac{ZY\Delta x^2}{4}\right)^{\frac{1}{2}} &= 1 + \frac{1}{2}\left(\frac{ZY\Delta x^2}{4}\right) + \frac{\left(\frac{1}{2}\right)\left(-\frac{1}{2}\right)}{1 \times 2}\left(\frac{ZY\Delta x^2}{4}\right)^2 + \dots \\ \left(1 + \frac{ZY\Delta x^2}{4}\right)^{\frac{1}{2}} &= 1 + \frac{1}{2}\left(\frac{ZY\Delta x^2}{4}\right) - \frac{1}{8}\left(\frac{ZY\Delta x^2}{4}\right)^2 + \dots \end{aligned} \quad (3-25)$$

นำไปแทนค่าในสมการ (3-23)

$$\begin{aligned} e^{\gamma\Delta x} &= 1 + \frac{ZY\Delta x^2}{2} + \sqrt{ZY}\Delta x \left(1 + \frac{ZY\Delta x^2}{4}\right)^{\frac{1}{2}} \\ \gamma\Delta x + \frac{(\gamma\Delta x)^2}{2!} + \frac{(\gamma\Delta x)^3}{3!} + \dots &= \frac{ZY\Delta x^2}{2} + \sqrt{ZY}\Delta x \left(1 + \frac{1}{2}\left(\frac{ZY\Delta x^2}{4}\right) - \frac{1}{8}\left(\frac{ZY\Delta x^2}{4}\right)^2\right) \end{aligned}$$

$$\gamma\Delta x + \frac{\gamma^2\Delta x^2}{2} + \frac{\gamma^3\Delta x^3}{6} + \dots = \frac{ZY\Delta x^2}{2} + \sqrt{ZY}\Delta x \left( 1 + \frac{ZY\Delta x^2}{8} - \frac{(ZY\Delta x^2)^2}{128} \right)$$

หารด้วย  $\Delta x$  ตลอด

$$\gamma + \frac{\gamma^2\Delta x}{2} + \frac{\gamma^3\Delta x^2}{6} + \dots = \frac{ZY\Delta x}{2} + \sqrt{ZY} \left( 1 + \frac{ZY\Delta x^2}{8} - \frac{(ZY\Delta x^2)^2}{128} \right)$$

$\lim_{\Delta x \rightarrow 0}$  จะได้

$$\gamma = \sqrt{ZY} \quad (3-26)$$

ดังนั้น  $\gamma$  คือค่าคงที่การแพร่กระจายของสายส่งเป็นค่าต่อหน่วยความยาว

### 3.6 สายในอุดมคติ (Ideal line)

จากการวิเคราะห์ค่าคงที่ของสายส่งที่ผ่านมาจะพบว่าความสามารถของสายส่งในการส่งผ่านพลังงานไปยังโหลด ที่มีทั้งค่าตัวทานต้าน ตัวนำ และการรั่วซึมแสดงอยู่ในสายส่ง จึงทำให้เกิดการสูญเสียพลังงาน ถ้าจะไม่ให้เกิดการสูญเสียในสายส่ง ก็จะต้องหาวัสดุที่นำมาทำสายเป็นวัสดุที่ไม่มีค่าความต้านทาน หรือ  $R=0$  และค่าความนำระหว่างสายส่งที่ฉนวนที่นำมาใช้ทำสายก็จะต้องมีค่า  $G=0$  ด้วย และสายส่งชนิดนี้จะถูกเรียกว่า “สายในอุดมคติ” (Ideal line)

ดังนั้นจึงได้ค่าของค่าคงที่การแพร่กระจายของสายส่งสำหรับสายในอุดมคติ จากสมการ (3-26)

$$\gamma = \sqrt{ZY}$$

เมื่อ

$$Z = R + j\omega L$$

$$Y = G + j\omega C$$

$$\gamma = \sqrt{(R + j\omega L)(G + j\omega C)} \quad (3-27)$$

สำหรับสายส่งในอุดมคติ  $R=0$  และ  $G=0$  ดังนั้นจะได้สมการของค่าคงที่การแพร่กระจายเป็น

$$\gamma = \sqrt{(j\omega L)(j\omega C)}$$

$$\gamma = j\omega\sqrt{LC} \quad (3-28)$$

เมื่อ

$$\gamma = \alpha + j\beta$$

ในสายส่งชนิดสายในอุดมคติ  $\alpha=0$

เพราะฉะนั้น

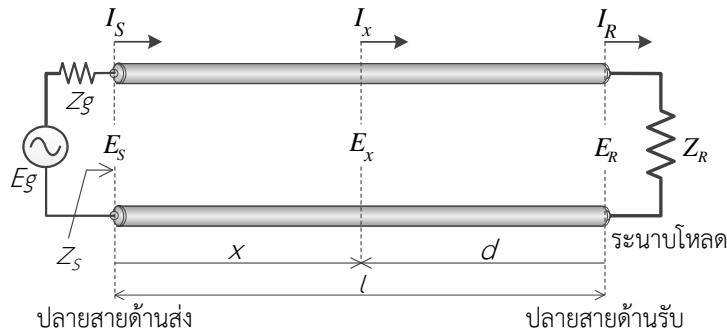
$$\gamma = 0 + j\beta$$

ดังนั้น

$$\beta = \omega\sqrt{LC} \quad (3.29)$$

3.7 แรงดันและกระแสในสายส่ง

ในสายส่งจะมีค่าพารามิเตอร์ RLC ซึ่งรวมกันเข้าเป็นวงจรโครงข่ายสมมาตรแบบที่ และเพื่อความสะดวกในการวิเคราะห์ แรงดันในสายส่งจะตกคร่อมทุกๆ ส่วน และแรงดันที่ตกคร่อมแอดมิตแตนซ์ขนานจะเปลี่ยนไปเรื่อยๆ เนื่องจากกระแสที่ไหลผ่านแอดมิตแตนซ์ขนานทุกๆ ตัวตลอดความยาวสาย ทำให้แรงดันที่ปลายสายด้านรับ (Receiving end) ลดลงอย่างมากมาย เมื่อเปรียบเทียบกับแรงดันที่ปลายสายด้านส่ง (Sending end) และกระแสที่ไหลไปตามสายก็เช่นกันจะมีค่าไม่คงที่ตลอดความยาวสาย เพราะมีกระแสไหลในวงจรขนานด้วย



รูปที่ 3-7 วงจรสายส่งที่มีแหล่งจ่ายและตัวภาระโหลด

ดังนั้นเพื่อให้รู้ค่าของแรงดันและกระแสที่จุดใดๆในสายส่ง จึงต้องคำนวณหาค่าของแรงดันและกระแสโดยใช้วงจรโครงข่ายแบบที่ของสายส่งมาเป็นหลักในการวิเคราะห์ พารามิเตอร์ต่างๆในสายส่ง

**R** คือ ความต้านทานอนุกรม (Series resistance) ต่อหน่วยความยาวสาย มีหน่วยเป็นโอห์มต่อหน่วยความยาว

**L** คือ ความเหนี่ยวนำอนุกรม (Series inductance) ต่อหน่วยความยาวสาย มีหน่วยเป็นเฮนรี่ต่อหน่วยความยาว

**C** คือ ความจุไฟฟ้าขนาน (Shunt capacitance) ระหว่างคู่สายต่อหน่วยความยาวสาย มีหน่วยเป็นฟารัดต่อหน่วยความยาว

**G** คือ ความนำไฟฟ้าขนาน (Shunt conductance) ระหว่างคู่สายต่อหน่วยความยาวสาย มีหน่วยเป็นซีเมนส์ต่อหน่วยความยาว

$\omega L$  คือ รีแอกแตนซ์อนุกรม (Series reactance) มีหน่วยเป็นโอห์มต่อหน่วยความยาวสาย

$Z = R + j\omega L$  คือ อิมพีแดนซ์อนุกรม (Series impedance) ของสายส่ง มีหน่วยเป็นโอห์มต่อหน่วยความยาวสาย

$\omega C$  คือ ซัสเซปแตนซ์ขนาน (Shunt susceptance) มีหน่วยเป็นซีเมนส์ต่อหน่วยความยาวสาย

$Y = G + j\omega C$  คือ แอดมิตแตนซ์ขนาน (shunt admittance) ของสายส่ง มีหน่วยเป็นซีเมนส์ต่อหน่วยความยาวสาย

**x** คือ ระยะความยาวสายที่วัดจากปลายสายด้านส่งไปถึงจุดใดๆที่จะทำการวิเคราะห์

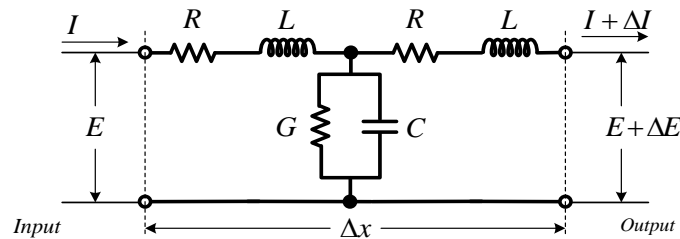
**d** คือ ระยะความยาวสายที่วัดจากปลายสายด้านรับไปถึงจุดใดๆที่จะทำการวิเคราะห์

$l$  คือ ความยาวของสายส่ง

$E$  คือ ค่าแรงดันไฟฟ้าตกคร่อมที่จุดใดๆในสายส่ง มีหน่วยเป็นโวลต์

$I$  คือ ค่ากระแสไฟฟ้าที่ไหลที่จุดใดๆในสายส่ง มีหน่วยเป็นแอมแปร์

การศึกษาปรากฏการณ์ต่างๆที่เกิดขึ้นในระบบสายส่งที่ถูกกระตุ้นด้วยสัญญาณไซน์ชอยด์ที่อยู่ในสถานะคงตัวสามารถกระทำได้โดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ และวงจรไฟฟ้ามาประยุกต์ใช้ เพื่อให้ค่าต่างๆที่เกิดขึ้นมีผลใกล้เคียงกับความเป็นจริง การพิจารณาจะต้องใช้สายส่งเพียงส่วนเดียวมาพิจารณา ถ้านำสายส่งที่มีความยาวมาก มาพิจารณา ผลที่ออกมาจะมีค่าผิดพลาดสูงมากเมื่อเทียบกับค่าจริง



รูปที่ 3-8 วงจรสมมูลของสายส่งที่มีความยาวเพียงส่วนเดียว ( $\Delta x$ )

จากรูปที่ 3-8 ให้แรงดันทางด้านอินพุตเท่ากับ  $E$  และกระแสอินพุตเท่ากับ  $I$  เมื่อสัญญาณจากอินพุต  $j\omega$  ไปถึงเอาต์พุตจะมีแรงดันเอาต์พุตเท่ากับ  $E + \Delta E$  และกระแสเอาต์พุตเท่ากับ  $I + \Delta I$  แสดงว่าสายส่งที่มีความยาวเท่ากับ  $\Delta x$  แรงดันตกคร่อมเท่ากับ  $\Delta E$  และกระแสรั่วซึมไป  $\Delta I$  เนื่องจากมีอิมพีแดนซ์อนุกรมและแอดมิตแตนซ์ขนานตามลำดับ

จากกฎของโอห์มและเคอร์ชอฟฟ์โวลเตจ จะได้ตั้งสมการที่ (3-30) และ (3-31)

$$E + \Delta E = E - I(R + j\omega L)\Delta x \quad (3-30)$$

$$\begin{aligned} \Delta E &= -I(R + j\omega L)\Delta x \\ \frac{\Delta E}{\Delta x} &= -(R + j\omega L)I \end{aligned} \quad (3-31)$$

และในทำนองเดียวกัน กระแสที่ปลายสายทั้งสองของวงจร เป็นกระแสไหลผ่านส่วนขนานของวงจรคือ  $G\Delta x$  และ  $C\Delta x$  ดังนั้น

$$\begin{aligned} I + \Delta I &= I - (G + j\omega C)\Delta x(E + \Delta E) \\ &= I - (G + j\omega C)\Delta x E \end{aligned} \quad (3-32)$$

## 142 เครื่องข่ายการสื่อสารและสายส่ง

ในเทอมของ  $\Delta x \Delta E$  พิจารณาให้มีค่าน้อยมากสำหรับขนาดของ  $\Delta x$  สั้นๆ เพราะฉะนั้นค่า  $\Delta E$  ก็มีค่าน้อยไปด้วย จึงได้

$$\begin{aligned} I + \Delta I &= -(G + j\omega C) \Delta x E \\ \frac{\Delta I}{\Delta x} &= -(G + j\omega C) E \end{aligned} \quad (3-33)$$

จากสมการของแรงดันและกระแสบนสายส่งที่มีความยาว  $\Delta x$  เมื่อให้มีค่าเข้าสู่ศูนย์ จะได้สมการเป็น

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta E}{\Delta x} = \frac{dE}{dx} = -(R + j\omega L) I \quad (3-34)$$

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta I}{\Delta x} = \frac{dI}{dx} = -(G + j\omega C) E \quad (3-35)$$

โดยปกติในทฤษฎีสายส่งจะใช้เครื่องหมายแทนค่าอิมพีแดนซ์อนุกรมต่อหน่วยความยาวของสายด้วยสัญลักษณ์  $Z$  และเครื่องหมายแทนค่าแอดมิตแตนซ์ขนานต่อหน่วยความยาวของสายด้วยสัญลักษณ์  $Y$  คือ

อิมพีแดนซ์อนุกรม  $Z = R + j\omega L$  โอห์มต่อหน่วยความยาวสาย

แอดมิตแตนซ์ขนาน  $Y = G + j\omega C$  ซีเมนส์ต่อหน่วยความยาวสาย

จากสมการ (3-34) และ (3-35) จะได้ตั้งสมการที่ (3-36), (3-37)

$$\frac{dE}{dx} = -ZI \quad (3-36)$$

$$\frac{dI}{dx} = -YE \quad (3-37)$$

จากสมการ (3-36) และ (3-37) จะได้สมการอนุพันธ์อันดับสองของสายส่งที่ถูกกระตุ้นด้วยสัญญาณไซน์ชอยด์ที่อยู่ในสถานะคงตัว ตั้งสมการที่ (3-38) (3-39)

$$\frac{d^2 E}{dx^2} = -Z \frac{dI}{dx} = ZYE \quad (3-38)$$

$$\frac{d^2 I}{dx^2} = -Y \frac{dE}{dx} = ZYI \quad (3-39)$$

เนื่องจากค่าของ  $\sqrt{ZY} = \gamma$  เพราะฉะนั้น  $ZY = \gamma^2$

จากสมการ (3-38) แก้สมการเชิงอนุพันธ์ แทนค่า  $ZY$  ด้วย  $\gamma^2$  และใช้ตัวกระทำ "D" จะได้ตั้งสมการ (3.40)

$$D^2 E = \gamma^2 E \quad (3.40)$$

เมื่อมีสมการเชิงอนุพันธ์ในสมการวิเคราะห์ห้วงจรสมมูลของสายส่ง แสดงว่าสมการเหล่านี้เป็นสมการคลื่นได้ เพื่อความสะดวกเราใช้การกระทำ “m” ทางคณิตศาสตร์เข้ามาใช้ในนิพจน์ของสมการ  $(D^2 - \gamma^2) = 0$  โดยใช้ m แทน D จะได้

$$(m + \gamma)(m - \gamma) = 0$$

$$m_1 = -\gamma$$

$$m_2 = +\gamma$$

ผลการวิเคราะห์แสดงว่ามีอยู่ 2 ค่า ค่าหนึ่งเป็นลบ และอีกค่าหนึ่งเป็นบวก เมื่อเป็นรูปแบบเลขยกกำลัง (Exponential form) จะได้เป็นค่าของแรงดันไฟฟ้าและกระแสไฟฟ้าในสายส่ง

สมการ (3-40) เป็นสมการพื้นฐานของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าที่แพร่กระจายในสายส่ง ผลเฉลยของสมการ (3-40) เขียนในรูปแบบเอกซ์โพเนนเชียล คือ

$$E = E_1 e^{-\gamma x} + E_2 e^{+\gamma x} \quad (3-41)$$

กระทำอนุพันธ์สมการ (3-41) จะได้

$$\frac{dE}{dx} = -\gamma E_1 e^{-\gamma x} + \gamma E_2 e^{+\gamma x}$$

เมื่อ  $\frac{dE}{dx} = -ZI$  เพราะฉะนั้นจะได้สมการเป็น

$$\begin{aligned} -ZI &= -\gamma E_1 e^{-\gamma x} + \gamma E_2 e^{+\gamma x} \\ I &= \frac{\gamma}{Z} E_1 e^{-\gamma x} - \frac{\gamma}{Z} E_2 e^{+\gamma x} \end{aligned} \quad (3-42)$$

ให้  $\frac{\gamma}{Z} = \frac{\sqrt{ZY}}{Z} = \sqrt{\frac{Y}{Z}} = \frac{1}{Z_0}$

เพราะฉะนั้นจะได้  $\frac{\gamma}{Z} = \frac{1}{Z_0}$

แทนค่า  $\frac{\gamma}{Z} = \frac{1}{Z_0}$  ลงในสมการ (3-42)

$$\begin{aligned} I &= \frac{1}{Z_0} E_1 e^{-\gamma x} - \frac{1}{Z_0} E_2 e^{+\gamma x} \\ I &= \frac{1}{Z_0} (E_1 e^{-\gamma x} - E_2 e^{+\gamma x}) \end{aligned} \quad (3-43)$$

เพราะฉะนั้นจะได้สมการ (3.41) และสมการ (3-43) เป็นสมการคลื่นในสายส่งและเขียนเป็น

$$E = E_1 e^{-\gamma x} + E_2 e^{\gamma x} \quad (3-44)$$

$$I = I_1 e^{-\gamma x} - I_2 e^{\gamma x} \quad (3-45)$$

$E_1$ ,  $E_2$ ,  $I_1$  และ  $I_2$  เป็นค่าคงที่ใดๆ และสมการ (3-44) และสมการ (3-45) เป็นปรากฏการณ์ที่เกิดขึ้นในสายส่ง คือคลื่นนิ่ง (Standing wave) ของแรงดันและกระแสตามลำดับ โดยมีเทอม  $E_1 e^{-\gamma x}$  และ  $I_1 e^{-\gamma x}$  เป็นคลื่นตกกระทบ (Incident wave) โดยเดินทางจากปลายสายด้านส่งไปยังปลายสายด้านรับ เช่นเดียวกัน เทอม  $E_2 e^{+\gamma x}$  และ  $I_2 e^{+\gamma x}$  เป็นคลื่นสะท้อน (Reflected wave) โดยเดินทางจากปลายสายด้านรับไปยังปลายสายด้านส่ง จากสมการ (3-44) และสมการ (3-45) คลื่นทั้งสองรวมกันจะเป็นคลื่นนิ่งแรงดัน ( $E$ ) และคลื่นนิ่งกระแส ( $I$ )

### 3.8 สายส่งแบบประสานกันพอดี (Matched transmission line)

วิธีการแก้ปัญหาโดยทั่วไปสำหรับการหาค่าแรงดันที่ตลอดความยาวสายของสายส่งซึ่งมีสมมุติฐานและมีการกำหนดขึ้นเพื่อความสะดวกและง่ายในการแก้ปัญหา จากสมการของคลื่นแรงดัน

$$E = E_1 e^{-\gamma x} + E_2 e^{\gamma x}$$

เมื่อ  $\gamma$  เป็นจำนวนเชิงซ้อนและเป็นสัมประสิทธิ์การแพร่กระจายของสายส่ง  $\gamma = \alpha + j\beta$

$$E_{(x)} = E_1 e^{-(\alpha + j\beta)x} + E_2 e^{(\alpha + j\beta)x} \quad (3-46)$$

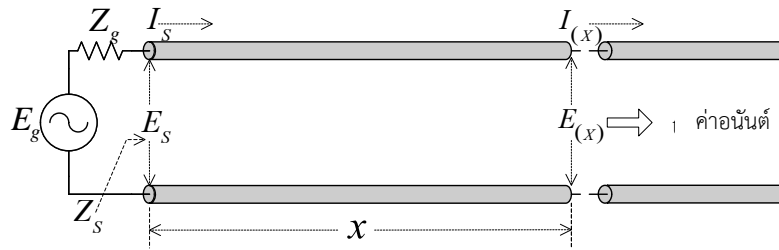
ขณะนี้ให้พิจารณาสายส่งมีคุณสมบัติเป็นสายที่มีความยาวเป็นค่าอนันต์ (Infinite) ซึ่งในเทอมที่สองของสมการแรงดันจะมีค่าเป็นอนันต์ เมื่อค่า  $x$  เพิ่มขึ้น เป็นเพราะด้วยเทอมของ  $e^{\alpha x}$  นั่นคือหมายความว่าค่าแรงดันและกระแสจะมีค่าเป็นอนันต์ สำหรับสายที่มีความยาวมากๆ ดังนั้นเทอมที่สองจึงถูกตัดออกไป หรือพิจารณาให้  $E_2$  มีค่าเป็นศูนย์ (Zero)

เพราะฉะนั้นจะได้สมการแรงดันเป็น

$$E_{(x)} = E_1 e^{-(\alpha + j\beta)x} \quad (3-47)$$

$$E_{(x)} = E_1 e^{-\gamma x} \quad (3.48)$$

เพื่อให้ได้ค่า  $E_1$  เราสามารถจะใช้ภาวะที่มีแหล่งจ่ายต่อเข้าไปในสายส่งและมีระดับแรงดันเป็น  $E_s$



รูปที่ 3-9 สายส่งที่มีความยาวเป็นค่าอนันต์

จากรูปที่ 3-9 กำหนดให้  $E = E_s$  ที่  $x = 0$  แทนค่าลงในสมการ (3-48)

$$\begin{aligned} E_{(x=0)} &= E_s \\ &= E_1 e^{-0} \end{aligned} \tag{3-49}$$

$$E_{(x=0)} = E_1$$

เพราะฉะนั้นจะได้

$$E_1 = E_s$$

และ

$$E_{(x)} = E_s e^{-\gamma x} \tag{3-50}$$

ความสัมพันธ์ของสมการสำหรับกระแสก็สามารถหาได้จากสมการ

$$I_{(x)} = \frac{1}{Z_0} E_1 e^{-\gamma x}$$

แทนค่า  $E_1 = E_s$  ลงในสมการ

$$I_{(x)} = \frac{1}{Z_0} E_s e^{-\gamma x} \tag{3-51}$$

จากสมการที่ผ่านมามีทั้ง 2 สมการ เราจะได้ค่าอินพุตอิมพีแดนซ์ที่ทุกๆจุดตลอดความยาวสายของสายส่งที่มีความยาวเป็นอนันต์

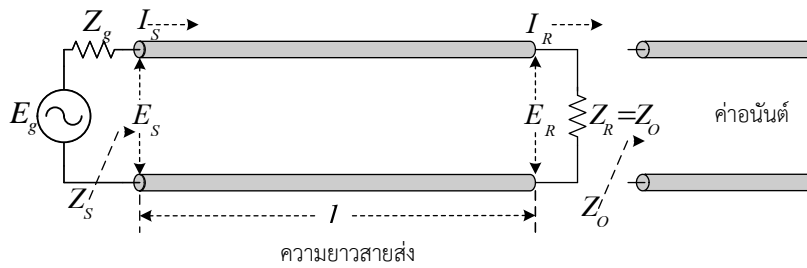
$$\begin{aligned} I_{(x)} &= \frac{1}{Z_0} E_s e^{-\gamma x} \\ &= \frac{E_s e^{-\gamma x}}{Z_0} \end{aligned}$$

$$I_{(x)} = \frac{E_{(x)}}{Z_0}$$

เพราะฉะนั้นจะได้

$$Z_0 = \frac{E_{(x)}}{I_{(x)}} \tag{3-52}$$

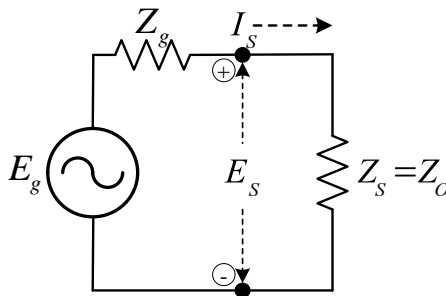
สมมุติว่า ถ้าตัดสายส่งให้มีความยาวสายที่จุด  $x = l$  ดังแสดงในรูปที่ 3-10



รูปที่ 3-10 วงจรสมมูลของสายที่มีความยาว  $x = l$

พิจารณาจากรูปในส่วนของสายส่งทางด้านขวาของจุดที่ตัดไปจนถึงความยาวสายเป็นค่าอิมพีแดนซ์จะมีค่าอิมพีแดนซ์เท่ากับ  $Z_0$  มีเพียงแค่ส่วนของสายส่งทางด้านซ้ายของจุดตัดเท่านั้นที่เป็นส่วนเกี่ยวข้องกับปลายสายด้านส่งและในส่วนที่ถูกตัดเป็นส่วนจำกัดของสาย จะแสดงคุณสมบัติเป็นประหนึ่งว่ามันเปรียบเสมือนกับสายที่มีความยาวเป็นค่าอิมพีแดนซ์ ค่าแรงดันและกระแสจะปรากฏค่าเป็นดังสมการ (3-50) และ (3-51)

สายส่งที่มีส่วนปลายสายของมันเป็นอิมพีแดนซ์คุณลักษณะ ( $Z_0$ ) จะถูกเรียกว่า “สายส่งแบบประสานกันพอดี” (Matched line) และค่าแรงดันอินพุต ( $E_s$ ) ที่จ่ายเข้าไปในสายส่งจะเป็นค่าที่ต้องการ โดยที่ค่าอินพุตอิมพีแดนซ์ของสายส่งมีค่าเท่ากับอิมพีแดนซ์คุณลักษณะ เพราะฉะนั้นวงจรสมมูลที่จุดปลายสายด้านส่ง สามารถแสดงให้เห็นได้ดังรูปที่ 3-11



รูปที่ 3-11 วงจรสมมูลปลายสายด้านส่งของสายส่งแบบประสานกันพอดี

จากวงจรสมมูลที่แสดงในรูปที่ 3-11 จะได้ค่าแรงดัน  $E_s$  เป็น

$$\begin{aligned} E_s &= I_s Z_s \\ &= \frac{E_g}{Z_g + Z_s} Z_s \\ &= \frac{E_g}{Z_g + Z_0} Z_0 \end{aligned}$$

$$E_s = \frac{E_g Z_o}{Z_g + Z_o} \quad (3-53)$$

การแก้ปัญหาของแรงดันและกระแสที่เข้ามาในทอมของแรงดันที่จุดปลายสายด้านส่ง ( $E_s$ ) ของสายส่งนั้น ให้พิจารณาในรูปที่ 3-11 ซึ่งมีค่าแหล่งจ่ายไฟฟ้าของวงจร ( $E_g$ ) และค่าอิมพีแดนซ์ภายในแหล่งจ่ายไฟฟ้า ( $Z_g$ ) เป็นค่าคงที่ที่เราทราบค่า ดังนั้นค่าแรงดันที่จุดปลายสายด้านส่ง สามารถจะหาค่าได้โดยการแก้ปัญหาในวงจรสมมูลที่จุดปลายสายด้านส่ง ในสายส่งให้ถูกแทนที่ด้วยอิมพีแดนซ์เทียบเท่าที่จุดปลายสายด้านส่ง ( $Z_s$ ) เมื่อแรงดันที่จุดปลายสายด้านส่งเป็นค่าที่สามารถคำนวณหาได้จากสมการ (3-50)

$$\begin{aligned} E_{(x)} &= E_s e^{-\gamma x} \\ &= E_s e^{-(\alpha + j\beta)x} \\ &= E_s e^{-\alpha x} e^{-j\beta x} \\ E_{(x)} &= E_s e^{-\alpha x} \angle -\beta x \end{aligned} \quad (3-54)$$

เพราะฉะนั้น ค่าแรงดันเปลี่ยนแปลงที่จุด  $x$  ใดๆบนสายส่งจะได้

$$\begin{aligned} E_{(x_1)} &= E_s e^{-\alpha x_1} \angle -\beta x_1 \\ \text{และ} \\ E_{(x_2)} &= E_s e^{-\alpha x_2} \angle -\beta x_2 \end{aligned}$$

อัตราส่วนของแรงดันระหว่างจุดที่ 1 และ 2

$$\begin{aligned} \frac{E_{(x_2)}}{E_{(x_1)}} &= \frac{E_s e^{-\alpha x_2} \angle -\beta x_2}{E_s e^{-\alpha x_1} \angle -\beta x_1} \\ &= e^{-\alpha(x_2 - x_1)} \angle -\beta(x_2 - x_1) \end{aligned}$$

ถ้าให้ระยะห่างระหว่าง 2 จุด  $x_2$  และ  $x_1$  เป็น  $\Delta x = (x_2 - x_1)$  จะได้ขนาดของแรงดันที่จุดที่ไกลกว่ามีขนาดน้อยลงด้วยอัตราการลดทอน  $e^{-\alpha \Delta x}$  และมุมเฟสเปลี่ยนไป  $-\beta \Delta x$  และหาค่ากระแสที่จุดปลายสายด้านส่งได้จากสมการ (3.51)

$$\begin{aligned} I_{(x)} &= \frac{1}{Z_o} E_s e^{-\gamma x} \\ &= \frac{E_s}{Z_o} e^{-(\alpha + j\beta)x} \end{aligned}$$

$$I_{(x)} = \frac{E_s}{Z_o} e^{-\alpha x} e^{-j\beta x} = \frac{E_s}{Z_o} e^{-\alpha x} \angle -\beta x \quad (3-55)$$

ดังนั้นเราจึงสามารถที่จะใช้หาค่าแรงดันและกระแสที่ทุกๆจุดบนสายส่งได้และค่ากำลังงานที่ถูกส่งเข้าไปในสายส่งที่ทุกๆจุดก็สามารถคำนวณหาค่าได้จากความสัมพันธ์ของ

$$P = |E||I| \cos \theta \quad (3-56)$$

เมื่อ  $\theta$  is phase angle of  $Z_o$

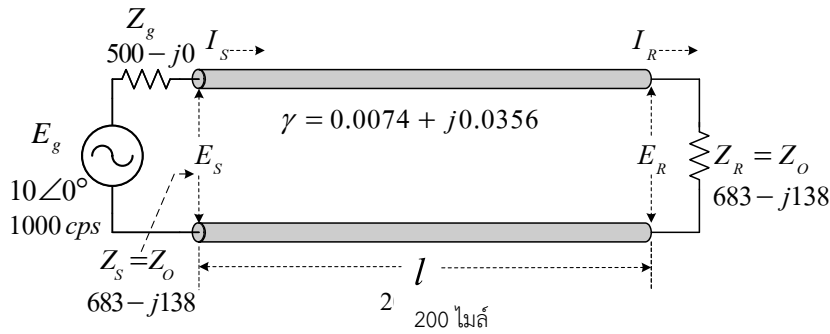
$$\text{หรือ} \quad P = |I|^2 R_o \quad (3-57)$$

คุณสมบัติของสายส่งที่มีการสูญเสียต่ำ ค่าอิมพีแดนซ์คุณลักษณะ ( $Z_o$ ) จะมีค่าใกล้เคียงกับค่าความต้านทานสมบรูณ์ ( $R_o = Z_o$ ) เพราะฉะนั้นในกรณีนี้ค่า  $\cos \theta = 1$

### ตัวอย่างที่ 3-2

สายส่งใช้งานในระบบโทรศัพท์เส้นหนึ่งมีความยาวสายเท่ากับ 200 ไมล์ และปลายสายด้านรับถูกต้องอยู่กับโหลดที่มีค่าเท่ากับอิมพีแดนซ์คุณลักษณะของสายส่ง ที่ปลายสายด้านส่งมีเครื่องกำเนิดแรงเคลื่อนไฟฟ้า  $10 \angle 0^\circ$  โวลต์ ความถี่ 1000 เฮิร์ตซ์ และมีอิมพีแดนซ์ภายในเท่ากับ 500 โอห์ม ที่ความถี่ดำเนินการสายส่งมีค่าอิมพีแดนซ์คุณลักษณะ  $Z_o = 683 - j138$  โอห์ม และค่าคงตัวการแพร่กระจาย  $\gamma = 0.0074 + j0.0356$  ต่อไมล์ จงหา

- 1) กระแสปลายสายด้านส่ง
- 2) แรงดันปลายสายด้านส่ง
- 3) กำลังไฟฟ้าปลายสายด้านส่ง
- 4) แรงดันปลายสายด้านรับ
- 5) กระแสปลายสายด้านรับ
- 6) กำลังไฟฟ้าปลายสายด้านรับ



ผลเฉลย

- 1) หาค่ากระแสปลายสายด้านส่ง (The sending end current :  $I_s$  )

$$\begin{aligned}
 I_s &= \frac{E_g}{Z_g + Z_s} \\
 &= \frac{10\angle 0^\circ}{500 + 683 - j138} \\
 &= \frac{10\angle 0^\circ}{1183 - j138} \\
 &= \frac{10\angle 0^\circ}{1191.022\angle -6.654^\circ} \\
 I_s &= 8.396 \times 10^{-3} \angle 6.654^\circ \text{ แอมป์}
 \end{aligned}$$

- 2) หาค่าแรงดันปลายสายด้านส่ง (The sending end voltage :  $E_s$  )

$$\begin{aligned}
 E_s &= I_s Z_s \\
 &= (8.396 \times 10^{-3} \angle 6.654^\circ)(683 - j138) \\
 &= (8.396 \times 10^{-3} \angle 6.654^\circ)(696.802 \angle -11.423^\circ) \\
 E_s &= 5.85 \angle -4.769^\circ \text{ โวลต์}
 \end{aligned}$$

- 3) หาค่ากำลังไฟฟ้าปลายสายด้านส่ง (The sending end power :  $P_s$  )

$$\begin{aligned}
 P_s &= |E_s| |I_s| \cos \theta \\
 &= 5.85 \times 8.396 \times 10^{-3} \cos(-11.423^\circ) \\
 P_s &= 48.144 \times 10^{-3} \text{ วัตต์}
 \end{aligned}$$

หรือ

$$\begin{aligned}
 P_s &= |I_s|^2 R_o \\
 &= (8.396 \times 10^{-3})^2 \times 683 \\
 P_s &= 48.147 \times 10^{-3} \text{ วัตต์}
 \end{aligned}$$

4) หาค่าแรงดันปลายสายด้านรับ (The receiving end voltage :  $E_R$ )

$$\begin{aligned}
 E_{(x)} &= E_s e^{-\gamma x} \\
 E_{(x=l)} &= E_s e^{-\gamma l} \\
 E_R &= (5.85 \angle -4.769^\circ) e^{-(0.0074 + j0.0356) \times 200} \\
 &= (5.85 \angle -4.769^\circ)(0.228 \angle -7.12 \text{ rad}) \\
 &= (5.85 \angle -4.769^\circ)(0.228 \angle -407.946^\circ) \\
 E_R &= 1.334 \angle -52.715^\circ \quad \text{โวลต์}
 \end{aligned}$$

5) หาค่ากระแสปลายสายด้านรับ (The receiving end current :  $I_R$ )

$$\begin{aligned}
 I_{(x)} &= \frac{E_s}{Z_o} e^{-\gamma x} \\
 I_{(x=l)} &= \frac{E_s}{Z_o} e^{-\gamma l} \\
 I_R &= \frac{(5.85 \angle -4.769^\circ)}{(696.802 \angle -11.423^\circ)} e^{-(0.0074 + j0.0356) \times 200} \\
 &= \frac{(5.85 \angle -4.769^\circ)}{(696.802 \angle -11.423^\circ)} (0.228 \angle -407.946^\circ) \\
 &= (8.395 \times 10^{-3} \angle 6.654^\circ)(0.228 \angle -407.946^\circ) \\
 I_R &= 1.914 \times 10^{-3} \angle -41.292^\circ \quad \text{แอมป์}
 \end{aligned}$$

หรือ

$$\begin{aligned}
 I_R &= \frac{E_R}{Z_R} \\
 &= \frac{1.334 \angle -52.715^\circ}{696.802 \angle -11.423^\circ} \\
 I_R &= 1.914 \times 10^{-3} \angle -41.292^\circ \quad \text{แอมป์}
 \end{aligned}$$

6) หาค่ากำลังไฟฟ้าปลายสายด้านรับ (The receiving end power :  $P_R$ )

$$\begin{aligned}
 P_R &= |E_R| |I_R| \cos \theta \\
 &= 1.334 \times 1.914 \times 10^{-3} \cos(-11.423^\circ) \\
 P_R &= 2.503 \times 10^{-3} \quad \text{วัตต์}
 \end{aligned}$$

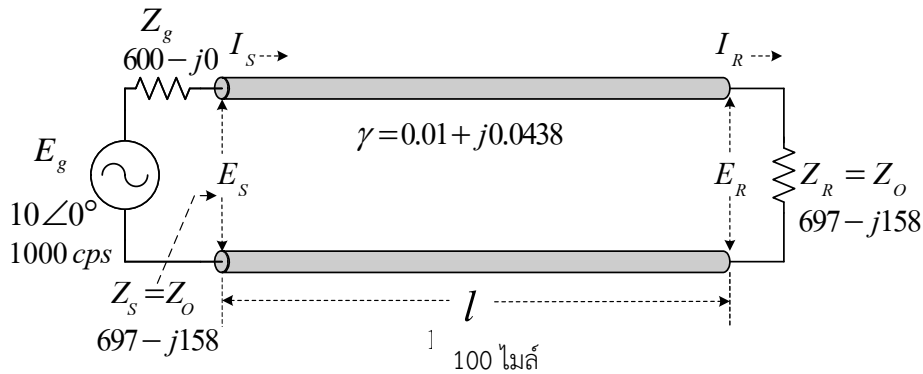
หรือ

$$\begin{aligned}
 P_R &= |I_R|^2 R_o \\
 &= (1.914 \times 10^{-3})^2 \times 683 \\
 P_R &= 2.502 \times 10^{-3} \quad \text{วัตต์}
 \end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ 3-3

สายส่งใช้งานในระบบโทรศัพท์เส้นหนึ่งมีความยาวสายเท่ากับ 100 ไมล์ มีอิมพีแดนซ์คุณลักษณะ  $Z_o = 697 - j158$  โอห์ม และค่าคงตัวการแพร่กระจาย  $\gamma = 0.01 + j0.0438$  ต่อไมล์ เมื่อเครื่องกำเนิดแรงเคลื่อนไฟฟ้า  $10 \angle 0^\circ$  โวลต์ มีความต้านทานภายใน 600 โอห์ม ที่ความถี่ดำเนินการ 1 กิโลเฮิรตซ์ จงหา

- 1) แรงดันปลายสายด้านส่ง
- 2) กระแสปลายสายด้านส่ง
- 3) กำลังไฟฟ้าปลายสายด้านส่ง
- 4) แรงดันปลายสายด้านรับ
- 5) กระแสปลายสายด้านรับ
- 6) กำลังไฟฟ้าปลายสายด้านรับ
- 7) การสูญเสียกำลังไฟฟ้าในหน่วยเดซิเบล



ผลเฉลย

- 1) หาค่ากระแสปลายสายด้านส่ง (The sending end current :  $I_s$  )

$$\begin{aligned}
 I_s &= \frac{E_g}{Z_g + Z_s} \\
 &= \frac{10 \angle 0^\circ}{600 + 697 - j158} \\
 &= \frac{10 \angle 0^\circ}{1297 - j158} \\
 &= \frac{10 \angle 0^\circ}{1306.588 \angle -6.946^\circ} \\
 I_s &= 7.654 \times 10^{-3} \angle 6.946^\circ \quad \text{แอมป์}
 \end{aligned}$$

- 2) หาค่าแรงดันปลายสายด้านส่ง (The sending end voltage :  $E_s$  )

$$E_s = I_s Z_s$$

$$\begin{aligned}
 &= (7.654 \times 10^{-3} \angle 6.946^\circ)(697 - j158) \\
 &= (7.654 \times 10^{-3} \angle 6.946^\circ)(714.684 \angle -12.772^\circ) \\
 E_s &= 5.47 \angle -5.826^\circ \quad \text{โวลต์}
 \end{aligned}$$

3) หาค่ากำลังไฟฟ้าปลายสายด้านส่ง (The sending end power :  $P_s$ )

$$\begin{aligned}
 P &= |E||I| \cos \theta \\
 P_s &= |E_s||I_s| \cos \theta \\
 &= 5.47 \times 7.654 \times 10^{-3} \cos(-12.772^\circ) \\
 P_s &= 40.831 \times 10^{-3} \quad \text{วัตต์}
 \end{aligned}$$

หรือ

$$\begin{aligned}
 P &= |I|^2 R_o \\
 P_s &= |I_s|^2 R_o \\
 &= (7.654 \times 10^{-3})^2 \times 697 \\
 P_s &= 40.833 \times 10^{-3} \quad \text{วัตต์}
 \end{aligned}$$

4) หาค่าแรงดันปลายสายด้านรับ (The receiving end voltage :  $E_R$ )

$$\begin{aligned}
 E_{(x)} &= E_s e^{-\gamma x} \\
 E_{(x=l)} &= E_s e^{-\gamma l} \\
 E_R &= (5.47 \angle -5.826^\circ) e^{-(0.01 + j0.0438) \times 100} \\
 &= (5.47 \angle -5.826^\circ) e^{-1} e^{-j4.38} \\
 &= (5.47 \angle -5.826^\circ)(0.368 \angle -250.956^\circ) \\
 E_R &= 2.013 \angle 103.218^\circ \quad \text{โวลต์}
 \end{aligned}$$

5) หาค่ากระแสปลายสายด้านรับ (The receiving end current :  $I_R$ )

$$\begin{aligned}
 I_{(x)} &= \frac{E_s}{Z_o} e^{-\gamma x} \\
 I_{(x=l)} &= \frac{E_s}{Z_o} e^{-\gamma l} \\
 I_R &= \frac{(5.47 \angle -5.826^\circ)}{(714.684 \angle -12.772^\circ)} e^{-1} e^{-j4.38} \\
 &= \frac{(5.47 \angle -5.826^\circ)}{(714.684 \angle -12.772^\circ)} (0.368 \angle -4.38 \text{ rad}) \\
 I_R &= 2.817 \times 10^{-3} \angle 115.99^\circ \quad \text{แอมป์}
 \end{aligned}$$

หรือ

$$I_R = \frac{E_R}{Z_R}$$

$$= \frac{2.013 \angle 103.218^\circ}{714.684 \angle -12.772^\circ}$$

$$I_R = 2.817 \times 10^{-3} \angle 115.99^\circ \text{ แอมป์}$$

6) หาค่ากำลังไฟฟ้าปลายสายด้านรับ (The receiving end power :  $P_R$ )

$$P = |E||I| \cos \theta$$

$$P_R = |E_R||I_R| \cos \theta$$

$$= 2.013 \times 2.817 \times 10^{-3} \cos(-12.772^\circ)$$

$$P_R = 5.53 \times 10^{-3} \text{ วัตต์}$$

หรือ

$$P = |I|^2 R_o$$

$$P_R = |I_R|^2 R_o = (2.817 \times 10^{-3})^2 \times 697$$

$$\therefore P_R = 5.531 \times 10^{-3} \text{ วัตต์}$$

7) หาค่าการสูญเสียบนสายส่ง (The transmission line loss :  $L_t$ )

$$L_t = 10 \log \frac{P_s}{P_R}$$

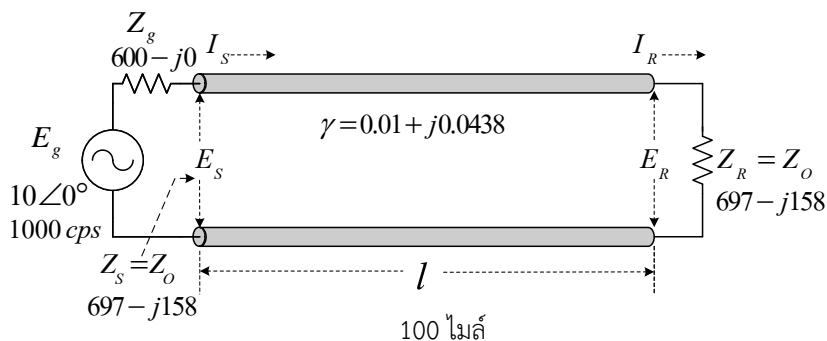
$$= 10 \log \frac{40.833 \times 10^{-3}}{5.531 \times 10^{-3}}$$

$$= 10 \log 7.383$$

$$L_t = 8.682 \text{ เดซิเบล}$$

### ตัวอย่างที่ 3-4

จงหาความยาวคลื่นของสัญญาณบนสายส่งและความยาวสายในเทอมของความยาวคลื่น เมื่อสายส่งมีความยาวสายเท่ากับ 100 ไมล์ และค่าคงตัวการแพร่กระจาย  $\gamma = 0.01 + j0.0438$  ต่อไมล์

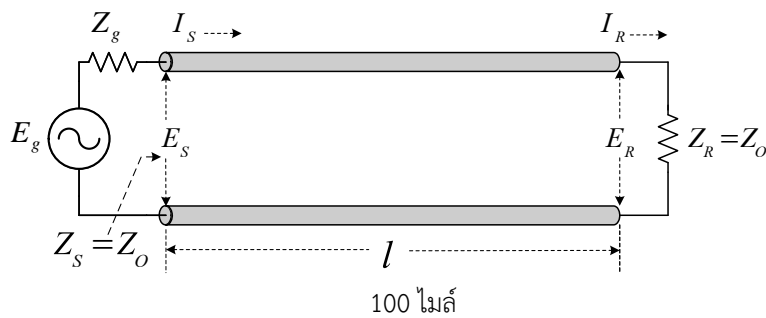


ผลเฉลย

$$\begin{aligned} \text{wavelength } (\lambda) &= \frac{2\pi}{\beta} \\ &= \frac{2\pi}{0.0438} \\ &= 143.452 \text{ mi} \\ \text{Inwavelength } (l) &= \frac{l}{\lambda} \\ l &= \frac{100}{143.452} \\ &= 0.697 \lambda \end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ 3-5

สายส่งแบบสม่ำเสมอ (uniform line) เส้นหนึ่งมีคุณสมบัติและพารามิเตอร์แบบกระจายดังกำหนดให้



แรงดันปลายสายด้านส่ง ( $E_s$ )	= 1	โวลต์
ความถี่ดำเนินการ ( $f$ )	= 1	กิโลเฮิร์ตซ์
ความยาวสายส่ง ( $l$ )	= 100	ไมล์
ความต้านทาน ( $R$ )	= 10.4	โอห์ม/ไมล์
ความเหนี่ยวนำ ( $L$ )	= 0.00367	เฮนรี/ไมล์
ความนำไฟฟ้า ( $G$ )	= $0.8 \times 10^{-6}$	ซีเมนส์/ไมล์
ความจุไฟฟ้า ( $C$ )	= $0.00835 \times 10^{-6}$	ฟารัด/ไมล์

จงหา

- 1) อิมพีแดนซ์คุณลักษณะ ( $Z_o$ )
- 2) ค่าคงตัวการแพร่กระจาย ( $\gamma$ )
- 3) ค่าคงที่การลดทอน ( $\alpha$ )
- 4) ค่าคงที่เฟส ( $\beta$ )
- 5) ความเร็วเฟส ( $V_p$ )

- 6) ความยาวคลื่น ( $\lambda$ )
- 7) กระแสปลายสายด้านส่ง ( $I_S$ )
- 8) กำลังไฟฟ้าปลายสายด้านส่ง ( $P_S$ )
- 9) กระแสปลายสายด้านรับ ( $I_R$ )
- 10) แรงแดันปลายสายด้านรับ ( $E_R$ )
- 11) กำลังไฟฟ้าปลายสายด้านรับ ( $P_R$ )
- 12) การสูญเสียบนสายส่ง ( $L_T$ )

**ผลเฉลย**

- 1) หาค่าอิมพีแดนซ์คุณลักษณะ ( $Z_o$ )

$$Z_o = \sqrt{\frac{Z}{Y}}$$

อิมพีแดนซ์ ( $Z$ )

$$\begin{aligned} Z &= R + j\omega L \\ &= 10.4 + j(2\pi \times 1 \times 10^3 \times 0.00367) \\ &= 10.4 + j23.059 \\ Z &= 25.296 \angle 65.724^\circ \quad \text{โอห์ม/ไมล์} \end{aligned}$$

แอดมิตแตนซ์ ( $Y$ )

$$\begin{aligned} Y &= G + j\omega C \\ &= 0.8 \times 10^{-6} + j(2\pi \times 1 \times 10^3 \times 0.00835 \times 10^{-6}) \\ &= 0.8 \times 10^{-6} + j52.465 \times 10^{-6} \\ Y &= 52.471 \times 10^{-6} \angle 89.126^\circ \quad \text{ซีเมนส์/ไมล์} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Z_o &= \sqrt{\frac{25.296 \angle 65.724^\circ}{52.471 \times 10^{-6} \angle 89.126^\circ}} \\ &= 694.331 \angle -11.701^\circ \\ Z_o &= 679.902 - j140.813 \quad \text{โอห์ม} \end{aligned}$$

- 2) หาค่าคงตัวการแพร่กระจาย ( $\gamma$ )

$$\begin{aligned} \gamma &= \sqrt{ZY} \\ &= \sqrt{(25.296 \angle 65.724^\circ)(52.471 \times 10^{-6} \angle 89.126^\circ)} \\ &= 36.432 \times 10^{-3} \angle 77.425^\circ \\ \gamma &= 7.932 \times 10^{-3} + j35.558 \times 10^{-3} \quad \text{ต่อไมล์} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= 1.44 \times 10^{-3} \angle 11.701^\circ e^{-(0.7932 + j3.5558)} \\
 &= 1.44 \times 10^{-3} \angle 11.701^\circ e^{-0.7932} e^{-j3.5558} \\
 &= 1.44 \times 10^{-3} \angle 11.701^\circ e^{-0.7932} \angle -3.5558 \text{ rad} \\
 &= (1.44 \times 10^{-3} \angle 11.701^\circ)(452.395 \times 10^{-3} \angle -203.732^\circ) \\
 &= 0.651 \times 10^{-3} \angle -192.031^\circ \\
 I_R &= 0.651 \times 10^{-3} \angle 167.969^\circ \quad \text{แอมป์}
 \end{aligned}$$

10) หาค่าแรงดันปลายสายด้านรับ ( $E_R$ )

$$\begin{aligned}
 E_R &= E_S e^{-\gamma l} \\
 &= (1 \angle 0^\circ) e^{-(7.932 \times 10^{-3} + j35.558 \times 10^{-3}) \times 100} \\
 &= (1 \angle 0^\circ)(452.395 \times 10^{-3} \angle -203.732^\circ) \\
 &= (1 \angle 0^\circ)(452.395 \times 10^{-3} \angle 156.268^\circ) \\
 E_R &= 452.395 \times 10^{-3} \angle 156.268^\circ \quad \text{โวลต์}
 \end{aligned}$$

หรือ

$$\begin{aligned}
 E_R &= I_R Z_R \\
 &= (0.651 \times 10^{-3} \angle 167.969^\circ)(694.331 \angle -11.701^\circ) \\
 E_R &= 452.009 \times 10^{-3} \angle 156.268^\circ \quad \text{โวลต์}
 \end{aligned}$$

11) หาค่ากำลังไฟฟ้าปลายสายด้านรับ ( $P_R$ )

$$\begin{aligned}
 P_R &= |E_R| |I_R| \cos \theta \\
 &= 452.395 \times 10^{-3} \times 0.651 \times 10^{-3} \cos(-11.701^\circ) \\
 P_R &= 0.288 \times 10^{-3} \quad \text{วัตต์}
 \end{aligned}$$

หรือ

$$\begin{aligned}
 P_R &= |I_R|^2 R_R \\
 &= (0.651 \times 10^{-3})^2 \times 679.902 \\
 P_R &= 0.288 \times 10^{-3} \quad \text{วัตต์}
 \end{aligned}$$

12) หาค่าการสูญเสียบนสายส่ง ( $L_T$ )

$$\begin{aligned}
 L_T &= 10 \log \frac{P_S}{P_R} \\
 &= 10 \log \frac{1.41 \times 10^{-3}}{0.288 \times 10^{-3}} = 6.9 \text{ เดซิเบล}
 \end{aligned}$$

3.9 คลื่นจรและคุณลักษณะเฉพาะ (The traveling wave and its characteristic)

จากสมการแรงดันและกระแส

$$E_{(x)} = E_s e^{-\alpha x} e^{-j\beta x}$$

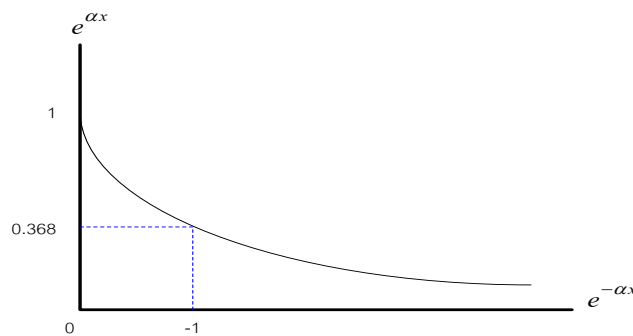
$$E_{(x)} = E_s e^{-\alpha x} \angle -\beta x$$

และ

$$I_{(x)} = \frac{E_s}{Z_o} e^{-\alpha x} e^{-j\beta x}$$

$$I_{(x)} = \frac{E_s}{Z_o} e^{-\alpha x} \angle -\beta x$$

จากสมการจะเห็นว่าค่าแรงดันและกระแสจะลดลงแบบเอ็กซ์โพเนนเชียลในค่าแอมพลิจูดแรงดันด้วยตัวประกอบ  $e^{-\alpha x}$  เมื่อระยะทางห่างจากแหล่งจ่ายเพิ่มขึ้น อันนี้เป็นสาเหตุที่เกิดขึ้นโดยการสูญเสียในสายส่งซึ่งมันจะดูดกลืนกำลังงานจากคลื่นที่เดินทางไปบนสายส่ง ผลที่เกิดขึ้นอีกประการหนึ่งคือเกิดการล่าช้าเพิ่มขึ้นของเฟสเมื่อค่าระยะ  $x$  เพิ่มขึ้น ดังแสดงโดยตัวประกอบ  $e^{-j\beta x} = \angle -\beta x$  ซึ่งการล่าช้านี้เป็นสาเหตุที่เกิดขึ้นโดยค่าเวลาที่จำกัดสำหรับการเดินทางของคลื่นตลอดระยะทาง  $x$



รูปที่ 3-12 กราฟเอ็กซ์โพเนนเชียล

จากสมการแรงดันที่กล่าวมาข้างต้นจะทำการแปลงให้เป็นค่าแรงดันชั่วขณะ ซึ่งสามารถทำให้สำเร็จได้โดยใช้สมการ

$$e = \text{Re} \left[ (E_m e^{j\phi}) e^{j\omega t} \right]$$

ถ้าให้ค่าแรงดัน  $E_s$  เป็นค่าจริงและเป็นค่าเฉลี่ยกำลังสองดังนั้นค่าแรงดันชั่วขณะที่ตลอดความยาวสายจะมีค่าเป็น

$$\begin{aligned} e &= \text{Re} \left( \sqrt{2} E_m e^{-\alpha x} e^{-j\beta x} e^{j\omega t} \right) \\ &= \sqrt{2} E_s e^{-\alpha x} \text{Re} (e^{j(\omega t - \beta x)}) \\ e &= \sqrt{2} E_s e^{-\alpha x} \cos(\omega t - \beta x) \\ e &= \sqrt{2 E_s e^{-\alpha x} \cos(\omega t - \beta x)} \end{aligned} \tag{3-58}$$

นั่นคือจะเห็นได้ว่าเทอมของ  $e^{-\alpha x}$  เป็นส่วนที่ทำให้เกิดการลดลงของค่าแอมพลิจูดของคลื่น และในสายส่งชนิดไม่มีการสูญเสีย นั่นคือสายมีคุณสมบัติของการลดทอนสัญญาณเท่ากับศูนย์ ( $\alpha = 0$ ) เพราะฉะนั้นจะได้สมการแรงดันชั่วขณะของสายส่งชนิดไม่มีการสูญเสียเป็น

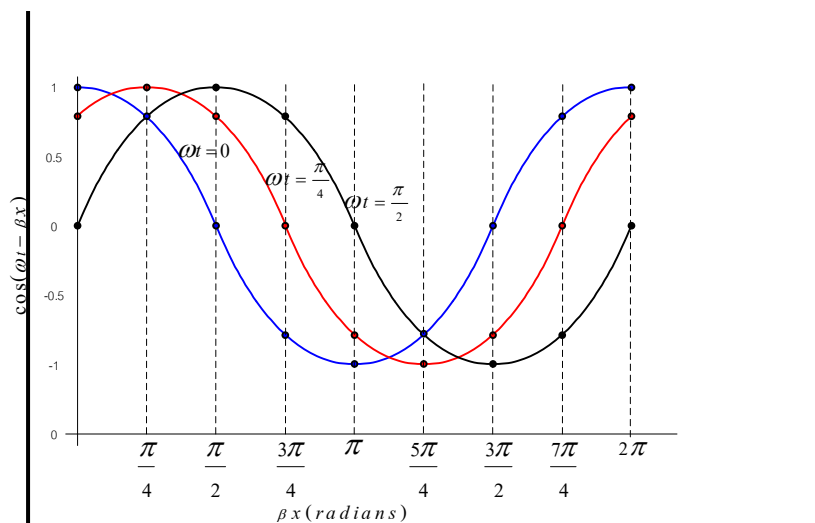
$$e = \sqrt{2}E_s \cos(\omega t - \beta x) \tag{3-59}$$

สามารถเขียนกราฟแสดงให้เห็นการเปลี่ยนแปลงของแรงดันชั่วขณะและเวลา จากตารางที่ 3.1 แสดงค่าของฟังก์ชัน  $\cos(\omega t - \beta x)$  ด้วยเทอมของ  $\beta x$  สำหรับที่เวลา  $\omega t = 0$ ,  $\omega t = \pi/4$  และ  $\omega t = \pi/2$

ตารางที่ 3.1 ค่าของฟังก์ชัน  $\cos(\omega t - \beta x)$

$\beta x$	$\omega t = 0$	$\omega t = \pi/4$	$\omega t = \pi/2$
0	1	0.707	0
$\pi/4$	0.707	1	0.707
$\pi/2$	0	0.707	1
$3\pi/4$	-0.707	0	0.707
$\pi$	-1	-0.707	0
$5\pi/4$	-0.707	-1	-0.707
$3\pi/2$	0	-0.707	-1
$7\pi/4$	0.707	0	-0.707
$2\pi$	1	0.707	0

นำค่าที่ได้จากตารางไปเขียนกราฟรูปคลื่นจรบนสายส่งชนิดไม่มีการสูญเสียแสดงดังรูปที่ 3-13

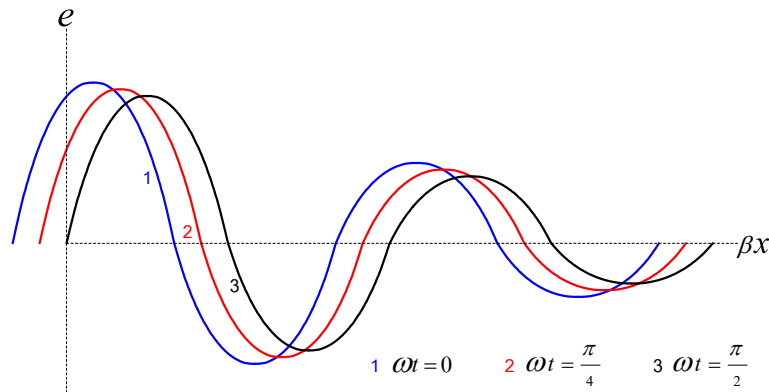


รูปที่ 3-13 คลื่นจรบนสายส่งที่ไม่มีการสูญเสีย

## 160 เครือข่ายการสื่อสารและสายส่ง

จากรูปที่ 3-13 สามารถจะกล่าวได้ว่า เมื่อค่าเวลาเพิ่มขึ้นคลื่นจะเคลื่อนที่ไปทาง  $+x$  direction หรือเคลื่อนที่ไปทางปลายสายด้านรับของสายส่ง

สำหรับสายส่งชนิดที่มีการสูญเสีย (Lossy line) โดยทั่วไปรูปคลื่นเมื่อเดินทางไปบนสายส่งที่ให้ค่าเวลาแตกต่างกัน 3 ค่า ซึ่งสามารถจะแสดงให้เห็นได้ดังรูปที่ 3-14



รูปที่ 3-14 คลื่นจรบนสายส่งที่มีการสูญเสีย

ในทฤษฎีสายส่งสมการทั่วไปสำหรับแรงดันและกระแสคือ

$$E_{(x)} = E_1 e^{-\gamma x} + E_2 e^{\gamma x}$$

และ

$$I_{(x)} = \frac{E_1}{Z_o} e^{-\gamma x} - \frac{E_2}{Z_o} e^{\gamma x}$$

เมื่อตัวประกอบ  $e^{-\gamma x}$  เป็นค่าของคลื่นตกกระทบ  $E^+$  และ  $I^+$  และตัวประกอบ  $e^{\gamma x}$  เป็นค่าของคลื่นสะท้อน  $E^-$  และ  $I^-$

ในการหาค่าความเร็วเฟส (Phase velocity) ของคลื่น ให้สังเกตดูในส่วนของค่าสมมุติของรูปคลื่น จะมีค่าคงที่เฟส คือ  $(\omega t - \beta x)$  เท่ากับค่าคงที่ในสมการ  $e = \sqrt{2} E_s \cos(\omega t - \beta x)$  และค่าความเร็วเฟสสามารถจะหาได้โดยการกระทำอนุพันธ์สมการของค่าคงที่เฟสเทียบกับเวลา

$$\frac{d}{dt}(\omega t - \beta x)$$

$$\frac{d}{dt} \omega t - \frac{d}{dt} \beta x = \frac{d}{dt} \text{constant}$$

เมื่อ  $\omega$  และ  $\beta$  เป็นค่าคงที่ เพราะฉะนั้น

$$\omega \frac{dt}{dt} - \beta \frac{dx}{dt} = 0$$

$$\omega = \beta \frac{dx}{dt}$$

นั่นคือ  $dx/dt$  เป็นค่าความเร็วเฟสที่เราต้องการและสมการแสดงสำหรับความเร็วเฟส ( $V_p$ ) ได้เป็น

$$V_p = \frac{dx}{dt} = \frac{\omega}{\beta} \quad (3-60)$$

ดังนั้นค่าความเร็วเฟสบนสายส่งชนิดไม่มีการสูญเสีย นั่นคือกรณีที่ค่าคงที่การลดทอนสัญญาณ  $\alpha = 0$  และจากสมการสัมประสิทธิ์การแพร่กระจาย  $\gamma = \alpha + j\beta$  จะได้ว่า

$$\gamma = \sqrt{(R + j\omega L)(G + j\omega C)}$$

$$R = G = 0$$

$$\alpha + j\beta = \sqrt{(j\omega L)(j\omega C)}$$

$$j\beta = j\omega\sqrt{LC}$$

$$\beta = \omega\sqrt{LC}$$

ดังนั้นค่าความเร็วเฟสของสายส่งคือ

$$\begin{aligned} V_p &= \frac{\omega}{\beta} \\ &= \frac{\omega}{\omega\sqrt{LC}} \\ V_p &= \frac{1}{\sqrt{LC}} \end{aligned} \quad (3-61)$$

กำหนดความสัมพันธ์ระหว่างความยาวคลื่นและค่าคงที่เฟสบนสายส่งคือ ความยาวคลื่น ( $\lambda$ ) คือ ระยะทางที่คลื่นเดินทางไป 1 รอบ ซึ่งพิจารณาให้เป็นมุมเทียบเท่า  $2\pi$  เรเดียน และค่าคงที่เฟสแสดงค่าเปลี่ยนแปลงเฟสต่อหน่วยความยาวของสายส่ง นั่นคือ

$$\begin{aligned} \beta\lambda &= 2\pi \\ \lambda &= \frac{2\pi}{\beta} \end{aligned} \quad (3-62)$$

ในเทอมของความเร็วเฟส เมื่อแทนค่าด้วยสมการ 3-62 จะได้ค่าความยาวคลื่น ดังสมการที่ (3-63)

$$\lambda = \frac{2\pi}{\omega} V_p$$

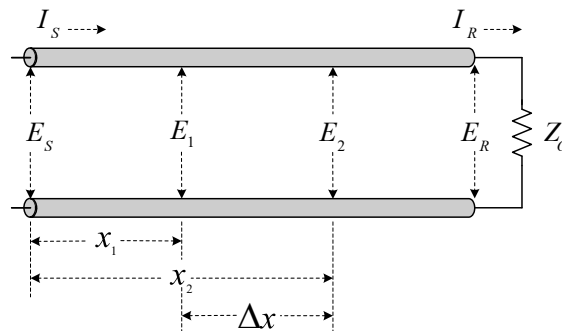
$$\begin{aligned} &= \frac{2\pi V_p}{\omega} \\ &= \frac{2\pi V_p}{2\pi f} \\ \lambda &= \frac{V_p}{f} \end{aligned} \tag{3-63}$$

### 3.10 เนเปอร์และเดซิเบล (The neper and the decibel)

ในหน่วยเรียนนี้จะกล่าวถึงความสัมพันธ์ของเนเปอร์และเดซิเบล ถ้าพิจารณาจาก 2 จุดบนสายส่ง สัญญาณที่เป็นสายชนิดประสานกันพอดี จากรูปที่ 3-15

พิจารณาจากรูป สามารถจะหาขนาดของแรงดันในเทอมของแรงดันที่ปลายสายด้านส่ง ( $E_s$ ) ดังสมการที่ (3-64)

$$\begin{aligned} |E_1| &= |E_s| e^{-\alpha x_1} \\ |E_2| &= |E_s| e^{-\alpha x_2} \end{aligned} \tag{3-64}$$



รูปที่ 3-15 สายส่งสัญญาณชนิดประสานกันพอดี

อัตราส่วนของขนาดแรงดันทั้ง 2 ค่า คือ

$$\begin{aligned} \frac{|E_2|}{|E_1|} &= \frac{|E_s| e^{-\alpha x_2}}{|E_s| e^{-\alpha x_1}} \\ &= 1e^{-\alpha x_2} e^{+\alpha x_1} \\ &= 1e^{-\alpha(x_2 - x_1)} \\ \frac{|E_2|}{|E_1|} &= e^{-\alpha \Delta x} \end{aligned} \tag{3-65}$$

หรือ

$$\frac{|E_1|}{|E_2|} = e^{\alpha \Delta x} \tag{3-66}$$

เมื่อ  $\alpha\Delta x$  คือค่าการลดทอนสัญญาณรวมของสายส่งสัญญาณในหน่วยเนเปอร์ (Np) ระหว่างจุด 2 จุดที่  $x_1$  และ  $x_2$  และค่าผลรวมของเนเปอร์เกณฑ์อาจจะมีค่าเป็นลบเรียกว่า "Loss" เราสามารถหาค่าได้โดยการใส่คณิตศาสตร์ลอการิทึม คือ

$$\alpha\Delta x = -\ln \frac{|E_2|}{|E_1|} \quad (3-67)$$

เมื่อ  $|E_2| < |E_1|$

สามารถหาค่าเดซิเบลในเทอมของเนเปอร์ โดยจะต้องกลับไปใช้นิยามเบื้องต้นของเดซิเบล คือ

$$dB = 10 \log \frac{P_2}{P_1} \quad (3-68)$$

เมื่อ  $P_1 = \text{power at point 1}$

$P_2 = \text{power at point 2}$

ในเทอมของแรงดันที่ตำแหน่ง  $x_1$  และ  $x_2$  จะได้ค่ากำลังงานเป็น

$$P_1 = \frac{|E_1|^2}{Z_o}$$

และ 
$$P_2 = \frac{|E_2|^2}{Z_o}$$

เมื่อค่าอิมพีแดนซ์คุณลักษณะ ( $Z_o$ ) ของสายนำสัญญาณถูกกำหนดให้เป็นค่าจริง ดังนั้น

$$dB_{gain} = 10 \log \left[ \frac{|E_2|}{|E_1|} \right]^2$$

$$dB_{gain} = 20 \log \frac{|E_2|}{|E_1|}$$

แทนค่าในสมการ สำหรับอัตราส่วน  $|E_2|$  ต่อ  $|E_1|$  จะได้

$$dB_{gain} = 20 \log e^{-\alpha\Delta x}$$

$$= -\alpha\Delta x 20 \log e$$

$$dB_{gain} = -\alpha\Delta x \times 8.686$$

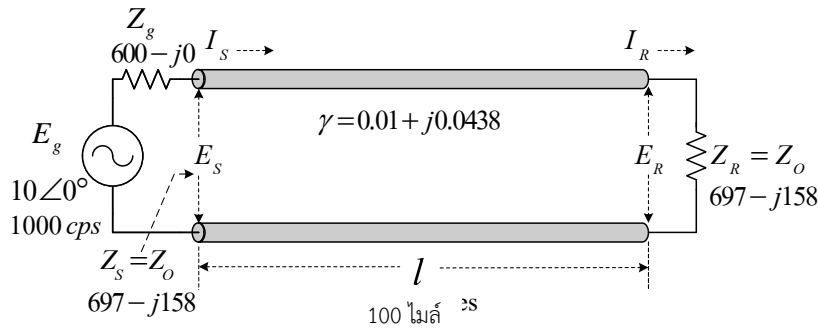
## 164 เครื่องข่ายการสื่อสารและสายส่ง

นั่นคือ  $-\alpha\Delta x$  แทนค่าของการสูญเสียรวมในเทอมของเนเปอร์ เพราะฉะนั้นค่าการสูญเสีย 1 เนเปอร์ จะแทนค่าเท่ากับ 8.686 เดซิเบล นั่นคือ

$$1 Np = 8.686 dB \quad (3-69)$$

### ตัวอย่างที่ 3-6

จงหาค่าการสูญเสียในเทอมของเนเปอร์และเดซิเบลของสายส่งที่มีความยาวสาย และค่าสัมประสิทธิ์การแพร่กระจาย  $\gamma = 0.01 + j0.0438$  ต่อไมล์



### ผลเฉลย

$$\begin{aligned} \text{การสูญเสียในเทอมของเนเปอร์} &= \alpha l \\ &= 0.01 \times 100 \\ &= 1 Np \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{การสูญเสียในเทอมของเดซิเบล} &= 8.686 \times \text{loss}_{Np} \\ &= 8.686 \times 1 Np \\ &= 8.686 dB \end{aligned}$$

### 3.11 การเปลี่ยนแปลงของอิมพีแดนซ์คุณลักษณะ ( $Z_o$ ) ค่าคงที่การลดทอน ( $\alpha$ ) และค่าคงที่เฟส ( $\beta$ ) กับความถี่ดำเนินการ

ค่าอิมพีแดนซ์ของสายนำสัญญาณรูปแบบสายสม่ำเสมอ มีค่าเป็น

$$Z_o = \sqrt{\frac{R + j\omega L}{G + j\omega C}} \quad (3.70)$$

ที่ค่าความถี่เป็นศูนย์ ( $zero\ frequency, \omega = 0$ ) นั่นคือเป็นสภาวะสัญญาณดีซี ค่าของอิมพีแดนซ์คุณลักษณะ จะลดรูปลงมาเป็น

$$Z_o = \sqrt{\frac{R}{G}} \quad (3-71)$$

เมื่อค่าความถี่เพิ่มขึ้น ค่าพารามิเตอร์ความนำ ( $G$ ) จะกลับมีค่าเพียงเล็กน้อยเมื่อเทียบกับค่า  $\omega C$  และค่าพารามิเตอร์ความต้านทาน ( $R$ ) ก็จะมีค่าเพียงเล็กน้อยเมื่อเทียบกับค่า  $\omega L$

ดังนั้นจึงได้ว่าที่ค่าความถี่สูง  $G \ll \omega C$  และ  $R \ll \omega L$  เพราะฉะนั้นจะได้ค่าอิมพีแดนซ์คุณลักษณะเป็น

$$Z_o = \sqrt{\frac{L}{C}} \quad (3-72)$$

ในสายส่งสัญญาณที่มีคุณสมบัติทางฉนวนที่ดี อัตราส่วนของ  $\frac{G}{C}$  จะมีค่าน้อยกว่า  $\frac{R}{L}$  มากๆ คือ

$$\frac{G}{C} \ll \frac{R}{L}$$

และนั่นคือค่าพารามิเตอร์ความนำ ( $G$ ) จะกลับมามีค่าเพียงเล็กน้อยเมื่อเทียบกับค่าความต้านทาน ( $R$ ) ที่ความถี่ต่ำ  $G < R$  และถ้าหากว่าค่า  $G \gg \omega C$  จะได้ค่าอิมพีแดนซ์คุณลักษณะเป็น

$$Z_o = \sqrt{\frac{L}{C}} \sqrt{1 - j \frac{R}{\omega L}} \quad (3-73)$$

จากบทเรียนที่ผ่านมาค่าคงที่การแพร่กระจายสำหรับสายส่งสัญญาณรูปแบบสม่ำเสมอมีค่าเป็น

$$\begin{aligned} \gamma &= \alpha + j\beta \\ \gamma &= \sqrt{(R + j\omega L)(G + j\omega C)} \end{aligned} \quad (3-74)$$

พิจารณาที่ค่าความถี่เป็นศูนย์จะจำกัดค่าของค่าคงที่การแพร่กระจายให้ง่ายขึ้นเป็น

$$\gamma = \sqrt{RG} \quad (3-75)$$

ซึ่งค่านี้เป็นค่าเฉพาะของค่าจริง นั่นคือ  $\alpha = \sqrt{RG}$  ซึ่งเป็นค่าคงที่การลดทอน ส่วนค่าของค่าคงที่เฟสจะมีค่าเป็นศูนย์ (zero) เมื่อค่าความถี่เพิ่มขึ้นเราจะได้ว่าค่า  $\omega L \gg R$  และ  $\omega C \gg G$  ภายใต้สภาวะอันนี้เราสามารถที่จะกระจายสมการ (3.74) โดยใช้ทฤษฎีบททวินาม (Binomial theorem) และเอาแต่เฉพาะ 2 เทอมแรก นั่นคือ

$$(a+b)^{1/2} = a^{1/2} + a^{-1/2} \left( \frac{b}{2} \right)$$

เมื่อ  $a \neq b$  ดังนั้นจะได้

$$\begin{aligned} \gamma &= (j\omega L + R)^{1/2} (j\omega C + G)^{1/2} \\ &= \left[ (j\omega L)^{1/2} (j\omega L)^{-1/2} \frac{R}{2} \right] \left[ (j\omega C)^{1/2} \left[ (j\omega C)^{-1/2} \frac{G}{2} \right] \right] \\ \gamma &= \left[ (j\omega L)^{1/2} + \frac{R}{2} (j\omega L)^{-1/2} \right] \left[ (j\omega C)^{1/2} + \frac{G}{2} (j\omega C)^{-1/2} \right] \end{aligned}$$

พิจารณาที่ความถี่สูง จะได้ค่าคงที่การแพร่กระจายมีค่าเป็น

$$\gamma = \frac{R}{2} \sqrt{\frac{C}{L}} + \frac{G}{2} \sqrt{\frac{L}{C}} + j\omega \sqrt{LC} \quad (3-76)$$

เมื่อค่าอิมพีแดนซ์คุณลักษณะ  $Z_o = \sqrt{\frac{L}{C}}$  ที่ค่าความถี่สูง ดังนั้นจะได้ค่าคงที่การแพร่กระจายมีค่าเป็น

$$\gamma = \frac{R}{2Z_o} + \frac{G}{2} Z_o + j\omega \sqrt{LC} \quad (3-77)$$

จากสมการ (3.77) จะได้ค่าคงที่การลดทอนเป็น

$$\alpha = \frac{R}{2Z_o} + \frac{GZ_o}{2} \quad (3-78)$$

และจะได้ค่าคงที่เฟสเป็น

$$\beta = \omega \sqrt{LC} \quad (3.79)$$

พิจารณาสมการ (3.78) ในเทอมแรกของสมการ  $\frac{R}{2Z_o}$  จะเป็นค่าการลดทอนสัญญาณที่เกิดขึ้นจากสาเหตุของการสูญเสียพลังงานในตัวนำไฟฟ้า ส่วนในเทอมที่สอง  $\frac{GZ_o}{2}$  เป็นค่าการลดทอนสัญญาณที่เกิดจากสาเหตุของการสูญเสียพลังงานในฉนวนไฟฟ้า และสำหรับสายส่งสัญญาณที่เป็นสายไม่มีการสูญเสีย จะได้ว่า  $R=G=0$  นั่นคือ

$$\gamma = j\omega \sqrt{LC} \quad (3-80)$$

### 3.12 สายไม่มีการผิดเพี้ยน (The distorted less line)

เมื่อสัญญาณเชิงซ้อนถูกนำไปใช้ในระบบการส่งสัญญาณ คลื่นที่ทางด้านรับจะต้องมีรูปแบบที่เหมือนกับทางด้านส่ง ถ้าหากองค์ประกอบทั้งหลายของคลื่นถูกลดทอนอย่างเท่าเทียมกัน และถ้าหากการเดินทางของคลื่นมีค่าความเร็วที่ค่าเดียวกัน สิ่งแรกที่ต้องการสำหรับการไม่ผิดเพี้ยนของสัญญาณ คือ

- 1) ค่าคงที่การลดทอน ( $\alpha$ ) จะเป็นค่าอิสระที่ไม่เกี่ยวข้องกับค่าความถี่
- 2) ค่าความเร็วเฟส ( $V_p = \frac{\omega}{\beta}$ ) จะมีค่าเท่ากันที่ทุกๆความถี่
- 3) ค่าคงที่เฟส ( $\beta$ ) จะเป็นค่าอย่างเชิงเส้นตามสัดส่วนต่อความถี่

โดยทั่วไปในสภาวะดังกล่าวข้างต้น สายส่งสัญญาณธรรมดาไม่สามารถที่จะทำให้พอใจได้ ดังนั้นในการแก้การผิดเพี้ยนของสัญญาณจะต้องทำให้ค่าคงที่ของสายมีอัตราส่วนเป็นดังนี้

$$\frac{R}{L} = \frac{G}{C} \quad (3-81)$$

ดังนั้นภายใต้เงื่อนไขอันนี้จะเป็นผลให้ในสายส่งสัญญาณที่ไม่มีการผิดเพี้ยน จะมีค่าคงที่การแพร่กระจายดังสมการที่ (3.82)

$$\begin{aligned} \gamma &= \alpha + j\beta \\ \gamma &= \sqrt{RG} + j\omega\sqrt{LC} \end{aligned} \quad (3-82)$$

จะได้ว่าในสายส่งสัญญาณที่มีคุณสมบัติเป็นสายไม่มีการผิดเพี้ยน มีคุณสมบัติดังนี้ คือ

- 1) ค่าคงที่การลดทอน ( $\alpha$ ) จะเป็นค่าอิสระที่ไม่เกี่ยวข้องกับค่าความถี่

$$\alpha = \sqrt{RG}$$

- 2) ค่าคงที่เฟส ( $\beta$ ) จะเป็นค่าอย่างเชิงเส้นตามสัดส่วนต่อความถี่

$$\beta = \omega\sqrt{LC}$$

และค่าความเร็วเฟสจะประยุกต์ได้เป็น

$$\begin{aligned} V_p &= \frac{\omega}{\beta} \\ &= \frac{\omega}{\omega\sqrt{LC}} \\ V_p &= \frac{1}{\sqrt{LC}} \end{aligned}$$

โดยปกติในสายส่งสัญญาณส่วนใหญ่ ค่าของการสูญเสียพลังงานในความต้านทานของตัวนำจะมีค่ามากกว่าการสูญเสียในฉนวน ดังนั้นอัตราส่วนของ  $\frac{R}{L}$  จึงมีค่ามากกว่า  $\frac{G}{C}$  ยกตัวอย่างเช่น  $\frac{R}{L} = 2780$  และ

$$\frac{G}{C} = 36.5$$

## 168 เครื่องข่ายการสื่อสารและสายส่ง

หรือหาค่าอัตราส่วนจากค่าพารามิเตอร์ของสายส่งสัญญาณที่กำหนดมาให้เช่นคู่สายโทรศัพท์มีค่าพารามิเตอร์ของสายดังนี้

$$R = 60 \text{ ohms / mi.}$$

$$L = 0.001 \text{ henry / mi.}$$

$$C = 0.06 \times 10^{-6} \text{ farad / mi.}$$

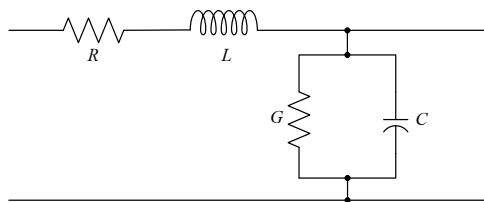
$$G = 2 \times 10^{-6} \text{ simens / mi.}$$

จะให้อัตราส่วนของพารามิเตอร์ในสายส่งสัญญาณดังนี้

$$\frac{R}{L} = \frac{60}{0.001} = 60,000$$

$$\frac{G}{C} = \frac{2 \times 10^{-6}}{0.06 \times 10^{-6}} = 33.333$$

ดังนั้นเพื่อให้สายส่งสัญญาณมีคุณสมบัติเป็นกรณีไม่มีการบิดเพี้ยน (distortion less condition) คือ  $\frac{R}{L} = \frac{G}{C}$  จะต้องทำให้



รูปที่ 3-16 วงจรสมมูลของสายส่ง

- 1) ในกรณีการเพิ่มค่า  $G$  จะทำให้ค่าการลดทอนของสายตัวนำเพิ่มค่าสูงขึ้น
- 2) ในกรณีการลดค่า  $R$  จะทำให้ขนาดเส้นผ่าศูนย์กลางของสายตัวนำใหญ่ขึ้น
- 3) ในกรณีการลดค่า  $C$  จะทำให้ระยะห่างของคู่สายตัวนำห่างมากขึ้น
- 4) ดังนั้นจึงมีวิธีการที่จำกัดเหลือเพียงกรณีเดียว คือ การเพิ่มค่า  $L$  และเรียกวิธีนี้ว่า “โหลดเหนี่ยวนำ” (inductive loading)

### 3.13 โหลดเหนี่ยวนำ (Inductive loading)

ในบางส่วนของสายส่งสัญญาณค่าอินดักแตนซ์ ( $L$ ) สามารถที่จะเพิ่มขึ้นได้โดยการพันหรือห่อหุ้มตัวนำไฟฟ้าด้วยเทปโลหะที่มีสภาพการซึมซาบสูง (High permeability metal tape) หรือทำการสอดใส่ขดลวดอินดักแตนซ์เข้าไปที่ช่องว่างของคู่สาย วิธีการอันนี้ถูกเรียกว่า “Inductive load” เมื่อค่า  $\frac{R}{L} > \frac{G}{C}$

และการเพิ่มค่าอินดักแตนซ์จะทำให้สายนำสัญญาณมีคุณสมบัติใกล้เคียงที่จะเป็น “Distortion less condition” ซึ่งจะเป็นผลให้ค่าอิมพีแดนซ์คุณลักษณะ ( $Z_o$ ) ค่าการลดทอน ( $\alpha$ ) และค่าความเร็วเฟส ( $V_p$ ) ไม่ขึ้นอยู่กับค่าความถี่

### ตัวอย่างที่ 3-7

สายส่งสัญญาณใช้งานในย่านความถี่เสียง และมีพารามิเตอร์ดังต่อไปนี้

$$R = 86 \Omega / mi$$

$$L = 1 mH / mi$$

$$G = 1.4 \mu S / mi$$

$$C = 0.062 \mu F / mi$$

### ผลเฉลย

โพลดในอุดมคติ:

$$\frac{R}{L} = \frac{G}{C}$$

คุณสมบัติของสาย  $\frac{R}{L} = \frac{86}{1 \times 10^{-3}} = 86,000$

$$\frac{G}{C} = \frac{1.4 \times 10^{-6}}{0.062 \times 10^{-6}} = 22.581$$

โพลดเหนี่ยวนำ ( $L_L$ ) สำหรับสายส่งไม่มีการผิดเพี้ยน สามารถหาได้จาก

$$\frac{R}{L + L_L} = \frac{G}{C}$$

$$\frac{R}{L + L_L} = 22.581$$

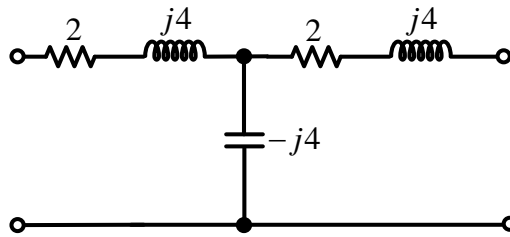
$$L_L = \frac{R}{22.581} - L$$

$$= \frac{86}{22.581} - 1 \times 10^{-3}$$

$$L_L = 3.808 H / mi$$

แบบฝึกหัดที่ 3

1. จงหาค่าความต้านทาน  $Z_0$  ของวงจรโครงข่ายแบบที่ ดังแสดงในรูป



2. สายส่งเส้นหนึ่งมีความยาวสายเท่ากับ 50 ไมล์ มีอิมพีแดนซ์คุณลักษณะ  $Z_0 = 697 - j158$  โอห์ม และค่าคงตัวการแพร่กระจาย  $\gamma = 0.01 + j0.0438$  ต่อไมล์ เมื่อเครื่องกำเนิดแรงเคลื่อนไฟฟ้า  $30 \angle 0^\circ$  โวลต์ มีความต้านทานภายใน 600 โอห์ม ปลายสายถูกต่อดัวยโหลดอิมพีแดนซ์คุณลักษณะของสาย ความถี่ดำเนินการ 1 กิโลเฮิรตซ์ จงหา

- 1) แรงดันปลายสายด้านส่ง
- 2) กระแสปลายสายด้านส่ง
- 3) กำลังไฟฟ้าปลายสายด้านส่ง
- 4) แรงดันที่ระยะ  $x = 25$  ไมล์
- 5) กระแสที่ระยะ  $x = 25$  ไมล์
- 6) กำลังไฟฟ้าที่ระยะ  $x = 25$  ไมล์
- 7) แรงดันปลายสายด้านรับ
- 8) กระแสปลายสายด้านรับ
- 9) กำลังไฟฟ้าปลายสายด้านรับ
- 10) การสูญเสียกำลังไฟฟ้าของสายส่งในเทอมเดซิเบล
- 11) การสูญเสียกำลังไฟฟ้าของสายส่งในเทอมเนเปอร์

3. สายส่งสัญญาณใช้งานในย่านความถี่เสียง และมีพารามิเตอร์ดังต่อไปนี้

$$R = 10.4 \ \Omega / mi$$

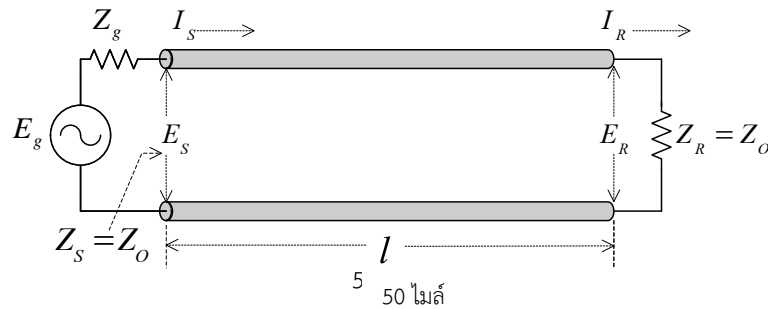
$$L = 0.00367 \ H / mi$$

$$G = 0.8 \times 10^{-6} \ S / mi$$

$$C = 0.00835 \times 10^{-6} \ F / mi$$

จงหาค่าโหลดเหนี่ยวนำ ( $L_L$ ) สำหรับสายส่งไม่มีการผิดเพี้ยน

4. สายส่งแบบสม่ำเสมอ (Uniform line) เส้นหนึ่งมีคุณสมบัติและพารามิเตอร์แบบกระจายดังกำหนดให้



แรงดันปลายสายด้านส่ง ( $E_s$ )	= 10 V
ความถี่ดำเนินการ ( $f$ )	= 1 kHz
ความยาวสายส่ง ( $l$ )	= 50 mi
ความต้านทาน ( $R$ )	= 10.4 $\Omega / mi$
ความเหนี่ยวนำ ( $L$ )	= 0.00367 H / mi
ความนำ ( $G$ )	= $0.8 \times 10^{-6}$ S / mi
ความจุไฟฟ้า ( $C$ )	= $0.00835 \times 10^{-6}$ F / mi

จงหา

- 1) อิมพีแดนซ์ลักษณะเฉพาะ ( $Z_0$ )
- 2) ค่าคงตัวการแพร่กระจาย ( $\gamma$ )
- 3) ค่าคงที่การลดทอน ( $\alpha$ )
- 4) ค่าคงที่เฟส ( $\beta$ )
- 5) ความเร็วเฟส ( $V_p$ )
- 6) ความยาวคลื่น ( $\lambda$ )
- 7) กระแสปลายสายด้านส่ง ( $I_s$ )
- 8) กำลังไฟฟ้าปลายสายด้านส่ง ( $P_s$ )
- 9) แรงดันที่ระยะ  $x=25$  ไมล์
- 10) กระแสที่ระยะ  $x=25$  ไมล์
- 11) กำลังไฟฟ้าที่ระยะ  $x=25$  ไมล์
- 12) แรงดันปลายสายด้านรับ ( $E_r$ )
- 13) กระแสปลายสายด้านรับ ( $I_r$ )
- 14) กำลังไฟฟ้าปลายสายด้านรับ ( $P_r$ )
- 15) การสูญเสียบนสายส่ง ( $L_T$ )

บทที่ 4

สายส่งที่มีการสะท้อน

(Line with reflections)

4.1 วิธีแก้ปัญหามารูปแบบเอกโพเนนเชียล (Various Exponential Forms of the AC Steady Solution)

สมการค่าแรงดันและกระแสในสภาวะคงตัวของสายส่งรูปแบบสายสม่ำเสมอ (Uniform line) คือ

$$E_{(x)} = E_1 e^{-\gamma x} + E_2 e^{\gamma x} \quad (4-1)$$

$$I_{(x)} = \frac{1}{Z_o} (E_1 e^{-\gamma x} - E_2 e^{\gamma x}) \quad (4-2)$$

การวัดความต้านทานต่อไฟฟ้ากระแสสลับ ค่าอิมพีแดนซ์คุณลักษณะมีค่าเป็น

$$Z_o = \sqrt{\frac{R + j\omega L}{G + j\omega C}}$$

และค่าคงที่การแพร่กระจายของสายส่ง

$$\gamma = \sqrt{(R + j\omega L)(G + j\omega C)}$$

เราพบว่าค่าจริง (Real) และค่าจินตภาพ (Imaginary) ของค่าคงที่การแพร่กระจาย ( $\gamma$ ) จะแสดงลักษณะหน้าที่ต่างกันในการแพร่กระจายของคลื่น คือ ส่วนของค่าจริงจะเป็นค่าคงที่การลดทอนสัญญาณ ( $\alpha$ ) และส่วนของค่าสมมุติจะเป็นค่าคงที่เฟส ( $\beta$ ) ดังนั้นจึงเขียนสมการได้เป็น

$$\gamma = \alpha + j\beta$$

เพื่อให้ได้ค่าแรงดันและกระแสชั่วขณะ เราทำการคูณสมการ (4-1) ด้วยค่า  $\sqrt{2}e^{j\omega t}$  และทำให้ได้เป็นผลของส่วนของค่าจริง จากสมการ (4-1)

$$\begin{aligned} E_{(x)} &= E_1 e^{-\gamma x} + E_2 e^{\gamma x} \\ &= E_1 e^{-(\alpha + j\beta)x} + E_2 e^{(\alpha + j\beta)x} \\ &= E_1 e^{-\alpha x} e^{-j\beta x} + E_2 e^{\alpha x} e^{j\beta x} \end{aligned}$$

คูณด้วยสมการ  $\sqrt{2}e^{j\omega t}$

$$e_{(x)} = \sqrt{2} \text{Re}(E_1 e^{-\alpha x} e^{-j\beta x} e^{j\omega t} + E_2 e^{\alpha x} e^{j\beta x} e^{j\omega t})$$

$$= \sqrt{2} \operatorname{Re}(E_1 e^{-\alpha x} e^{j(\omega t - \beta x)} + E_2 e^{\alpha x} e^{j(\omega t + \beta x)})$$

ดังนั้นสมการค่าแรงดันชั่วขณะจึงสามารถเขียนได้เป็น

$$e_{(x)} = \sqrt{2} \operatorname{Re}[E_1 e^{-\alpha x} \cos(\omega t - \beta x) + E_2 e^{\alpha x} \cos(\omega t + \beta x)] \quad (4-3)$$

จากสมการ (4-3) พิจารณาค่าเทอมแรกในวงเล็บของสมการแรงดันจะแสดงค่าเป็นคลื่นที่เดินทางไปในทิศทางด้านขวา (+x) ด้วยค่าความเร็วเฟส ( $V_p$ ) เท่ากับ  $\frac{\omega}{\beta}$  และค่าการลดทอน (Attenuation factor) เท่ากับ  $e^{-\alpha x}$

ส่วนในเทอมที่สองในวงเล็บของสมการแรงดันจะแสดงค่าเป็นคลื่นที่เดินทางไปในทิศทางด้านลบ (-x) ด้วยค่าความเร็วเฟส ( $V_p$ ) เท่ากับ  $\frac{\omega}{-\beta}$  และค่าการลดทอน (Attenuation factor) เท่ากับ  $e^{\alpha x}$

การแพร่กระจายและการสะท้อนของคลื่นในสายส่งชนิดไม่มีการสูญเสีย ซึ่งจะประกอบด้วย คลื่นตกกระทบ และ คลื่นสะท้อน จากสมการ (4-1) และ (4-2) จะได้ว่า

$E_1 e^{-\gamma x}$  จะเป็นค่ารวมทั้งหมดของคลื่นตกกระทบที่เดินทางไปในทิศทางด้านขวา

$E_2 e^{\gamma x}$  จะเป็นค่ารวมทั้งหมดของคลื่นสะท้อนที่เดินทางไปในทิศทางด้านซ้าย

ดังนั้นเราจึงสามารถจะเรียกเทอมแรกของสมการแรงดัน เป็นแรงดันคลื่นตกกระทบ และกำหนดให้ใช้สัญลักษณ์เป็น  $E^+$  ส่วนในเทอมที่สองของสมการสามารถจะเรียกว่าเป็นแรงดันคลื่นสะท้อน และกำหนดให้ใช้สัญลักษณ์เป็น  $E^-$  นั่นคือสามารถเขียนสมการใหม่ได้เป็น

$$E = E^+ + E^- \quad (4-4)$$

ในทำนองเดียวกันสามารถจะเขียนสมการกระแสรวมทั้งหมดมีค่าเท่ากับผลบวกของกระแสคลื่นตกกระทบ และกระแสคลื่นสะท้อน ดังสมการที่ (4-5)

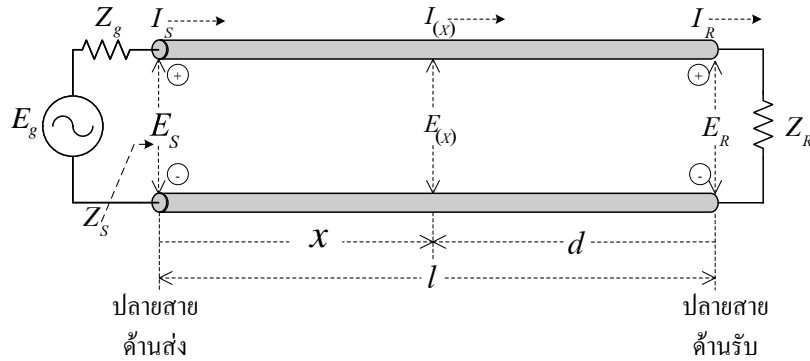
$$I = I^+ + I^- \quad (4.5)$$

เมื่อเปรียบเทียบกับสมการ (4.1) และ (4.2) จะได้

$$I^+ = \frac{E^+}{Z_o} \quad (4.6)$$

$$I^- = -\frac{E^-}{Z_o} \quad (4.7)$$

หาค่าของ  $E_1$  และ  $E_2$  ในสมการ (4.1) และ (4.2) จากรูปแบบทั่วไปดังแสดงในรูปที่ 4-1



รูปที่ 4-1 วงจรสมมูลของสายส่ง

4.1.1 สมการแรงดันและกระแสในเทอมปลายสายด้านส่ง

พิจารณาที่ปลายสายด้านส่ง (Sending end) โดยให้  $E_s = I_s Z_s$  และ  $I = I_s$  ที่ค่า  $x = 0$  เพราะฉะนั้น จะได้ค่าแรงดันและกระแส จากสมการ (4-1) และ (4-2) คือ

$$E_{(x)} = E_1 e^{-\gamma x} + E_2 e^{\gamma x}$$

เมื่อกำหนดให้  $x = 0$  จะได้

$$\begin{aligned} E_{(x=0)} &= E_1 e^{-0} + E_2 e^0 \\ E_s &= E_1 + E_2 \end{aligned} \tag{4-8}$$

และ

$$\begin{aligned} I_{(x)} &= \frac{1}{Z_o} (E_1 e^{-\gamma x} - E_2 e^{\gamma x}) \\ I_{(x=0)} &= \frac{1}{Z_o} (E_1 e^{-0} - E_2 e^0) \\ I_s &= \frac{1}{Z_o} (E_1 - E_2) \end{aligned} \tag{4-9}$$

นั่นคือจากสมการ (4-8) และ (4-9) จะได้

$$I_s Z_s = E_1 + E_2 \tag{4-10}$$

$$I_s Z_o = E_1 - E_2 \tag{4-11}$$

หาค่า  $E_1$  จากสมการที่ (4-10) และ (4-11) จะได้

$$E_1 = I_s Z_s - E_2$$

และ

$$E_1 = I_s Z_o + E_2$$

ดังนั้นจะได้

$$\begin{aligned} E_1 + E_1 &= I_s Z_s - E_2 + I_s Z_o + E_2 \\ &= I_s Z_s + I_s Z_o \\ &= I_s (Z_s + Z_o) \\ E_1 &= \frac{I_s}{2} (Z_s + Z_o) \end{aligned} \quad (4-12)$$

และหาค่า  $E_2$  จากสมการที่ (4-10) และ (4-11) จะได้

$$E_2 = I_s Z_s - E_1$$

$$E_2 = I_s Z_s - E_1 \quad (4-12)$$

และ

$$E_2 = E_1 - I_s Z_o$$

$$\begin{aligned} E_2 + E_2 &= I_s Z_s - E_1 + E_1 - I_s Z_o \\ &= I_s Z_s - I_s Z_o \\ &= I_s (Z_s - Z_o) \\ E_2 &= \frac{I_s}{2} (Z_s - Z_o) \end{aligned} \quad (4-13)$$

แทนค่า  $E_1$  และ  $E_2$  ลงในสมการที่ (4-1) และ (4-2) จะได้ค่าแรงดันและกระแสในเทอมของปลายสายด้านส่งคือ

$$\begin{aligned} E_{(x)} &= E_1 e^{-\gamma x} + E_2 e^{\gamma x} \\ &= \frac{I_s}{2} (Z_s + Z_o) e^{-\gamma x} + \frac{I_s}{2} (Z_s - Z_o) e^{\gamma x} \\ E_{(x)} &= \frac{I_s}{2} [(Z_s + Z_o) e^{-\gamma x} + (Z_s - Z_o) e^{\gamma x}] \end{aligned} \quad (4-14)$$

และ

$$\begin{aligned} I_{(x)} &= \frac{1}{Z_o} (E_1 e^{-\gamma x} - E_2 e^{\gamma x}) \\ &= \frac{1}{Z_o} \left[ \frac{I_s}{2} (Z_s + Z_o) e^{-\gamma x} - \frac{I_s}{2} (Z_s - Z_o) e^{\gamma x} \right] \\ I_{(x)} &= \frac{I_s}{2Z_o} [(Z_s + Z_o) e^{-\gamma x} - (Z_s - Z_o) e^{\gamma x}] \end{aligned} \quad (4-15)$$

4.1.2 สมการแรงดันและกระแสในเทอมปลายสายด้านรับ

การใช้สมการแรงดันและกระแสในเทอมปลายสายด้านรับ จะง่ายและสะดวกสำหรับการหาค่าแรงดันและกระแสในเทอมของปลายสายด้านรับ โดยกำหนดให้  $E_R = I_R Z_R$  และ  $I = I_R$  ที่  $x=l$  จะได้ค่า  $E_1$  และ  $E_2$  คือ

$$E_{(x)} = E_1 e^{-\gamma x} + E_2 e^{\gamma x}$$

เมื่อกำหนดให้  $x=l$  จะได้

$$\begin{aligned} E_{(x=l)} &= E_1 e^{-\gamma l} + E_2 e^{\gamma l} \\ E_R &= E_1 e^{-\gamma l} + E_2 e^{\gamma l} \end{aligned} \tag{4-16}$$

และ

$$\begin{aligned} I_{(x)} &= \frac{1}{Z_o} (E_1 e^{-\gamma x} - E_2 e^{\gamma x}) \\ I_{(x=l)} &= \frac{1}{Z_o} (E_1 e^{-\gamma l} - E_2 e^{\gamma l}) \\ I_R &= \frac{1}{Z_o} (E_1 e^{-\gamma l} - E_2 e^{\gamma l}) \end{aligned} \tag{4-17}$$

นั่นคือจากสมการ (4-16) และ (4-17) จะได้

$$I_R Z_R = E_1 e^{-\gamma l} + E_2 e^{\gamma l} \tag{4-18}$$

$$I_R Z_o = E_1 e^{-\gamma l} - E_2 e^{\gamma l} \tag{4-19}$$

หาค่า  $E_1$  จากสมการ (4-18) และ (4-19)

$$\begin{aligned} E_1 e^{-\gamma l} &= I_R Z_R - E_2 e^{\gamma l} \\ E_1 &= I_R Z_R e^{\gamma l} - E_2 e^{\gamma l} e^{\gamma l} \end{aligned} \tag{4-20}$$

$$\begin{aligned} E_1 e^{-\gamma l} &= I_R Z_o + E_2 e^{\gamma l} \\ E_1 &= I_R Z_o e^{\gamma l} + E_2 e^{\gamma l} e^{\gamma l} \end{aligned} \tag{4-21}$$

จากสมการ (4-20) และ (4-21) จะได้

$$\begin{aligned} E_1 + E_1 &= I_R Z_R e^{\gamma l} - E_2 e^{\gamma l} e^{\gamma l} + I_R Z_o e^{\gamma l} + E_2 e^{\gamma l} e^{\gamma l} \\ &= I_R Z_R e^{\gamma l} + I_R Z_o e^{\gamma l} \\ &= I_R (Z_R + Z_o) e^{\gamma l} \end{aligned}$$

$$E_1 = \frac{I_R}{2}(Z_R + Z_o)e^{\gamma l} \quad (4-22)$$

หาค่า  $E_2$  จากสมการ (4-18) และ (4-19)

$$\begin{aligned} E_2 e^{\gamma l} &= I_R Z_R - E_1 e^{-\gamma l} \\ E_2 &= I_R Z_R e^{-\gamma l} - E_1 e^{-\gamma l} e^{-\gamma l} \end{aligned} \quad (4-23)$$

$$\begin{aligned} E_2 e^{\gamma l} &= E_1 e^{-\gamma l} - I_R Z_o \\ E_2 &= E_1 e^{-\gamma l} e^{-\gamma l} - I_R Z_o e^{-\gamma l} \end{aligned} \quad (4.24)$$

จากสมการ (4-23) และ (4-24) จะได้

$$\begin{aligned} E_2 + E_2 &= I_R Z_R e^{-\gamma l} - E_1 e^{-\gamma l} e^{-\gamma l} + E_1 e^{-\gamma l} e^{-\gamma l} - I_R Z_o e^{-\gamma l} \\ &= I_R Z_R e^{-\gamma l} - I_R Z_o e^{-\gamma l} \\ &= I_R (Z_R - Z_o) e^{-\gamma l} \\ E_2 &= \frac{I_R}{2} (Z_R - Z_o) e^{-\gamma l} \end{aligned} \quad (4-25)$$

แทนค่า  $E_1$  และ  $E_2$  ลงในสมการที่ (4-1) และ (4-2) เมื่อให้  $d=(l-x)$  จะได้ค่าแรงดันและกระแสในเทอมของปลายสายด้านรับ ดังนั้นจะได้สมการสำหรับที่จุดใดๆซึ่งห่างจากจุดปลายสายด้านรับ คือ

$$\begin{aligned} E_{(x)} &= E_1 e^{-\gamma x} + E_2 e^{\gamma x} \\ &= \frac{I_R}{2}(Z_R + Z_o)e^{\gamma l} e^{-\gamma x} + \frac{I_R}{2}(Z_R - Z_o)e^{-\gamma l} e^{\gamma x} \\ &= \frac{I_R}{2}(Z_R + Z_o)e^{\gamma(l-x)} + \frac{I_R}{2}(Z_R - Z_o)e^{-\gamma(l-x)} \\ E_{(d)} &= \frac{I_R}{2} [(Z_R + Z_o)e^{\gamma d} + (Z_R - Z_o)e^{-\gamma d}] \end{aligned} \quad (4-26)$$

และ

$$\begin{aligned} I_{(x)} &= \frac{1}{Z_o} (E_1 e^{-\gamma x} - E_2 e^{\gamma x}) \\ &= \frac{1}{Z_o} \left[ \frac{I_R}{2}(Z_R + Z_o)e^{\gamma l} e^{-\gamma x} - \frac{I_R}{2}(Z_R - Z_o)e^{-\gamma l} e^{\gamma x} \right] \\ &= \frac{1}{Z_o} \left[ \frac{I_R}{2}(Z_R + Z_o)e^{\gamma(l-x)} - \frac{I_R}{2}(Z_R - Z_o)e^{-\gamma(l-x)} \right] \end{aligned}$$

$$I_{(d)} = \frac{I_R}{2Z_0} [(Z_R + Z_0)e^{\gamma d} - (Z_R - Z_0)e^{-\gamma d}] \quad (4-27)$$

จากสมการทั้งสอง เทอมแรกจะแสดงค่าเป็นคลื่นตกกระทบในสภาวะคงตัว ( $E^+$  และ  $I^+$ ) และเทอมที่สองจะแสดงค่าเป็นคลื่นสะท้อนในสภาวะคงตัว ( $E^-$  และ  $I^-$ )

อัตราส่วนของแรงดันคลื่นสะท้อนต่อแรงดันคลื่นตกกระทบ จะถูกเรียกว่า ค่าสัมประสิทธิ์การสะท้อน (Reflection coefficient :  $k$ ) หรือบางครั้งจะใช้สัญลักษณ์เป็น  $\Gamma$

#### 4.1.3 ค่าสัมประสิทธิ์การสะท้อน (Reflection coefficient : $k$ )

จากสมการ (4-26) ค่าอัตราส่วนของสัมประสิทธิ์การสะท้อนที่จุดใดๆ ซึ่งห่างจากปลายสายด้านรับ จะได้ดังสมการที่ (4-28)

$$\begin{aligned} k &= \frac{E^-}{E^+} \\ &= \frac{(Z_R - Z_0)e^{-\gamma d}}{(Z_R + Z_0)e^{\gamma d}} \\ &= \frac{(Z_R - Z_0)}{(Z_R + Z_0)} e^{-2\gamma d} \\ &= \frac{(Z_R - Z_0)}{(Z_R + Z_0)} e^{-2(\alpha + j\beta)d} \\ k &= \frac{(Z_R - Z_0)}{(Z_R + Z_0)} e^{-2\alpha d} e^{-2j\beta d} \end{aligned} \quad (4-28)$$

ค่าสัมประสิทธิ์การสะท้อนในรูปแบบทั่วไป จะเป็นจำนวนเลขเชิงซ้อน และที่จุดปลายสายด้านรับ คือ  $d=0$  ดังนั้นจะได้

$$k_R = \frac{(Z_R - Z_0)}{(Z_R + Z_0)} \quad (4-29)$$

และค่าสัมประสิทธิ์การสะท้อนที่จุดใดๆ ซึ่งห่างจากปลายสายด้านรับ จะได้เป็น

$$\begin{aligned} k &= k_R e^{-2\gamma d} \\ k &= k_R e^{-2(\alpha + j\beta)d} \end{aligned} \quad (4-30)$$

จากสมการ (4-27) ค่าสัมประสิทธิ์การสะท้อนสำหรับกระแส ซึ่งเป็นค่าลบของแรงดัน และที่จุดใดๆ ซึ่งห่างจากปลายสายด้านรับจะได้

$$\begin{aligned} \frac{I^-}{I^+} &= -k \\ &= -\frac{(Z_R - Z_o)}{(Z_R + Z_o)} e^{-2\gamma d} \\ &= \frac{(-Z_R + Z_o)}{(Z_R + Z_o)} e^{-2\gamma d} \\ \frac{I^-}{I^+} &= \frac{(Z_o - Z_R)}{(Z_o + Z_R)} e^{-2\gamma d} \end{aligned}$$

#### 4.1.4 ค่าอิมพีแดนซ์ (Impedance : Z)

ค่าอิมพีแดนซ์ของสายส่งที่จุดใดๆ สามารถหาได้จากอัตราส่วนของแรงดันต่อกระแส ( $E/I$ ) ที่จุดนั้นๆ

$$\begin{aligned} Z_{(x)} &= \frac{E_{(x)}}{I_{(x)}} \\ &= \frac{\frac{I_s}{2} [(Z_s + Z_o)e^{-\gamma x} + (Z_s - Z_o)e^{\gamma x}]}{\frac{I_s}{2} [(Z_s + Z_o)e^{-\gamma x} - (Z_s - Z_o)e^{\gamma x}]} \\ Z_{(x)} &= Z_o \frac{(Z_s + Z_o)e^{-\gamma x} + (Z_s - Z_o)e^{\gamma x}}{(Z_s + Z_o)e^{-\gamma x} - (Z_s - Z_o)e^{\gamma x}} \end{aligned} \quad (4-31)$$

$$\begin{aligned} Z_{(d)} &= \frac{E_{(d)}}{I_{(d)}} \\ &= \frac{\frac{I_R}{2} [(Z_R + Z_o)e^{\gamma d} + (Z_R - Z_o)e^{-\gamma d}]}{\frac{I_R}{2} [(Z_R + Z_o)e^{\gamma d} - (Z_R - Z_o)e^{-\gamma d}]} \\ Z_{(d)} &= Z_o \frac{(Z_R + Z_o)e^{\gamma d} + (Z_R - Z_o)e^{-\gamma d}}{(Z_R + Z_o)e^{\gamma d} - (Z_R - Z_o)e^{-\gamma d}} \end{aligned} \quad (4-32)$$

#### 4.1.5 ความต้านทานการถ่ายโอน (Impedance Transfer : $Z_{tr}$ )

ความต้านทานการถ่ายโอนของสายส่ง คือ อัตราส่วนของแรงดันที่จุดปลายสายด้านส่งต่อกระแสที่จุดปลายสายด้านรับ โดยใช้สมการ (4-26) และให้  $E_{(d)} = E_s$  ที่  $d=l$  จะได้

$$Z_{tr} = \frac{E_s}{I_R}$$

$$\begin{aligned}
 \text{เมื่อ} \quad E_{(d)} &= \frac{I_R}{2} [(Z_R + Z_o)e^{\gamma d} + (Z_R - Z_o)e^{-\gamma d}] \\
 E_{(d=l)} &= \frac{I_R}{2} [(Z_R + Z_o)e^{\gamma l} + (Z_R - Z_o)e^{-\gamma l}] \\
 E_S &= \frac{I_R}{2} [(Z_R + Z_o)e^{\gamma l} + (Z_R - Z_o)e^{-\gamma l}] \\
 \frac{E_S}{I_R} &= \frac{1}{2} [(Z_R + Z_o)e^{\gamma l} + (Z_R - Z_o)e^{-\gamma l}] \\
 Z_{tr} &= \frac{1}{2} [(Z_R + Z_o)e^{\gamma l} + (Z_R - Z_o)e^{-\gamma l}] \quad (4-33)
 \end{aligned}$$

#### 4.1.6 กระแสการถ่ายโอน (Current Transfer : $I_{tr}$ )

กระแสการถ่ายโอนของสายส่งคือ อัตราส่วนของกระแสที่จุดปลายสายด้านส่งต่อกระแสที่จุดปลายสายด้านรับ โดยใช้สมการ (4-27) และให้  $I_{(d)} = I_S$  ที่  $d = l$  จะได้

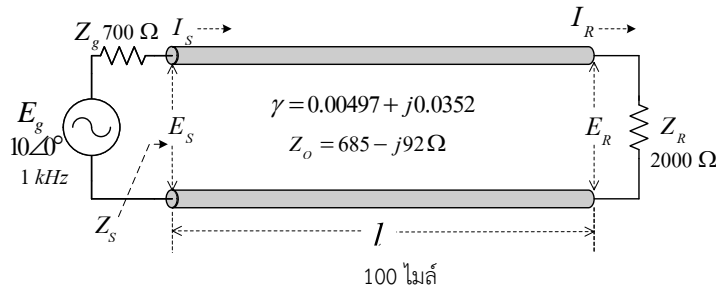
$$\begin{aligned}
 I_{tr} &= \frac{I_S}{I_R} \\
 \text{เมื่อ} \quad I_{(d)} &= \frac{I_R}{2Z_o} [(Z_R + Z_o)e^{\gamma d} - (Z_R - Z_o)e^{-\gamma d}] \\
 I_{(d=l)} &= \frac{I_R}{2Z_o} [(Z_R + Z_o)e^{\gamma l} - (Z_R - Z_o)e^{-\gamma l}] \\
 I_S &= \frac{I_R}{2Z_o} [(Z_R + Z_o)e^{\gamma l} - (Z_R - Z_o)e^{-\gamma l}] \\
 \frac{I_S}{I_R} &= \frac{1}{2Z_o} [(Z_R + Z_o)e^{\gamma l} - (Z_R - Z_o)e^{-\gamma l}] \quad (4-34)
 \end{aligned}$$

#### ตัวอย่างที่ 4-1

กำหนดให้สายส่งสัญญาณโทรศัพท์มีความยาวสาย 100 ไมล์ มีค่าความต้านทานคุณลักษณะ  $685-j92$  โอห์ม ค่าคงที่การลดทอน 0.00497 เนเปอร์ต่อไมล์ และค่าคงที่เฟส 0.0352 เรเดียนต่อไมล์ ที่ความถี่ 1 กิโลเฮิร์ตซ์ ปลายสายถูกต่อด้วยโหลดอิมพีแดนซ์ 2,000 โอห์ม ปลายสายด้านส่งต่อกับเครื่องกำเนิดไฟฟ้าขนาด 10 โวลต์ และมีความต้านทานภายใน 700 โอห์ม จงหา

- 1) อิมพีแดนซ์ที่ปลายสายด้านส่ง ( $Z_S$ )
- 2) กระแสไฟฟ้าที่ปลายสายด้านส่ง ( $I_S$ )

- 3) แรงดันไฟฟ้าที่ปลายสายด้านส่ง ( $E_S$ )
- 4) กำลังไฟฟ้าที่ปลายสายด้านส่ง ( $P_S$ )
- 5) กระแสไฟฟ้าที่ปลายสายด้านรับ ( $I_R$ )
- 6) แรงดันไฟฟ้าที่ปลายสายด้านรับ ( $E_R$ )
- 7) กำลังไฟฟ้าที่ปลายสายด้านรับ ( $P_R$ )



**ผลเฉลย**

1) อิมพีแดนซ์ที่ปลายสายด้านส่ง ( $Z_S$ )

จากสมการ (4.32)

$$Z_{(d)} = Z_o \frac{(Z_R + Z_o)e^{\gamma d} + (Z_R - Z_o)e^{-\gamma d}}{(Z_R + Z_o)e^{\gamma d} - (Z_R - Z_o)e^{-\gamma d}}$$

$$d = l; Z_{(d=l)} = Z_S$$

$$Z_{(d=l)} = Z_o \frac{(Z_R + Z_o)e^{\gamma l} + (Z_R - Z_o)e^{-\gamma l}}{(Z_R + Z_o)e^{\gamma l} - (Z_R - Z_o)e^{-\gamma l}}$$

$$Z_S = Z_o \frac{(Z_R + Z_o)e^{\gamma l} + (Z_R - Z_o)e^{-\gamma l}}{(Z_R + Z_o)e^{\gamma l} - (Z_R - Z_o)e^{-\gamma l}}$$

หาค่า  $e^{\gamma l}$        $e^{\gamma l} = e^{(\alpha + j\beta)l}$

$$= e^{\alpha l} e^{j\beta l}$$

$$= e^{\alpha l} \angle \beta l$$

$$= e^{0.00497 \times 100} \angle 0.0352 \times 100$$

$$= e^{0.00497 \times 100} \angle 3.52 \text{ rad}$$

$$e^{\gamma l} = 1.644 \angle 201.681^\circ$$

หาค่า  $e^{-\gamma l}$        $e^{-\gamma l} = e^{-(\alpha + j\beta)l}$

$$\begin{aligned}
 &= e^{-\alpha l} e^{-j\beta l} \\
 &= e^{-\alpha l} \angle -\beta l \\
 &= e^{0.00497 \times 100} \angle -0.0352 \times 100 \\
 e^{-\gamma l} &= 0.608 \angle -201.681^\circ
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 Z_s &= (685 - j92) \frac{(2000 + 685 - j92)1.644 \angle 201.681^\circ + (2000 - 685 + j92)0.608 \angle -201.681^\circ}{(2000 + 685 - j92)1.644 \angle 201.681^\circ - (2000 - 685 + j92)0.608 \angle -201.681^\circ} \\
 &= (685 - j92) \frac{(2685 - j92)1.644 \angle 201.681^\circ + (1315 + j92)0.608 \angle -201.681^\circ}{(2685 - j92)1.644 \angle 201.681^\circ - (1315 + j92)0.608 \angle -201.681^\circ} \\
 &= (685 - j92) \frac{(2686.576 \angle -1.962^\circ)(1.644 \angle 201.681^\circ) + (1318.214 \angle 4.002^\circ)(0.608 \angle -201.681^\circ)}{(2686.576 \angle -1.962^\circ)(1.644 \angle 201.681^\circ) - (1318.214 \angle 4.002^\circ)(0.608 \angle -201.681^\circ)} \\
 &= (685 - j92) \frac{(4416.731 \angle 199.719^\circ) + (801.474 \angle -197.679^\circ)}{(4416.731 \angle 199.719^\circ) - (801.474 \angle -197.679^\circ)} \\
 &= (685 - j92) \frac{(-4157.728 - j1490.238) + (-763.623 + j243.395)}{(-4157.728 - j1490.238) - (-763.623 + j243.395)} \\
 &= (685 - j92) \frac{(-4157.728 - j1490.238 - 763.623 + j243.395)}{(-4157.728 - j1490.238 + 763.623 - j243.395)} \\
 &= (685 - j92) \frac{(-4921.351 - j1246.843)}{(-3394.105 - j1733.633)} \\
 &= (691.15 \angle -7.649^\circ) \frac{(5076.841 \angle -165.783^\circ)}{(3811.224 \angle -152.943^\circ)} \\
 &= (691.15 \angle -7.649^\circ)(1.332 \angle -12.84^\circ)
 \end{aligned}$$

$$Z_s = 920.612 \angle -20.489^\circ \text{ โอห์ม}$$

$$Z_s = 862.374 - j322.24 \text{ โอห์ม}$$

หรือ (Used CASIO fx-9860G SD)

$$Z_s = Z_o \frac{(Z_R + Z_o)e^{\gamma l} + (Z_R - Z_o)e^{-\gamma l}}{(Z_R + Z_o)e^{\gamma l} - (Z_R - Z_o)e^{-\gamma l}}$$

$$= (685 - j92) \frac{(2000 + 685 - j92)e^{(0.00497 + j0.0352) \times 100} + (2000 - 685 + j92)e^{-(0.00497 + j0.0352) \times 100}}{(2000 + 685 - j92)e^{(0.00497 + j0.0352) \times 100} - (2000 - 685 + j92)e^{-(0.00497 + j0.0352) \times 100}}$$

$$Z_s = 920.852 \angle -20.499^\circ \text{ โอห์ม}$$

$$Z_s = 862.543 - j322.471 \text{ โอห์ม}$$

2) กระแสไฟฟ้าที่ปลายสายด้านส่ง ( $I_s$ )

$$I_s = \frac{E_g}{Z_g + Z_s}$$

$$= \frac{10}{700 + 862.374 - j322.24}$$

$$= \frac{10}{1562.374 - j322.24}$$

$$= \frac{10}{1595.259 \angle -11.654^\circ}$$

$$I_s = 6.269 \times 10^{-3} \angle 11.654^\circ \text{ แอมป์}$$

3) แรงดันไฟฟ้าที่ปลายสายด้านส่ง ( $E_s$ )

$$E_s = I_s Z_s$$

$$= (6.269 \times 10^{-3} \angle 11.654^\circ)(920.612 \angle -20.489^\circ)$$

$$E_s = 5.771 \angle -8.835^\circ \text{ โวลต์}$$

4) กำลังไฟฟ้าที่ปลายสายด้านส่ง ( $P_s$ )

$$P_s = |I_s|^2 R_s$$

$$= (6.269 \times 10^{-3})^2 \times 862.374$$

$$P_s = 33.892 \times 10^{-3} \text{ วัตต์}$$

หรือ

$$P_s = |E_s| |I_s| \cos \theta$$

$$= 5.771 \times 6.269 \times 10^{-3} \cos(-20.489^\circ)$$

$$P_s = 33.889 \times 10^{-3} \text{ วัตต์}$$

5) กระแสไฟฟ้าที่ปลายสายด้านรับ ( $I_R$ )

จากสมการ (4.15)

เมื่อ  $x=l$ ;  $I_{(x=l)} = I_R$

$$\begin{aligned}
 I_R &= \frac{I_s}{2Z_o} [(Z_s + Z_o)e^{-\gamma l} - (Z_s - Z_o)e^{\gamma l}] \\
 &= \frac{6.269 \times 10^{-3} \angle 11.654^\circ}{2(691.15 \angle -7.649^\circ)} [(862.374 - j322.24 + 685 - j92)0.608 \angle -201.681^\circ \\
 &\quad - (862.374 - j322.24 - 685 + j92)1.644 \angle 201.681^\circ] \\
 &= (4.535 \times 10^{-6} \angle 19.303^\circ) [(1547.374 - j414.24)0.608 \angle -201.681^\circ \\
 &\quad - (177.374 - j230.24)1.644 \angle 201.681^\circ] \\
 &= (4.535 \times 10^{-6} \angle 19.303^\circ) [(1601.862 \angle -14.987^\circ)0.608 \angle -201.681^\circ \\
 &\quad - (290.641 \angle -52.389^\circ)1.644 \angle 201.681^\circ] \\
 &= (4.535 \times 10^{-6} \angle 19.303^\circ) [(973.932 \angle -216.668^\circ) - (477.814 \angle 149.292^\circ)] \\
 &= (4.535 \times 10^{-6} \angle 19.303^\circ) [(-781.199 + j581.61) - (-410.815 + j244.002)] \\
 &= (4.535 \times 10^{-6} \angle 19.303^\circ) (-370.384 + j337.608) \\
 &= (4.535 \times 10^{-6} \angle 19.303^\circ) (501.162 \angle 137.651^\circ) \\
 I_R &= 2.273 \times 10^{-3} \angle 156.954^\circ \text{ แอมป์} \\
 I_R &= \frac{I_s}{2Z_o} [(Z_s + Z_o)e^{-\gamma l} - (Z_s - Z_o)e^{\gamma l}] \\
 &= \frac{6.269 \times 10^{-3} \angle 11.654^\circ}{2(691.15 \angle -7.649^\circ)} ((862.374 - j322.24 + 685 - j92)e^{-(0.00497 + j0.0352) \times 100} \\
 &\quad - (862.374 - j322.24 - 685 + j92)e^{(0.00497 + j0.0352) \times 100}) \\
 I_R &= 2.276 \times 10^{-3} \angle 156.962^\circ \text{ แอมป์}
 \end{aligned}$$

หรือจากสมการ (4-34)

$$\begin{aligned}
 \frac{I_s}{I_R} &= \frac{1}{2Z_o} [(Z_r + Z_o)e^{\gamma l} - (Z_r - Z_o)e^{-\gamma l}] \\
 &= \frac{1}{2(691.15 \angle -7.649^\circ)} [(2000 + 685 - j92)1.644 \angle 201.681^\circ \\
 &\quad - (2000 - 685 + j92)0.608 \angle -201.681^\circ] \\
 &= \frac{1}{2(691.15 \angle -7.649^\circ)} (3811.224 \angle -152.943^\circ)
 \end{aligned}$$

$$\frac{I_S}{I_R} = 2.757 \angle -145.294^\circ$$

$$I_R = \frac{I_S}{2.757 \angle -145.294^\circ}$$

$$= \frac{6.269 \times 10^{-3} \angle 11.654^\circ}{2.757 \angle -145.294^\circ}$$

$$I_R = 2.274 \times 10^{-3} \angle 156.948^\circ \text{ แอมป์}$$

หรือ (Used CASIO fx-9860G SD)

$$\frac{I_S}{I_R} = \frac{1}{2Z_o} [(Z_R + Z_o)e^{\gamma l} - (Z_R - Z_o)e^{-\gamma l}]$$

$$= \frac{1}{2(691.15 \angle -7.649^\circ)} ((2000 + 685 - j92)e^{(0.00497 + j0.0352) \times 100} - (2000 - 685 + j92)e^{-(0.00497 + j0.0352) \times 100})$$

$$\frac{I_S}{I_R} = 2.757 \angle -145.288^\circ$$

$$I_R = \frac{I_S}{2.757 \angle -145.294^\circ}$$

$$= \frac{6.269 \times 10^{-3} \angle 11.654^\circ}{2.757 \angle -145.288^\circ}$$

$$I_R = 2.274 \times 10^{-3} \angle 156.942^\circ \text{ แอมป์}$$

6) แรงดันไฟฟ้าที่ปลายสายด้านรับ ( $E_R$ )

จากสมการ (4.14)

$$E_{(x)} = \frac{I_S}{2} [(Z_S + Z_o)e^{-\gamma x} + (Z_S - Z_o)e^{\gamma x}]$$

เมื่อ  $x=l$ ;  $E_{(x=l)} = E_R$

$$E_R = \frac{I_S}{2} [(Z_S + Z_o)e^{-\gamma l} + (Z_S - Z_o)e^{\gamma l}]$$

$$= \frac{6.269 \times 10^{-3} \angle 11.654^\circ}{2} [(862.374 - j322.24 + 685 - j92)0.608 \angle -201.681^\circ + (862.374 - j322.24 - 685 + j92)1.644 \angle 201.681^\circ]$$

$$= (3.134 \times 10^{-3} \angle 11.654^\circ) [(1547.374 - j414.24)0.608 \angle -201.681^\circ + (177.374 - j230.24)1.644 \angle 201.681^\circ]$$

$$\begin{aligned}
 &= (3.134 \times 10^{-3} \angle 11.654^\circ) [(1601.862 \angle -14.987^\circ)(0.608 \angle -201.681^\circ) \\
 &\quad + (290.641 \angle -52.389^\circ)(1.644 \angle 201.681^\circ)] \\
 &= (3.134 \times 10^{-3} \angle 11.654^\circ) [(973.932 \angle -216.668^\circ) + (477.814 \angle 149.292^\circ)] \\
 &= (3.134 \times 10^{-3} \angle 11.654^\circ) [(-781.199 + j581.61) + (-410.815 + j244.002)] \\
 &= (3.134 \times 10^{-3} \angle 11.654^\circ) (-1192.014 + j825.612) \\
 &= (3.134 \times 10^{-3} \angle 11.654^\circ) (1450.011 \angle 145.293^\circ) \\
 E_R &= 4.544 \angle 156.947^\circ \text{ โวลต์}
 \end{aligned}$$

หรือจากสมการ (4-26)

$$E_{(d)} = \frac{I_R}{2} [(Z_R + Z_o)e^{\gamma d} + (Z_R - Z_o)e^{-\gamma d}]$$

เมื่อ  $d=0$ ;  $E_{(d=0)} = E_R$

$$\begin{aligned}
 E_R &= \frac{I_R}{2} [(Z_R + Z_o)e^0 + (Z_R - Z_o)e^{-0}] \\
 &= \frac{2.273 \times 10^{-3} \angle 156.954^\circ}{2} [(2000 + 685 - j92) + (2000 - 685 + j92)]
 \end{aligned}$$

$$E_R = (1.137 \times 10^{-3} \angle 156.954^\circ)(4000)$$

$$E_R = 4.546 \angle 156.954^\circ \text{ โวลต์}$$

หรือ

$$\begin{aligned}
 E_R &= I_R Z_R \\
 &= (2.273 \times 10^{-3} \angle 156.954^\circ) \times 2000
 \end{aligned}$$

$$E_R = 4.546 \angle 156.954^\circ \text{ โวลต์}$$

7) กำลังไฟฟ้าที่ปลายสายด้านรับ ( $P_R$ )

$$\begin{aligned}
 P_R &= |I_R|^2 R_R \\
 &= (2.273 \times 10^{-3})^2 \times 2000
 \end{aligned}$$

$$P_R = 10.333 \times 10^{-3} \text{ วัตต์}$$

หรือ

$$\begin{aligned}
 P_R &= |E_R| |I_R| \cos \theta \\
 &= 4.544 \times 2.273 \times 10^{-3} \cos(0^\circ)
 \end{aligned}$$

$$P_R = 10.329 \times 10^{-3} \text{ วัตต์}$$

#### 4.2 วิธีแก้ปัญหาด้วยเทอมของ $E_g$ , $Z_g$ และ $Z_R$

สมการสำหรับแรงดันและกระแสที่ตลอดความยาวสาย สามารถแสดงค่าในเทอมของ  $E_g$ ,  $Z_g$  และ  $Z_R$  ด้วยความสัมพันธ์ของ

$$\begin{aligned} E_g &= I_S Z_g + I_S Z_S & (4-35) \\ &= I_S Z_g + E_S \end{aligned}$$

$$E_S = E_g - I_S Z_g \quad (4-36)$$

และ

$$E_R = I_R Z_R$$

##### 4.2.1 สมการแรงดันคลื่นลำดับที่ 1

เมื่อเครื่องกำเนิดไฟฟ้าถูกต่อเข้ากับสายส่ง และกำหนดให้อิมพีแดนซ์ของสายส่งมีค่าเท่ากับ  $Z_o$  จึงทำให้ค่าแรงดันที่ปลายสายด้านส่ง ( $E_S$ ) มีค่าเป็น

$$\begin{aligned} E_S &= \frac{E_g}{Z_g + Z_o} Z_o \\ E_{S1} &= \frac{E_g Z_o}{Z_g + Z_o} \end{aligned} \quad (4-37)$$

เมื่อการแพร่กระจายสัญญาณเกิดขึ้นในสายส่งที่มีระยะทางห่างจากปลายสายด้านส่งเป็น  $x$  ใดๆ จึงทำให้แรงดันที่ปรากฏบนสายส่งที่ตำแหน่งนั้นมีค่าเป็น คลื่นลำดับที่ 1 (1<sup>st</sup> wave)

$$\begin{aligned} E_{(x)} &= E_S e^{-\gamma x} \\ &= E_{S1} e^{-\gamma x} \\ E_{(x1)} &= \frac{E_g Z_o}{Z_g + Z_o} e^{-\gamma x} \end{aligned} \quad (4-38)$$

เมื่อคลื่นเดินทางถึงปลายสายด้านรับ ที่ระยะนาบโหลด  $x=l$ ;  $E_{(x=l)} = E_R$

$$\begin{aligned} E_{(x=l)} &= E_{S1} e^{-\gamma l} \\ E_R &= E_{S1} e^{-\gamma l} \\ E_R &= \frac{E_g Z_o}{Z_g + Z_o} e^{-\gamma l} \end{aligned} \quad (4-39)$$

ขณะที่คลื่นแพร่กระจายไปถึงโหลด คลื่นจะสะท้อนด้วยค่าสัมประสิทธิ์การสะท้อนที่ระยะนาบโหลด

$$k_R = \frac{Z_R - Z_o}{Z_R + Z_o} \quad (4-40)$$

#### 4.2.2 สมการแรงดันคลื่นลำดับที่ 2

คลื่นลำดับที่ 2 (2<sup>nd</sup> wave) จะเป็นคลื่นที่เดินทางย้อนจากระนาบโหลดไปยังเครื่องกำเนิดไฟฟ้า และหาสมการที่แสดงค่าแรงดันสำหรับคลื่นลำดับที่ 2 โดยใช้ สมการ (4.39) เพื่อหาค่าแรงดันของคลื่นที่ตำแหน่งของระนาบโหลด (ปลายสายด้านรับ) และคูณด้วยค่า  $k_R$  เข้าไปในสมการ เพื่อจะหาค่าแรงดันสะท้อนที่จุดนั้น

$$\begin{aligned} E_{(d=0)} &= E_R k_R \\ &= E_{S1} e^{-\gamma l} k_R \end{aligned} \quad (4-41)$$

เมื่อคลื่นลำดับที่ 2 เดินทางห่างจากระนาบโหลดมาเป็นระยะ  $d$  ใดๆ จะได้ค่าแรงดันสะท้อนที่ระนาบโหลดคูณด้วยค่าตัวประกอบการแพร่กระจาย  $e^{-\gamma d}$  คือ

$$\begin{aligned} E_{(d)} &= E_{S1} e^{-\gamma l} k_R e^{-\gamma d} \\ &= \frac{E_g Z_o}{Z_g + Z_o} e^{-\gamma l} k_R e^{-\gamma d} \end{aligned} \quad (4-42)$$

เมื่อพิจารณาให้อยู่ในเทอมของระยะ  $x$  เมื่อ  $d=(l-x)$

$$\begin{aligned} E_{(x2)} &= E_{S1} e^{-\gamma l} k_R e^{-\gamma d} \\ &= E_{S1} e^{-\gamma l} k_R e^{-\gamma(l-x)} \\ &= E_{S1} e^{-\gamma l} k_R e^{-\gamma l} e^{\gamma x} \\ &= E_{S1} k_R e^{-2\gamma l} e^{\gamma x} \\ E_{(x2)} &= \frac{E_g Z_o}{Z_g + Z_o} k_R e^{-2\gamma l} e^{\gamma x} \end{aligned} \quad (4-43)$$

เมื่อคลื่นสะท้อนมาถึงแหล่งกำเนิดไฟฟ้าด้วยค่าขนาดแรงดัน โดยกำหนดให้ค่า  $x = 0$  จะได้สมการค่าแรงดันที่จุดปลายสายด้านส่งเป็น

$$\begin{aligned}
 E_{(x_2=0)} &= E_{s1} k_R e^{-2\gamma l} e^0 \\
 E_{s2} &= E_{s1} k_R e^{-2\gamma l} \\
 &= \frac{E_g Z_o}{Z_g + Z_o} k_R e^{-2\gamma l}
 \end{aligned} \tag{4-44}$$

แรงดันที่ปลายสายด้านส่ง ( $E_{s2}$ ) จะถูกทำให้สะท้อนด้วยค่าสัมประสิทธิ์การสะท้อนที่แหล่งกำเนิดไฟฟ้า

$$k_g = \frac{Z_g - Z_o}{Z_g + Z_o} \tag{4-45}$$

### 4.2.3 สมการแรงดันคลื่นลำดับที่ 3

การสะท้อนครั้งใหม่ของการแพร่กระจายคลื่นไปทางขวา (จากปลายสายด้านส่งไปยังปลายสายด้านรับ) จะได้สมการแรงดันที่จุดปลายสายด้านส่งเป็น

$$\begin{aligned}
 E_{(x=0)} &= E_{s2} k_g \\
 E_{s3} &= E_{s2} k_g \\
 &= E_{s1} k_R e^{-2\gamma l} k_g \\
 &= \frac{E_g Z_o}{Z_g + Z_o} k_R e^{-2\gamma l} k_g
 \end{aligned} \tag{4-46}$$

เมื่อคลื่นถูกส่งออกไปด้วยค่าตัวประกอบการแพร่กระจาย  $e^{-\gamma x}$  ดังนั้นเมื่อคูณค่าตัวประกอบนี้เข้าไปด้วยก็จะได้สมการแสดงค่าสำหรับคลื่นตกกระทบครั้งใหม่เป็น คลื่นลำดับที่ 3 (3<sup>rd</sup> wave)

$$\begin{aligned}
 E_{(x3)} &= E_{s3} e^{-\gamma x} \\
 &= \frac{E_g Z_o}{Z_g + Z_o} k_R e^{-2\gamma l} k_g e^{-\gamma x} \\
 E_{(x3)} &= \frac{E_g Z_o}{Z_g + Z_o} k_R k_g e^{-2\gamma l} e^{-\gamma x}
 \end{aligned} \tag{4-47}$$

การหาสมการอนุกรมของแรงดันตกกระทบและแรงดันสะท้อนได้จากสมการ (4-38) (4-43) และ (4-47)

$$E_{(x)} = E_{(x1)} + E_{(x2)} + E_{(x3)} + \dots$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{E_g Z_o}{Z_g + Z_o} e^{-\gamma x} + \frac{E_g Z_o}{Z_g + Z_o} k_R e^{-2\gamma l} e^{\gamma x} + \frac{E_g Z_o}{Z_g + Z_o} k_R k_g e^{-2\gamma l} e^{-\gamma x} + \dots \\
 &= \frac{E_g Z_o}{Z_g + Z_o} (e^{-\gamma x} + k_R e^{-2\gamma l} e^{\gamma x} + k_R k_g e^{-2\gamma l} e^{-\gamma x} + \dots)
 \end{aligned}$$

หรือ

$$E_{(x)} = \frac{E_g Z_o}{Z_g + Z_o} \left\{ (e^{-\gamma x} + k_R e^{-2\gamma l} e^{\gamma x}) [1 + (k_R k_g e^{-2\gamma l}) + (k_R k_g e^{-2\gamma l})^2 + (k_R k_g e^{-2\gamma l})^3 + \dots] \right\}$$

พิจารณาส่วนทั้งหมดในวงเล็บจะเป็นค่า Infinite geometric series ของรูปแบบ  $1+a+a^2+a^3+\dots$  ดังนั้นจึงเขียนได้เป็น

$$E_{(x)} = \frac{E_g Z_o}{(Z_g + Z_o)(1 - k_R k_g e^{-2\gamma l})} (e^{-\gamma x} + k_R e^{-2\gamma l} e^{\gamma x}) \quad (4-48)$$

จากสมการ (4-48) ทำให้อยู่ในเทอมของระยะ  $d$  ที่ห่างจากระนาบโหลด มีค่าเป็น  $x = (l - d)$  จะได้

$$\begin{aligned}
 E_{(d)} &= \frac{E_g Z_o}{(Z_g + Z_o)(1 - k_R k_g e^{-2\gamma l})} (e^{-\gamma(l-d)} + k_R e^{-2\gamma l} e^{\gamma(l-d)}) \\
 &= \frac{E_g Z_o}{(Z_g + Z_o)(1 - k_R k_g e^{-2\gamma l})} (e^{-\gamma l} e^{\gamma d} + k_R e^{-2\gamma l} e^{\gamma l} e^{-\gamma d}) \\
 &= \frac{E_g Z_o}{(Z_g + Z_o)(1 - k_R k_g e^{-2\gamma l})} (e^{-\gamma l} e^{\gamma d} + k_R e^{-\gamma l} e^{-\gamma d}) \\
 E_{(d)} &= \frac{E_g Z_o}{(Z_g + Z_o)(1 - k_R k_g e^{-2\gamma l})} e^{-\gamma l} (e^{\gamma d} + k_R e^{-\gamma d}) \quad (4-49)
 \end{aligned}$$

และหาสมการแสดงค่ากระแสโดยใช้สมการค่าแรงดันหารด้วยค่าอิมพีแดนซ์  $Z_o$  นั่นคือ

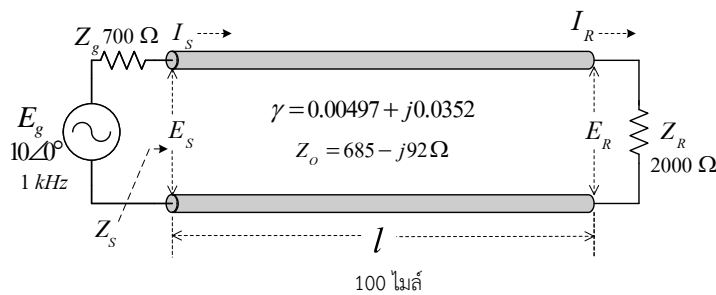
$$I_{(x)} = \frac{E_g}{(Z_g + Z_o)(1 - k_R k_g e^{-2\gamma l})} (e^{-\gamma x} - k_R e^{-2\gamma l} e^{\gamma x}) \quad (4-50)$$

$$I_{(d)} = \frac{E_g}{(Z_g + Z_o)(1 - k_R k_g e^{-2\gamma l})} e^{-\gamma l} (e^{\gamma d} - k_R e^{-\gamma d}) \quad (4-51)$$

ตัวอย่างที่ 4-2

กำหนดให้สายส่งสัญญาณโทรศัพท์มีความยาวสาย 100 ไมล์ มีค่าความต้านทานคุณลักษณะ  $685-j92$  โอห์ม ค่าคงที่การลดทอน  $0.00497$  เนเปอร์ต่อไมล์ และค่าคงที่เฟส  $0.0352$  เรเดียนต่อไมล์ ที่ความถี่ 1 กิโลเฮิร์ตซ์ ปลายสายถูกต่อด้วยโหลดอิมพีแดนซ์  $2000$  โอห์ม ปลายสายด้านส่งต่อกับเครื่องกำเนิดไฟฟ้าขนาด  $10$  โวลต์ และมีความต้านทานภายใน  $700$  โอห์ม จงหา

- 1) อิมพีแดนซ์ที่ปลายสายด้านส่ง ( $Z_S$ )
- 2) กระแสไฟฟ้าที่ปลายสายด้านส่ง ( $I_S$ )
- 3) แรงดันไฟฟ้าที่ปลายสายด้านส่ง ( $E_S$ )
- 4) กำลังไฟฟ้าที่ปลายสายด้านส่ง ( $P_S$ )
- 5) กระแสไฟฟ้าที่ปลายสายด้านรับ ( $I_R$ )
- 6) แรงดันไฟฟ้าที่ปลายสายด้านรับ ( $E_R$ )
- 7) กำลังไฟฟ้าที่ปลายสายด้านรับ ( $P_R$ )



ผลเฉลย

- 1) อิมพีแดนซ์ที่ปลายสายด้านส่ง ( $Z_S$ )

$$Z_{(d)} = Z_o \frac{(Z_R + Z_o)e^{\gamma d} + (Z_R - Z_o)e^{-\gamma d}}{(Z_R + Z_o)e^{\gamma d} - (Z_R - Z_o)e^{-\gamma d}}$$

$$d = l; Z_{(d=l)} = Z_S$$

$$Z_{(d=l)} = Z_o \frac{(Z_R + Z_o)e^{\gamma l} + (Z_R - Z_o)e^{-\gamma l}}{(Z_R + Z_o)e^{\gamma l} - (Z_R - Z_o)e^{-\gamma l}}$$

$$Z_S = Z_o \frac{(Z_R + Z_o)e^{\gamma l} + (Z_R - Z_o)e^{-\gamma l}}{(Z_R + Z_o)e^{\gamma l} - (Z_R - Z_o)e^{-\gamma l}}$$

$$Z_S = (685 - j92) \frac{(2000 + 685 - j92)1.644 \angle 201.681^\circ + (2000 - 685 + j92)0.608 \angle -201.681^\circ}{(2000 + 685 - j92)1.644 \angle 201.681^\circ - (2000 - 685 + j92)0.608 \angle -201.681^\circ}$$

$$= (691.15 \angle -7.649^\circ) \frac{(5076.841 \angle -165.783^\circ)}{(3811.224 \angle -152.943^\circ)}$$

$$=(691.15 \angle -7.649^\circ)(1.332 \angle -12.84^\circ)$$

$$Z_s = 920.612 \angle -20.489^\circ \quad \text{โอห์ม}$$

$$Z_s = 862.374 - j322.24 \quad \text{โอห์ม}$$

$$\begin{aligned} k_R &= \frac{Z_R - Z_o}{Z_R + Z_o} \\ &= \frac{2000 - 685 + j92}{2000 + 685 - j92} \\ &= \frac{1315 + j92}{2685 - j92} \\ &= \frac{1318.214 \angle 4.002^\circ}{2686.576 \angle -1.962^\circ} \\ k_R &= 0.491 \angle 5.964^\circ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} k_g &= \frac{Z_g - Z_o}{Z_g + Z_o} \\ &= \frac{700 - 685 + j92}{700 + 685 - j92} \\ &= \frac{15 + j92}{1385 - j92} \\ &= \frac{93.214 \angle 80.74^\circ}{1388.052 \angle -3.80^\circ} \\ k_g &= 0.067 \angle 84.54^\circ \end{aligned}$$

2) กระแสไฟฟ้าที่ปลายสายด้านส่ง ( $I_s$ )

$$I_{(x)} = \frac{E_g}{(Z_g + Z_o)(1 - k_R k_g e^{-2\gamma l})} (e^{-\gamma x} - k_R e^{-2\gamma l} e^{\gamma x})$$

$$x=0; I_{(x=0)} = I_s$$

$$I_{(x=0)} = \frac{E_g}{(Z_g + Z_o)(1 - k_R k_g e^{-2\gamma l})} (e^{-0} - k_R e^{-2\gamma l} e^0)$$

$$\begin{aligned} I_s &= \frac{E_g}{(Z_g + Z_o)(1 - k_R k_g e^{-2\gamma l})} (1 - k_R e^{-2\gamma l}) \\ &= \frac{E_g (1 - k_R e^{-2\gamma l})}{(Z_g + Z_o)(1 - k_R k_g e^{-2\gamma l})} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{10(1 - (0.491 \angle 5.964^\circ) e^{-2(0.00497 + j0.0352) \times 100})}{(700 + 685 - j92)(1 - (0.491 \angle 5.964^\circ)(0.067 \angle 84.54^\circ) e^{-2(0.00497 + j0.0352) \times 100})} \\
 &= \frac{10(1 - (0.491 \angle 5.964^\circ) \times 0.37 \angle -43.362^\circ)}{(1388.052 \angle -3.8^\circ)(1 - (0.491 \angle 5.964^\circ)(0.067 \angle 84.54^\circ) \times 0.37 \angle -43.362^\circ)}
 \end{aligned}$$

$$I_s = 6.267 \times 10^{-3} \angle 11.663^\circ \quad \text{แอมป์}$$

3) แรงดันไฟฟ้าที่ปลายสายด้านส่ง ( $E_s$ )

$$E_{(x)} = \frac{E_g Z_o}{(Z_g + Z_o)(1 - k_R k_g e^{-2\gamma l})} (e^{-\gamma x} + k_R e^{-2\gamma l} e^{\gamma x})$$

$$x = 0; E_{(x=0)} = E_s$$

$$E_{(x=0)} = \frac{E_g Z_o}{(Z_g + Z_o)(1 - k_R k_g e^{-2\gamma l})} (e^{-0} + k_R e^{-2\gamma l} e^0)$$

$$E_s = \frac{E_g Z_o}{(Z_g + Z_o)(1 - k_R k_g e^{-2\gamma l})} (1 + k_R e^{-2\gamma l})$$

$$= \frac{E_g Z_o (1 + k_R e^{-2\gamma l})}{(Z_g + Z_o)(1 - k_R k_g e^{-2\gamma l})}$$

$$= \frac{10(685 - j92)(1 + (0.491 \angle 5.964^\circ) e^{-2(0.00497 + j0.0352) \times 100})}{(700 + 685 - j92)(1 - (0.491 \angle 5.964^\circ)(0.067 \angle 84.54^\circ) e^{-2(0.00497 + j0.0352) \times 100})}$$

$$= \frac{10(691.15 \angle -7.649^\circ)(1 + (0.491 \angle 5.964^\circ) \times 0.37 \angle -43.362^\circ)}{(1388.052 \angle -3.8^\circ)(1 - (0.491 \angle 5.964^\circ)(0.067 \angle 84.54^\circ) \times 0.37 \angle -43.362^\circ)}$$

$$E_s = 5.772 \angle -8.842^\circ \quad \text{โวลต์}$$

หรือ

$$E_{(d)} = \frac{E_g Z_o}{(Z_g + Z_o)(1 - k_R k_g e^{-2\gamma l})} e^{-\gamma l} (e^{\gamma d} + k_R e^{-\gamma d})$$

$$d = l; E_{(d=l)} = E_s$$

$$E_{(d=l)} = \frac{E_g Z_o}{(Z_g + Z_o)(1 - k_R k_g e^{-2\gamma l})} e^{-\gamma l} (e^{\gamma l} + k_R e^{-\gamma l})$$

$$E_s = \frac{E_g Z_o}{(Z_g + Z_o)(1 - k_R k_g e^{-2\gamma l})} e^{-\gamma l} (e^{\gamma l} + k_R e^{-\gamma l})$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{E_g Z_o e^{-\gamma l} (e^{\gamma l} + k_R e^{-\gamma l})}{(Z_g + Z_o)(1 - k_R k_g e^{-2\gamma l})} \\
 &= \frac{10(685 - j92)e^{-(0.00497 + j0.0352) \times 100} (e^{(0.00497 + j0.0352) \times 100} + (0.491 \angle 5.964^\circ)e^{-(0.00497 + j0.0352) \times 100})}{(700 + 685 - j92)(1 - (0.491 \angle 5.964^\circ)(0.067 \angle 84.54^\circ)e^{-2(0.00497 + j0.0352) \times 100})} \\
 E_s &= 5.772 \angle -8.842^\circ \text{ โวลต์}
 \end{aligned}$$

4) กำลังไฟฟ้าที่ปลายสายด้านส่ง ( $P_s$ )

$$\begin{aligned}
 P_s &= |I_s|^2 R_s \\
 &= (6.267 \times 10^{-3})^2 (8.62.374) \\
 &= 33.87 \times 10^{-3} \text{ วัตต์}
 \end{aligned}$$

หรือ

$$\begin{aligned}
 P_s &= |E_s| |I_s| \cos \theta \\
 &= 5.772 \times 6.267 \times 10^{-3} \cos(-20.489^\circ) \\
 &= 33.88 \times 10^{-3} \text{ วัตต์}
 \end{aligned}$$

5) กระแสไฟฟ้าที่ปลายสายด้านรับ ( $I_R$ )

$$\begin{aligned}
 I_{(x)} &= \frac{E_g}{(Z_g + Z_o)(1 - k_R k_g e^{-2\gamma l})} (e^{-\gamma x} - k_R e^{-2\gamma l} e^{\gamma x}) \\
 x = l ; I_{(x=l)} &= I_R \\
 I_{(x=l)} &= \frac{E_g}{(Z_g + Z_o)(1 - k_R k_g e^{-2\gamma l})} (e^{-\gamma l} - k_R e^{-2\gamma l} e^{\gamma l}) \\
 I_R &= \frac{E_g}{(Z_g + Z_o)(1 - k_R k_g e^{-2\gamma l})} e^{-\gamma l} (1 - k_R) \\
 &= \frac{E_g e^{-\gamma l} (1 - k_R)}{(Z_g + Z_o)(1 - k_R k_g e^{-2\gamma l})} \\
 &= \frac{10e^{-(0.00497 + j0.0352) \times 100} (1 - 0.491 \angle 5.964^\circ)}{(700 + 685 - j92)(1 - (0.491 \angle 5.964^\circ)(0.067 \angle 84.54^\circ)e^{-2(0.00497 + j0.0352) \times 100})} \\
 I_R &= 2.272 \times 10^{-3} \angle 156.941^\circ A \quad \text{แอมป์}
 \end{aligned}$$

หรือ

$$I_{(d)} = \frac{E_g}{(Z_g + Z_o)(1 - k_R k_g e^{-2\gamma l})} e^{-\gamma l} (e^{\gamma d} - k_R e^{-\gamma d})$$

$$d = 0; I_{(d=0)} = I_R$$

$$I_{(d=0)} = \frac{E_g}{(Z_g + Z_o)(1 - k_R k_g e^{-2\gamma l})} e^{-\gamma l} (e^0 - k_R e^{-0})$$

$$I_R = \frac{E_g}{(Z_g + Z_o)(1 - k_R k_g e^{-2\gamma l})} e^{-\gamma l} (1 - k_R)$$

$$= \frac{E_g e^{-\gamma l} (1 - k_R)}{(Z_g + Z_o)(1 - k_R k_g e^{-2\gamma l})}$$

$$= \frac{10 e^{-(0.00497 + j0.0352) \times 100} (1 - 0.491 \angle 5.964^\circ)}{(700 + 685 - j92)(1 - (0.491 \angle 5.964^\circ)(0.067 \angle 84.54^\circ) e^{-2(0.00497 + j0.0352) \times 100}}$$

$$I_R = 2.272 \times 10^{-3} \angle 156.941^\circ \quad \text{แอมป์}$$

6) แรงดันไฟฟ้าที่ปลายสายด้านรับ ( $E_R$ )

$$E_{(x)} = \frac{E_g Z_o}{(Z_g + Z_o)(1 - k_R k_g e^{-2\gamma l})} (e^{-\gamma x} + k_R e^{-2\gamma l} e^{\gamma x})$$

$$x = l; E_{(x=l)} = E_R$$

$$E_{(x=l)} = \frac{E_g Z_o}{(Z_g + Z_o)(1 - k_R k_g e^{-2\gamma l})} (e^{-\gamma l} + k_R e^{-2\gamma l} e^{\gamma l})$$

$$E_R = \frac{E_g Z_o}{(Z_g + Z_o)(1 - k_R k_g e^{-2\gamma l})} e^{-\gamma l} (1 + k_R)$$

$$= \frac{10(685 - j92) e^{-(0.00497 + j0.0352) \times 100} (1 + 0.491 \angle 5.964^\circ)}{(700 + 685 - j92)(1 - (0.491 \angle 5.964^\circ)(0.067 \angle 84.54^\circ) e^{-2(0.00497 + j0.0352) \times 100}}$$

$$E_R = 4.549 \angle 156.949^\circ \quad \text{โวลต์}$$

หรือ

$$E_{(d)} = \frac{E_g Z_o}{(Z_g + Z_o)(1 - k_R k_g e^{-2\gamma l})} e^{-\gamma l} (e^{\gamma d} + k_R e^{-\gamma d})$$

$$d = 0; E_{(d=0)} = E_R$$

$$E_{(d=0)} = \frac{E_g Z_o}{(Z_g + Z_o)(1 - k_R k_g e^{-2\gamma l})} e^{-\gamma l} (e^0 + k_R e^{-0})$$

$$E_R = \frac{E_g Z_o}{(Z_g + Z_o)(1 - k_R k_g e^{-2\gamma l})} e^{-\gamma l} (1 + k_R)$$

$$= \frac{10(685 - j92)e^{-(0.00497 + j0.0352) \times 100} (1 + 0.491 \angle 5.964^\circ)}{(700 + 685 - j92)(1 - (0.491 \angle 5.964^\circ)(0.067 \angle 84.54^\circ)e^{-2(0.00497 + j0.0352) \times 100}}$$

$$E_R = 4.549 \angle 156.949^\circ \quad \text{โวลต์}$$

7) กำลังไฟฟ้าที่ปลายสายด้านรับ ( $P_R$ )

$$\begin{aligned} P_R &= |I_R|^2 R_R \\ &= (2.272 \times 10^{-3})^2 \times 2000 \\ &= 10.351 \times 10^{-3} \quad \text{วัตต์} \end{aligned}$$

หรือ

$$\begin{aligned} P_R &= |E_R| |I_R| \cos \theta \\ &= 4.549 \times 2.272 \times 10^{-3} \cos(0^\circ) \\ &= 10.335 \times 10^{-3} \quad \text{วัตต์} \end{aligned}$$

### 4.3 วิธีแก้ปัญหาคด้วยเทอมของไฮเพอร์โบลิกฟังก์ชัน (Hyperbolic Form of the Solution)

การแก้ปัญหาคด้วยสมการรูปแบบไฮเพอร์โบลิกเป็นการลดความยุ่งยากของวิธีการแก้ปัญหาคด้วยสมการรูปแบบเอกซ์โปเนนเชียลซึ่งมีรูปแบบของสมการที่มีตัวเลขยกกำลัง

จากสมการแรงดันและกระแส

#### 4.3.1 เทอมของไฮเพอร์โบลิกฟังก์ชัน

การแก้ปัญหาคในเทอมของไฮเพอร์โบลิกฟังก์ชัน ซึ่งเป็นวิธีที่ไม่มีเลขยกกำลัง จาก Euler's Formulas สำหรับเอกซ์โปเนนเชียลที่เป็นเลขยกกำลังซึ่งสมมุติขึ้น คือ

$$e^{jz} = \cos z + j \sin z \quad (4-52)$$

$$e^{-jz} = \cos z - j \sin z \quad (4-53)$$

$$e^z = \cosh z + \sinh z$$

$$e^{-z} = \cosh z - \sinh z$$

จากสมการ (4.56) และ (4.57)

$$\begin{aligned} \cosh z + \sinh z &= \left( \frac{e^z + e^{-z}}{2} \right) + \left( \frac{e^z - e^{-z}}{2} \right) \\ &= \frac{e^z + e^{-z} + e^z - e^{-z}}{2} \\ &= \frac{2e^z}{2} \\ \cosh z + \sinh z &= e^z \end{aligned}$$

และ

$$\begin{aligned} \cosh z - \sinh z &= \left( \frac{e^z + e^{-z}}{2} \right) - \left( \frac{e^z - e^{-z}}{2} \right) \\ &= \frac{e^z + e^{-z} - e^z + e^{-z}}{2} \\ &= \frac{2e^{-z}}{2} \\ \cosh z - \sinh z &= e^{-z} \end{aligned}$$

เพราะฉะนั้น

$$e^{\pm z} = \cosh z \pm \sinh z \tag{4-58}$$

ส่วนไฮเปอร์โบลิกฟังก์ชันตัวอื่นๆ เราสามารถจะกำหนดได้ในรูปแบบเช่นเดียวกัน คือ

$$\tanh z = \frac{\sinh z}{\cosh z}$$

$$\cosh^2 z - \sinh^2 z = 1$$

$$\sinh(x + y) = \sinh x \cosh y + \cosh x \sinh y \tag{4-59}$$

$$\sinh(x - y) = \sinh x \cosh y - \cosh x \sinh y \tag{4-60}$$

และ  $\cosh(x + y) = \cosh x \cosh y + \sinh x \sinh y$  (4-61)

$$\cosh(x - y) = \cosh x \cosh y - \sinh x \sinh y \quad (4-62)$$

เปรียบเทียบสมการเชอร์กูลาร์ฟังก์ชันกับสมการไฮเปอร์โบลิกฟังก์ชัน

$$\cos z = \frac{e^{jz} + e^{-jz}}{2}$$

$$\sin z = \frac{e^{jz} - e^{-jz}}{2j} \quad \text{เชอร์กูลาร์ฟังก์ชัน}$$

และ

$$\cosh z = \frac{e^z + e^{-z}}{2}$$

$$\sinh z = \frac{e^z - e^{-z}}{2} \quad \text{ไฮเปอร์โบลิกฟังก์ชัน}$$

ให้แสดงค่าไฮเปอร์โบลิกฟังก์ชันของส่วนค่าจินตภาพ ที่สัมพันธ์กับเชอร์กูลาร์ฟังก์ชันของส่วนค่าจริง

$$\cosh(jx) = \cos x \quad (4-63)$$

$$\sinh(jx) = j \sin x \quad (4-64)$$

และในทำนองเดียวกัน

$$\cos(jx) = \cosh x \quad (4-65)$$

$$\sin(jx) = j \sinh x \quad (4-66)$$

สำหรับส่วนค่าเชิงซ้อน  $z = a \pm jb$  เราสามารถจะแสดงผลในเทอมของฟังก์ชันส่วนค่าจริง โดยการแทนค่า  $x = a, y = jb$  จาก

$$\therefore \sinh(x \pm y) = \sinh x \cosh y \pm \cosh x \sinh y$$

แทนค่า  $x = a; y = jb$  จะได้

$$\begin{aligned} \sinh(a \pm jb) &= \sinh a \cosh jb \pm \cosh a \sinh jb \\ &= \sinh a \cos b \pm \cosh a j \sin b \\ &= \sinh a \cos b \pm j \cosh a \sin b \end{aligned}$$

และจากสมการ (4-61) และ (4-62)

$$\cosh(x \pm y) = \cosh x \cosh y \pm \sinh x \sinh y$$

$x = a; y = jb$

$$\begin{aligned} \cosh(a \pm jb) &= \cosh a \cosh jb \pm \sinh a \sinh jb \\ &= \cosh a \cos b \pm \sinh a j \sin b \end{aligned}$$

$$= \cosh a \cos b \pm j \sinh a \sin b$$

ดังนั้นสมการไฮเปอร์โบลิกฟังก์ชันของสมการเชิงซ้อนคือ

$$\sinh(a \pm jb) = \sinh a \cos b \pm j \cosh a \sin b \quad (4.67)$$

$$\cosh(a \pm jb) = \cosh a \cos b \pm j \sinh a \sin b \quad (4.68)$$

#### 4.3.2 สมการแรงดันและกระแสในเทอมของไฮเปอร์โบลิกฟังก์ชัน

จากสมการ (4.14) และ (4.15)

$$E_{(x)} = \frac{I_s}{2} [(Z_s + Z_o)e^{-\gamma x} + (Z_s - Z_o)e^{\gamma x}]$$

$$I_{(x)} = \frac{I_s}{2Z_o} [(Z_s + Z_o)e^{-\gamma x} - (Z_s - Z_o)e^{\gamma x}]$$

พิจารณาในสมการแรงดัน

$$E_{(x)} = \frac{I_s}{2} [(Z_s + Z_o)e^{-\gamma x} + (Z_s - Z_o)e^{\gamma x}]$$

$$= \frac{I_s}{2} [Z_s e^{-\gamma x} + Z_o e^{-\gamma x} + Z_s e^{\gamma x} - Z_o e^{\gamma x}]$$

$$= \frac{I_s}{2} [(Z_s e^{\gamma x} + Z_s e^{-\gamma x}) - (Z_o e^{\gamma x} - Z_o e^{-\gamma x})]$$

$$= \frac{I_s}{2} [Z_s (e^{\gamma x} + e^{-\gamma x}) - Z_o (e^{\gamma x} - e^{-\gamma x})]$$

$$= I_s \left[ Z_s \frac{(e^{\gamma x} + e^{-\gamma x})}{2} - Z_o \frac{(e^{\gamma x} - e^{-\gamma x})}{2} \right]$$

$$= I_s Z_s \left[ \frac{(e^{\gamma x} + e^{-\gamma x})}{2} - \frac{Z_o}{Z_s} \frac{(e^{\gamma x} - e^{-\gamma x})}{2} \right]$$

$$E_{(x)} = E_s \left[ \frac{(e^{\gamma x} + e^{-\gamma x})}{2} - \frac{Z_o}{Z_s} \frac{(e^{\gamma x} - e^{-\gamma x})}{2} \right] \quad (4.69)$$

และพิจารณาในสมการกระแส

$$I_{(x)} = \frac{I_s}{2Z_o} [(Z_s + Z_o)e^{-\gamma x} - (Z_s - Z_o)e^{\gamma x}]$$

$$= \frac{I_s}{2Z_o} [Z_s e^{-\gamma x} + Z_o e^{-\gamma x} - Z_s e^{\gamma x} + Z_o e^{\gamma x}]$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{I_s}{2Z_o} [(Z_o e^{\gamma x} + Z_o e^{-\gamma x}) - (Z_s e^{\gamma x} - Z_s e^{-\gamma x})] \\
 &= \frac{I_s}{2Z_o} [Z_o (e^{\gamma x} + e^{-\gamma x}) - Z_s (e^{\gamma x} - e^{-\gamma x})] \\
 I_{(x)} &= \frac{I_s}{2} \left[ \frac{(e^{\gamma x} + e^{-\gamma x})}{2} - \frac{Z_s}{Z_o} \frac{(e^{\gamma x} - e^{-\gamma x})}{2} \right] \\
 &= I_s \left[ \frac{(e^{\gamma x} + e^{-\gamma x})}{2} - \frac{Z_s}{Z_o} \frac{(e^{\gamma x} - e^{-\gamma x})}{2} \right] \tag{4-70}
 \end{aligned}$$

รูปแบบของฟังก์ชันที่สัมพันธ์กับไฮเปอร์โบลิกฟังก์ชัน คือ

$$\begin{aligned}
 E_{(x)} &= E_s \left[ \frac{(e^{\gamma x} + e^{-\gamma x})}{2} - \frac{Z_o}{Z_s} \frac{(e^{\gamma x} - e^{-\gamma x})}{2} \right] \\
 I_{(x)} &= I_s \left[ \frac{(e^{\gamma x} + e^{-\gamma x})}{2} - \frac{Z_s}{Z_o} \frac{(e^{\gamma x} - e^{-\gamma x})}{2} \right]
 \end{aligned}$$

แทนค่าด้วยพจน์ของไฮเปอร์โคไซน์ และไฮเปอร์ไซน์ ดังนั้นจะได้สมการเป็น

$$E_{(x)} = E_s \left( \cosh \gamma x - \frac{Z_o}{Z_s} \sinh \gamma x \right) \tag{4-71}$$

$$I_{(x)} = I_s \left( \cosh \gamma x - \frac{Z_s}{Z_o} \sinh \gamma x \right) \tag{4-72}$$

และในทำนองเดียวกันเมื่อ  $d$  เป็นระยะที่วัดจากจุดปลายสายด้านรับ จะได้สมการแรงดันและกระแส โดยพิจารณาสมการแรงดันจากสมการ (4-26)

$$\begin{aligned}
 E_{(d)} &= \frac{I_R}{2} [(Z_R + Z_o)e^{\gamma d} + (Z_R - Z_o)e^{-\gamma d}] \\
 &= \frac{I_R}{2} [Z_R e^{\gamma d} + Z_o e^{\gamma d} + Z_R e^{-\gamma d} - Z_o e^{-\gamma d}] \\
 &= \frac{I_R}{2} [(Z_R e^{\gamma d} + Z_R e^{-\gamma d}) + (Z_o e^{\gamma d} - Z_o e^{-\gamma d})] \\
 &= \frac{I_R}{2} [Z_R (e^{\gamma d} + e^{-\gamma d}) + Z_o (e^{\gamma d} - e^{-\gamma d})]
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= I_R Z_R \left[ \frac{(e^{\gamma d} + e^{-\gamma d})}{2} + \frac{Z_O (e^{\gamma d} - e^{-\gamma d})}{2Z_R} \right] \\
 E_{(d)} &= \frac{I_R}{2Z_O} [Z_R e^{\gamma d} + Z_O e^{\gamma d} - Z_R e^{-\gamma d} + Z_O e^{-\gamma d}] \\
 &= E_R \left[ \frac{(e^{\gamma d} + e^{-\gamma d})}{2} + \frac{Z_O (e^{\gamma d} - e^{-\gamma d})}{Z_R} \right] \tag{4-73}
 \end{aligned}$$

และพิจารณาในสมการกระแสจากสมการ (4.27)

$$\begin{aligned}
 I_{(d)} &= \frac{I_R}{2Z_O} [(Z_R + Z_O)e^{\gamma d} - (Z_R - Z_O)e^{-\gamma d}] \\
 &= \frac{I_R}{2Z_O} [(Z_O e^{\gamma d} + Z_O e^{-\gamma d}) + (Z_R e^{\gamma d} - Z_R e^{-\gamma d})] \\
 &= \frac{I_R}{2Z_O} [Z_O (e^{\gamma d} + e^{-\gamma d}) + Z_R (e^{\gamma d} - e^{-\gamma d})] \\
 &= \frac{I_R}{2} [(e^{\gamma d} + e^{-\gamma d}) + \frac{Z_R}{Z_O} (e^{\gamma d} - e^{-\gamma d})] \\
 I_{(d)} &= I_R \left[ \frac{(e^{\gamma d} + e^{-\gamma d})}{2} + \frac{Z_R (e^{\gamma d} - e^{-\gamma d})}{2Z_O} \right] \tag{4.74}
 \end{aligned}$$

รูปแบบของฟังก์ชันที่สัมพันธ์กับไฮเปอร์โบลิกฟังก์ชัน คือ

$$\begin{aligned}
 E_{(d)} &= E_R \left[ \frac{(e^{\gamma d} + e^{-\gamma d})}{2} + \frac{Z_O (e^{\gamma d} - e^{-\gamma d})}{Z_R} \right] \\
 I_{(d)} &= I_R \left[ \frac{(e^{\gamma d} + e^{-\gamma d})}{2} + \frac{Z_R (e^{\gamma d} - e^{-\gamma d})}{2Z_O} \right]
 \end{aligned}$$

แทนค่าด้วยพจน์ของไฮเปอร์โบลิกโคไซน์ และไฮเปอร์โบลิกไซน์ ดังนั้นจะได้สมการเป็น

$$E_{(d)} = E_R \left( \cosh \gamma d + \frac{Z_O}{Z_R} \sinh \gamma d \right) \tag{4-75}$$

$$I_{(d)} = I_R \left( \cosh \gamma d + \frac{Z_R}{Z_O} \sinh \gamma d \right) \tag{4-76}$$

### 4.3.3 ค่าอิมพีแดนซ์ (Impedance: z)

ค่าอิมพีแดนซ์ของสายส่งสามารถหาได้โดยการหารสมการแรงดันด้วยสมการกระแส ผลที่ได้จะแสดงค่าเป็น

$$\begin{aligned}
 Z &= \frac{E}{I} \\
 Z_{(x)} &= \frac{E_{(x)}}{I_{(x)}} \\
 &= \frac{E_s \left( \cosh \gamma x - \frac{Z_o}{Z_s} \sinh \gamma x \right)}{I_s \left( \cosh \gamma x - \frac{Z_s}{Z_o} \sinh \gamma x \right)} \\
 &= \frac{\frac{E_s}{Z_s} (Z_s \cosh \gamma x - Z_o \sinh \gamma x)}{\frac{I_s}{Z_o} (Z_o \cosh \gamma x - Z_s \sinh \gamma x)} \\
 &= \frac{I_s (Z_s \cosh \gamma x - Z_o \sinh \gamma x)}{\frac{I_s}{Z_o} (Z_o \cosh \gamma x - Z_s \sinh \gamma x)} \\
 Z_{(x)} &= Z_o \frac{(Z_s - Z_o \tanh \gamma x)}{(Z_o - Z_s \tanh \gamma x)} \tag{4-77}
 \end{aligned}$$

เมื่อ  $x = l$ ;  $Z_{(x=l)} = Z_R$

$$\begin{aligned}
 Z_{(x=l)} &= Z_o \frac{(Z_s - Z_o \tanh \gamma l)}{(Z_o - Z_s \tanh \gamma l)} \\
 Z_R &= Z_o \frac{(Z_s - Z_o \tanh \gamma l)}{(Z_o - Z_s \tanh \gamma l)} \tag{4-78}
 \end{aligned}$$

และ

$$\begin{aligned}
 Z_{(d)} &= \frac{E_{(d)}}{I_{(d)}} \\
 &= \frac{E_R \left( \cosh \gamma d + \frac{Z_o}{Z_R} \sinh \gamma d \right)}{I_R \left( \cosh \gamma d + \frac{Z_R}{Z_o} \sinh \gamma d \right)}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \frac{E_R}{Z_R} (Z_R \cosh \gamma d + Z_O \sinh \gamma d) \\
 &= \frac{I_R}{Z_O} (Z_O \cosh \gamma d + Z_R \sinh \gamma d) \\
 &= \frac{I_R (Z_R \cosh \gamma d + Z_O \sinh \gamma d)}{\frac{I_R}{Z_O} (Z_O \cosh \gamma d + Z_R \sinh \gamma d)} \\
 Z_{(d)} &= Z_O \left( \frac{Z_R + Z_O \tanh \gamma d}{Z_O + Z_R \tanh \gamma d} \right) \tag{4.79}
 \end{aligned}$$

เมื่อ  $d=l$ ;  $Z_{(d=l)} = Z_S$

$$\begin{aligned}
 Z_{(d=l)} &= Z_O \left( \frac{Z_R + Z_O \tanh \gamma l}{Z_O + Z_R \tanh \gamma l} \right) \\
 Z_S &= Z_O \left( \frac{Z_R + Z_O \tanh \gamma l}{Z_O + Z_R \tanh \gamma l} \right) \tag{4.80}
 \end{aligned}$$

#### 4.3.4 ความต้านทานการถ่ายโอน (Impedance Transfer: $Z_{tr}$ )

ค่าความต้านทานถ่ายโอนของสายส่งคือ อัตราส่วนของแรงดันที่จุดปลายสายด้านส่งต่อกระแสที่จุดปลายสายด้านรับ โดยใช้สมการแรงดันในเทอมปลายสายด้านรับ และให้  $E_{(d)} = E_S$  ที่  $d=l$  จะได้

$$\begin{aligned}
 E_{(d)} &= E_R \left( \cosh \gamma d + \frac{Z_O}{Z_R} \sinh \gamma d \right) \\
 &= \frac{E_R}{Z_R} (Z_R \cosh \gamma d + Z_O \sinh \gamma d) \\
 &= I_R (Z_R \cosh \gamma d + Z_O \sinh \gamma d) \\
 E_{(d=l)} &= I_R (Z_R \cosh \gamma l + Z_O \sinh \gamma l) \\
 E_S &= I_R (Z_R \cosh \gamma l + Z_O \sinh \gamma l) \\
 \frac{E_S}{I_R} &= (Z_R \cosh \gamma l + Z_O \sinh \gamma l) \\
 Z_{tr} &= \frac{E_S}{I_R} \\
 Z_{tr} &= Z_R \cosh \gamma l + Z_O \sinh \gamma l \tag{4-81}
 \end{aligned}$$

### 4.3.5 กระแสการถ่ายโอน (Current Transfer: $I_{tr}$ )

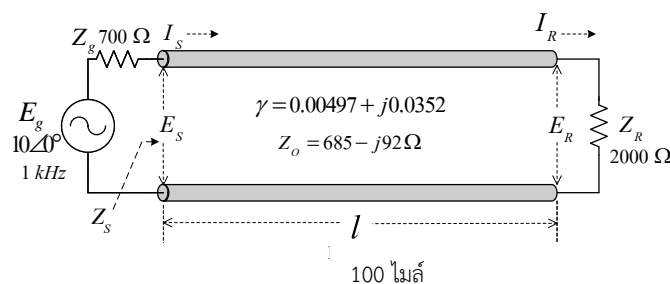
ค่ากระแสถ่ายโอนของสายส่งคือ อัตราส่วนของกระแสที่จุดปลายสายด้านส่งต่อกระแสที่จุดปลายสายด้านรับ โดยใช้สมการกระแสในเทอมปลายสายด้านรับ และให้  $I_{(d)} = I_S$  ที่  $d=l$  จะได้

$$\begin{aligned}
 I_{(d)} &= I_R \left( \cosh \gamma d + \frac{Z_R}{Z_o} \sinh \gamma d \right) \\
 I_{(d=l)} &= I_R \left( \cosh \gamma l + \frac{Z_R}{Z_o} \sinh \gamma l \right) \\
 I_S &= I_R \left( \cosh \gamma l + \frac{Z_R}{Z_o} \sinh \gamma l \right) \\
 \frac{I_S}{I_R} &= \cosh \gamma l + \frac{Z_R}{Z_o} \sinh \gamma l \\
 I_{tr} &= \frac{I_S}{I_R} \\
 &= \cosh \gamma l + \frac{Z_R}{Z_o} \sinh \gamma l \tag{4-82}
 \end{aligned}$$

#### ตัวอย่างที่ 4-3

กำหนดให้สายส่งสัญญาณโทรศัพท์มีความยาวสาย 100 ไมล์ มีค่าความต้านทานคุณลักษณะ  $685-j92$  โอห์ม ค่าคงที่การลดทอน  $0.00497$  เนเปอร์ต่อไมล์ และค่าคงที่เฟส  $0.0352$  เรเดียนต่อไมล์ ที่ความถี่ 1 กิโลเฮิร์ตซ์ ปลายสายถูกต่อด้วยโหลดอิมพีแดนซ์  $2000$  โอห์ม ปลายสายด้านส่งต่อกับเครื่องกำเนิดไฟฟ้าขนาด  $10$  โวลต์ และมีความต้านทานภายใน  $700$  โอห์ม จงหา

- 1) อิมพีแดนซ์ที่ปลายสายด้านส่ง ( $Z_S$ )
- 2) กระแสไฟฟ้าที่ปลายสายด้านส่ง ( $I_S$ )
- 3) แรงดันไฟฟ้าที่ปลายสายด้านส่ง ( $E_S$ )
- 4) กำลังไฟฟ้าที่ปลายสายด้านส่ง ( $P_S$ )
- 5) กระแสไฟฟ้าที่ปลายสายด้านรับ ( $I_R$ )
- 6) แรงดันไฟฟ้าที่ปลายสายด้านรับ ( $E_R$ )
- 7) กำลังไฟฟ้าที่ปลายสายด้านรับ ( $P_R$ )



ผลเฉลย

1) อิมพีแดนซ์ที่ปลายสายด้านส่ง ( $Z_s$ )

$$Z_s = Z_o \left( \frac{Z_R + Z_o \tanh \gamma l}{Z_o + Z_R \tanh \gamma l} \right)$$

เมื่อ  $\tanh \gamma l = \frac{\sinh \gamma l}{\cosh \gamma l}$

คำนวณหาค่า  $\sinh \gamma l$  และ  $\cosh \gamma l$

$$\begin{aligned} \sinh \gamma l &= \sinh(0.00497 + j0.0352) \times 100 \\ &= \sinh(0.497 + j3.52) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \cosh \gamma l &= \cosh(0.00497 + j0.0352) \times 100 \\ &= \cosh(0.497 + j3.52) \end{aligned}$$

จากสมการ  $\sinh(a \pm jb) = \sinh a \cos b \pm j \cosh a \sin b$

แทนค่า  $a = 0.497$ ;  $b = 3.52$

$$\sinh(0.497 + j3.52) = \sinh 0.497 \cos 3.52 + j \cosh 0.497 \sin 3.52$$

และแทนค่า  $3.52 \text{ rad} = 3.52 \times \frac{180^\circ}{\pi} = 201.681^\circ$

$$\begin{aligned} \sinh \gamma l &= \sinh 0.497 \cos 201.681^\circ + j \cosh 0.497 \sin 201.681^\circ \\ &= 0.518 \times (-0.929) + j1.126 \times (-0.369) \end{aligned}$$

$$\sinh \gamma l = -0.481 - j0.415$$

และจากสมการ

$$\cosh(a \pm jb) = \cosh a \cos b \pm j \sinh a \sin b$$

แทนค่า  $a = 0.497$ ;  $b = 3.52$

$$\cosh(0.497 + j3.52) = \cosh 0.497 \cos 3.52 + j \sinh 0.497 \sin 3.52$$

และแทนค่า  $3.52 \text{ rad} = 3.52 \times \frac{180^\circ}{\pi} = 201.681^\circ$

$$\begin{aligned} \cosh \gamma l &= \cosh 0.497 \cos 201.681^\circ + j \sinh 0.497 \sin 201.681^\circ \\ &= 1.126 \times (-0.929) + j0.518 \times (-0.369) \end{aligned}$$

$$\cosh \gamma l = -1.046 - j0.191$$

เพราะฉะนั้น

$$\begin{aligned} \tanh \gamma l &= \frac{\sinh \gamma l}{\cosh \gamma l} \\ &= \frac{-0.481 - j0.415}{-1.046 - j0.191} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{0.635 \angle -139.213^\circ}{1.063 \angle -169.652^\circ} \\ \tanh \gamma l &= 0.597 \angle 30.439^\circ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Z_s &= Z_o \left( \frac{Z_R + Z_o \tanh \gamma l}{Z_o + Z_R \tanh \gamma l} \right) \\ &= (685 - j92) \left[ \frac{2000 + (685 - j92)(0.597 \angle 30.439^\circ)}{(685 - j92) + 2000(0.597 \angle 30.439^\circ)} \right] \\ &= (691.15 \angle -7.649^\circ) \left[ \frac{2000 + (691.15 \angle -7.649^\circ)(0.597 \angle 30.439^\circ)}{(685 - j92) + 2000(0.597 \angle 30.439^\circ)} \right] \\ &= (691.15 \angle -7.649^\circ) \left[ \frac{2000 + (412.617 \angle 22.79^\circ)}{(685 - j92) + (1194 \angle 30.439^\circ)} \right] \\ &= (691.15 \angle -7.649^\circ) \left[ \frac{2000 + (380.404 + j159.829)}{(685 - j92) + (1029.43 + j604.905)} \right] \\ &= (691.15 \angle -7.649^\circ) \left[ \frac{2380.404 + j159.829}{1714.43 + j512.905} \right] \\ &= (691.15 \angle -7.649^\circ) \left[ \frac{2385.764 \angle 3.841^\circ}{1789.509 \angle 16.656^\circ} \right] \end{aligned}$$

$$Z_s = 921.438 \angle -20.464^\circ \quad \text{โอห์ม}$$

$$Z_s = 863.288 - j322.152 \quad \text{โอห์ม}$$

2) กระแสไฟฟ้าที่ปลายสายด้านส่ง ( $I_s$ )

$$\begin{aligned} I_s &= \frac{E_g}{Z_g + Z_s} \\ &= \frac{10}{(700 + j0) + (863.288 - j322.152)} \\ &= \frac{10}{1596.136 \angle -11.644^\circ} \\ I_s &= 6.265 \times 10^{-3} \angle 11.644^\circ \quad \text{แอมป์} \end{aligned}$$

3) แรงดันไฟฟ้าที่ปลายสายด้านส่ง ( $E_s$ )

$$E_s = I_s Z_s$$

$$\begin{aligned}
 &= (6.265 \times 10^{-3} \angle 11.644^\circ)(863.288 - j322.152) \\
 &= (6.265 \times 10^{-3} \angle 11.644^\circ)(921.438 \angle -20.464^\circ) \\
 E_s &= 5.773 \angle -8.82^\circ \text{ โวลต์}
 \end{aligned}$$

4) กำลังไฟฟ้าที่ปลายสายด้านส่ง ( $P_s$ )

$$\begin{aligned}
 P_s &= |I_s|^2 R_s \\
 &= (6.265 \times 10^{-3})^2 \times 863.288 \\
 &= 33.884 \times 10^{-3} \text{ วัตต์}
 \end{aligned}$$

หรือ

$$\begin{aligned}
 P_s &= |E_s| |I_s| \cos \theta \\
 &= 5.773 \times 6.265 \times 10^{-3} \cos(-20.464^\circ) \\
 &= 33.885 \times 10^{-3} \text{ วัตต์}
 \end{aligned}$$

5) กระแสไฟฟ้าที่ปลายสายด้านรับ ( $I_R$ )

$$I_{(x)} = I_s \left( \cosh \gamma x - \frac{Z_s}{Z_o} \sinh \gamma x \right)$$

ที่  $x=l$ ;  $I_{(x=l)} = I_R$

$$I_{(x=l)} = I_s \left( \cosh \gamma l - \frac{Z_s}{Z_o} \sinh \gamma l \right)$$

$$I_R = I_s \left( \cosh \gamma l - \frac{Z_s}{Z_o} \sinh \gamma l \right)$$

$$= I_s \left[ (-1.046 - j0.191) - \frac{(863.288 - j322.152)}{(685 - j92)} (-0.481 - j0.415) \right]$$

$$= I_s \left[ (-1.046 - j0.191) - \frac{(921.438 \angle -20.464^\circ)}{(691.15 \angle -7.649^\circ)} (0.635 \angle -139.213^\circ) \right]$$

$$= I_s \left[ (-1.046 - j0.191) - (0.847 \angle -152.028^\circ) \right]$$

$$= I_s \left[ (-1.046 - j0.191) - (-0.748 - j0.397) \right]$$

$$= I_s (-0.298 + j0.206)$$

$$= (6.265 \times 10^{-3} \angle 11.644^\circ)(0.362 \angle 145.345^\circ)$$

$$I_R = 2.268 \times 10^{-3} \angle 156.989^\circ \text{ แอมป์}$$

หรือ

$$\begin{aligned} \frac{I_S}{I_R} &= \cosh \gamma l + \frac{Z_R}{Z_O} \sinh \gamma l \\ &= (-1.046 - j0.191) + \frac{(2000 + j0)}{(685 - j92)}(-0.481 - j0.415) \\ &= (-1.046 - j0.191) + \frac{(2000 \angle 0^\circ)}{(691.15 \angle -7.649^\circ)}(0.635 \angle -139.213^\circ) \\ &= (-1.046 - j0.191) + (1.838 \angle -131.564^\circ) \\ &= (-1.046 - j0.191) + (-1.219 - j1.375) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{I_S}{I_R} &= (-2.265 - j1.566) \\ I_R &= \frac{I_S}{(-2.265 - j1.566)} \\ &= \frac{6.265 \times 10^{-3} \angle 11.644^\circ}{2.754 \angle -145.340^\circ} \\ I_R &= 2.275 \times 10^{-3} \angle 156.984^\circ \quad \text{แอมป์} \end{aligned}$$

6) แรงดันไฟฟ้าที่ปลายสายด้านรับ ( $E_R$ )

$$E_{(x)} = E_S \left( \cosh \gamma x - \frac{Z_O}{Z_S} \sinh \gamma x \right)$$

ที่  $x=l$ ;  $E_{(x=l)} = E_R$

$$\begin{aligned} E_{(x=l)} &= E_S \left( \cosh \gamma l - \frac{Z_O}{Z_S} \sinh \gamma l \right) \\ E_R &= E_S \left( \cosh \gamma l - \frac{Z_O}{Z_S} \sinh \gamma l \right) \\ &= E_S \left[ (-1.046 - j0.191) - \frac{(685 - j92)}{(863.288 - j322.152)}(-0.481 - j0.415) \right] \\ &= E_S \left[ (-1.046 - j0.191) - \frac{(691.15 \angle -7.649^\circ)}{(921.438 \angle -20.464^\circ)}(0.635 \angle -139.213^\circ) \right] \\ &= E_S \left[ (-1.046 - j0.191) - (0.476 \angle -126.398^\circ) \right] \\ &= E_S \left[ (-1.046 - j0.191) - (-0.282 - j0.383) \right] \\ &= E_S (-0.764 + j0.192) \\ &= (5.773 \angle -8.82^\circ)(0.788 \angle 165.893^\circ) \\ E_R &= 4.549 \angle 157.073^\circ \quad \text{โวลต์} \end{aligned}$$

## 210 เครือข่ายการสื่อสารและสายส่ง

---

7) กำลังไฟฟ้าที่ปลายสายด้านรับ ( $P_R$ )

$$\begin{aligned}P_R &= |I_R|^2 R_R \\ &= (2.275 \times 10^{-3})^2 \times 2000 \\ &= 10.351 \times 10^{-3} \text{ วัตต์}\end{aligned}$$

หรือ

$$\begin{aligned}P_R &= |E_R| |I_R| \cos \theta \\ &= 4.549 \times 2.275 \times 10^{-3} \cos(0^\circ) \\ &= 10.349 \times 10^{-3} \text{ วัตต์}\end{aligned}$$

บทที่ 5  
สมิทชาร์ท  
(Smith Chart)

5.1 บทนำ

ในการคำนวณค่าแรงดัน กระแส อิมพีแดนซ์ หรือปริมาณอื่นๆ ที่เกี่ยวข้องกับระบบของสายส่ง โดยใช้สมการทางคณิตศาสตร์พบว่ามีความยุ่งยากพอสมควร เนื่องจากตัวเลขที่ใช้คำนวณมักจะเป็นจำนวนเชิงซ้อน และเนื่องจากเป็นสมการที่มีค่าเปลี่ยนแปลงตามเวลากับระยะทาง และจากสมการที่มีความสัมพันธ์ต่างๆ ที่ได้มายากที่จะพิจารณาเพราะเป็นตัวแปรเมื่อมีค่าหรือขนาดเปลี่ยนแปลง จะมีผลทำให้ค่าอื่นๆ บนสายส่งเปลี่ยนแปลงตามไปด้วย เช่น ค่าอิมพีแดนซ์ที่ตำแหน่งใดๆ บนสายส่ง จะมีค่าขึ้นอยู่กับระยะห่างจากกระนาบโหนด ค่าอิมพีแดนซ์ของโหนด และค่าอิมพีแดนซ์คุณลักษณะของสายส่ง ถ้าระยะห่างจากกระนาบโหนดเปลี่ยนแปลง ค่าอิมพีแดนซ์บนสายส่งจะเปลี่ยนแปลงไปด้วย เมื่อค่าอิมพีแดนซ์ของโหนด อิมพีแดนซ์คุณลักษณะของสายส่ง และความถี่ หรือความยาวคลื่นมีค่าคงที่ ไม่สามารถคาดเดาได้ว่าค่าอิมพีแดนซ์ที่ตำแหน่งใหม่จะมีค่าเพิ่มขึ้นหรือลดลงไปจากเดิม จึงมีผู้นำสมการต่างๆ ของระบบสายส่งมาเขียนเป็นชาร์ทขึ้นหลายรูปแบบ เพื่อสะดวกในการหาค่าแต่ในบทนี้ขอเสนอชาร์ทหนึ่งรูปแบบที่จะต้องศึกษาและนำไปประยุกต์ใช้งาน คือ สมิทชาร์ท ที่นายสมิทเป็นผู้คิดและสร้างขึ้นมาใช้งาน

สมิทชาร์ทมีส่วนประกอบของวงกลมหลายๆวงมีองค์ประกอบเป็นกราฟและอาศัยพิกัด (Coordinates) ของวงกลมสองวงตัดกันเป็นจุดที่กำหนดค่าหรืออ่านค่า วงกลมชุดแรกแทนค่าส่วนประกอบค่าจริง (Real component) ของจำนวนเชิงซ้อน เช่น อิมพีแดนซ์ของสายส่งหรือของโหนด ลักษณะของวงกลมเป็นวงกลมครบรอบโดยมีจุดศูนย์กลางของแต่ละวงอยู่บนแนวเส้นแกนกลางของชาร์ท มีจุดสัมผัสของวงกลมทุกวงอยู่ทางด้านขวามือของชาร์ท

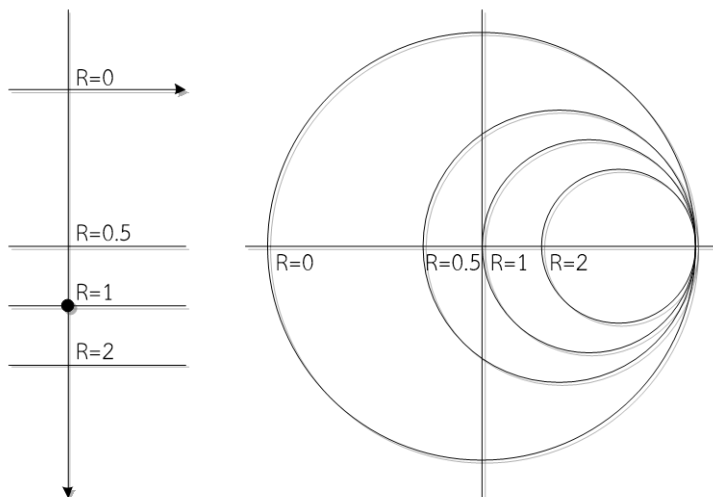
ส่วนวงกลมชุดที่สองใช้ส่วนโค้งส่วนหนึ่งของวงกลมเท่านั้น โดยมีจุดศูนย์กลางอยู่ที่แกนสัมผัสกับด้านขวามือของชาร์ท และตั้งฉากกับเส้นผ่านศูนย์กลางวงใน วงกลมชุดนี้จะแสดงค่าส่วนประกอบที่เป็นจำนวนส่วนประกอบค่าจินตภาพ (Imaginary component) ของอิมพีแดนซ์หรือโหนดของสายส่ง ส่วนประกอบของวงกลมชุดที่อยู่ด้านบนเส้นผ่านศูนย์กลางของชาร์ทจะแทนค่าส่วนประกอบค่าจินตภาพที่เป็นค่ารีแอคแตนซ์เหนี่ยวนำ (Inductive reactance) ส่วนประกอบของวงกลมชุดที่อยู่ใต้เส้นผ่านศูนย์กลางของชาร์ทจะแทนค่าส่วนประกอบค่าจินตภาพที่เป็นค่ารีแอคแตนซ์ความจุ (Capacitive reactance)

5.2 อิมพีแดนซ์ชาร์ท

เป็นกราฟของวงกลมชุดที่ใช้สำหรับหาค่าต่างๆ ซึ่งรูปแบบของกราฟที่ใช้นี้ เรียกว่า “สมิทชาร์ท” ซึ่งจะประกอบด้วยชุดวงกลม 2 ส่วน คือ

1) วงกลมชุดแทนค่าความต้านทาน เรียกว่า “Resistance circles” เป็นวงกลมชุดหนึ่งที่มีจุดศูนย์กลางวิ่งอยู่บนเส้นผ่านศูนย์กลางจากจุดริมด้านหนึ่งไปยังจุดศูนย์กลางของวงกลมที่ใหญ่ที่สุด ดังนั้นค่าความต้านทานจะระบุโดยค่าของวงกลมชุดนี้แต่ละวง ซึ่งวงกลมที่ใหญ่ที่สุดจะมีรัศมีเป็น 1 (จะให้ความยาวเป็นกึ่งเส้นตรงก็ตาม) จะแทนค่าของ  $R=0$  และวงกลมวงอื่นๆจะมีรัศมีน้อยกว่า 1 ลงมาเรื่อยๆตามค่าของ  $R$  และวงกลมที่แทนค่า  $R$  ที่มากที่สุดคือ ค่า  $R=\infty$  จะมีรัศมีเป็น 0 นั่นคือจุดๆหนึ่งบนเส้นผ่านศูนย์กลางที่ตำแหน่งด้านขวามือของชาร์ท

จุดศูนย์กลางของวงกลมทุกวงจะวิ่งอยู่บนเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลม  $R=0$  และมีขอบของวงกลมสัมผัสกันอยู่ที่จุดๆหนึ่งที่ตำแหน่งด้านขวามือของชาร์ท และตลอดเส้นรอบวงของวงกลมทุกๆวงจะแทนค่าของความต้านทานที่มีค่าเท่ากันตลอดทั้งเส้นรอบวง และเมื่อมีวงกลมของชุดอื่นมาตัดกับวงกลมชุดนี้ 2 จุดขึ้นไป จุดทั้งสองนั้นจะมีค่าความต้านทานค่าเดียวกันแต่จะต่างค่ารีแอกแตนซ์กัน

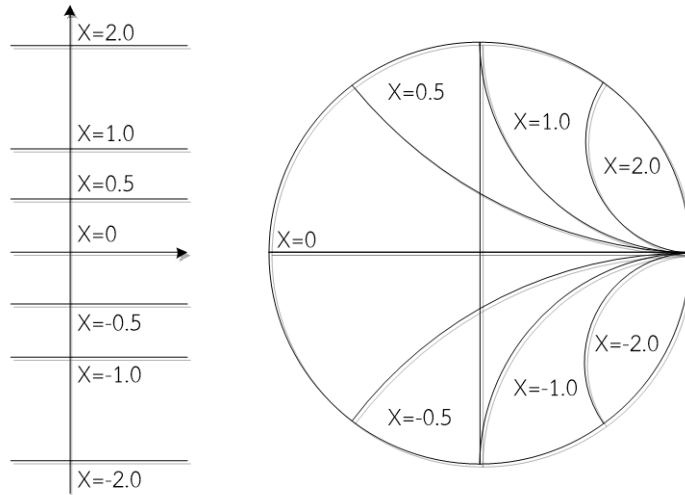


รูปที่ 5-1 วงกลมแทนค่าความต้านทาน

2) วงกลมชุดแทนค่ารีแอกแตนซ์ เรียกว่า “Reactance circles” เป็นวงกลมชุดหนึ่งที่มีจุดศูนย์กลางวิ่งอยู่บนเส้นสัมผัสและตั้งฉากกับเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลม  $R=0$  ดังนั้นวงกลมชุดนี้จะแบ่งออกเป็น 2 ชุด คือ ชุดหนึ่งอยู่ด้านบนของเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลม  $R=0$  และอีกชุดอยู่ใต้เส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลม  $R=0$

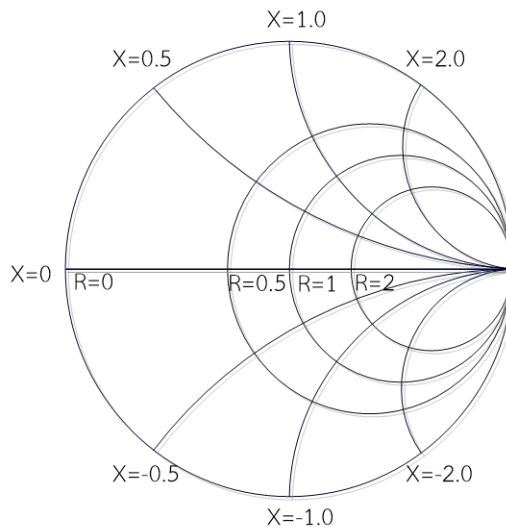
ซึ่งวงกลมชุดนี้จะเป็นส่วนโค้งของวงกลมที่ปรากฏบนชาร์ทส่วนหนึ่งเท่านั้น และส่วนโค้งเหล่านี้จะตัดกับวงกลมชุดที่แล้ว และวงกลมชุดนี้มีรัศมีใหญ่ที่สุดจะแทนค่ารีแอกแตนซ์  $x=0$  เส้นรอบวงจะทับอยู่บนเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลม  $R=0$  และวงกลมที่มีรัศมีเล็กที่สุดคือ จุด  $x=\infty$  ซึ่งจะทับอยู่บนจุดที่  $R=\infty$  รัศมีของวงกลมเป็นไปตามค่าของรีแอกแตนซ์ ซึ่งวงกลมใหญ่ที่สุดมีรัศมีเป็น 1 และจะลดลงเรื่อยๆตามค่าของรีแอกแตนซ์ที่เพิ่มขึ้น จนเมื่อค่าของรีแอกแตนซ์  $x=\infty$  วงกลมจะเล็กที่สุด(เป็นจุด) ชุดของวงกลมที่อยู่บนเส้น  $x=0$  จะมีค่ารีแอกแตนซ์เป็น  $+x$  และชุดวงกลมที่อยู่ใต้เส้น  $x=0$  จะมีค่ารีแอกแตนซ์เป็น  $-x$  และตลอดเส้นส่วนโค้งที่ปรากฏจะ

แทนค่าของรีแอกแตนซ์เพียงค่าเดียวตลอดเส้นส่วนโค้ง ถ้ามีวงกลม  $R$  มาตัดเกินกว่า 2 วง จุดตัดบนเส้นส่วนโค้ง จะแสดงค่ารีแอกแตนซ์เพียงค่าเดียว แต่ค่าความต้านทานจะต่างออกไป



รูปที่ 5-2 วงกลมแทนค่ารีแอกแตนซ์

วงกลมทั้ง 2 ชุดจะเขียนอยู่บนชาร์ทแผ่นเดียวกัน โดยวงกลมชุดรีแอกแตนซ์จะซ้อนอยู่บนวงกลม ชุดความต้านทาน ซึ่งทำให้วงกลมทั้ง 2 ชุดตัดกันเป็นมุมฉากทุกๆจุด รูปของสมิทชาร์ทที่สำเร็จจะปรากฏดังแสดงในรูปที่ 5-3



รูปที่ 5-3 สมิทชาร์ทที่ประกอบด้วยวงกลม 2 ชุด

เมื่อมีวงกลมทั้ง 2 ชุดซ้อนกันแล้วจำเป็นต้องมีสเกลของมุมอยู่ที่ขอบวงกลม โดยเริ่มจาก 0 องศา ที่วนซ้าย ทวนเข็มนาฬิกาไปจนถึงค่า 180 องศา และจะเริ่มใหม่จากจุดเดิมโดยวนขวาตามเข็มนาฬิกาจาก 0 องศาไปจนถึง -180 องศา เพื่อบ่งบอกค่าของมุมที่เกิดขึ้นเนื่องจากความแตกต่างระหว่างค่าความต้านทานกับค่ารีแอกแตนซ์



ค่านอร์มัลไลซ์อิมพีแดนซ์และแอดมิตแตนซ์ ตามลำดับสามารถหาได้โดยการนำค่าของ  $Z_0$  ไปหาร เช่น  $Z'_X$  เป็นค่านอร์มัลไลซ์จะเท่ากับ  $Z_X / Z_0$ ,  $Z'_R$  เท่ากับ  $\frac{Z_R}{Z_0}$  หรือ  $Z'_S$  เท่ากับ  $\frac{Z_S}{Z_0}$  ส่วนค่านอร์มัลไลซ์แอดมิตแตนซ์ก็เช่นเดียวกัน หาได้โดยการนำ  $Y_0$  ไปหาร เช่น  $Y'$  (นอร์มัลไลซ์) เท่ากับ  $\frac{Y}{Y_0}$

### ตัวอย่าง 5.1

สายส่งเส้นหนึ่ง มีค่า  $Z_0$  เท่ากับ 50 โอห์ม ต่อกับอิมพีแดนซ์โหลด  $Z_R$  เท่ากับ  $100 + j50$  โอห์ม จงคำนวณหาค่านอร์มัลไลซ์อิมพีแดนซ์โหลด ( $Z'_R$ ) และค่านอร์มัลไลซ์แอดมิตแตนซ์โหลด ( $Y'_R$ )

#### ผลเฉลย

$Z'_R$  เป็นค่านอร์มัลไลซ์อิมพีแดนซ์โหลด

$$Z'_R = \frac{Z_R}{Z_0} = \frac{100 + j50}{50}$$

$$Z'_R = 2 + j1$$

หาค่านอร์มัลไลซ์โหลดแอดมิตแตนซ์  $Y'_R$

$$Y_R = \frac{1}{Z_R}, Y'_R = \frac{Y_R}{Y_0}$$

$$\begin{aligned} Y'_R &= \frac{1}{Z'_R} = \frac{1}{2 + j1} \\ &= \frac{1}{(2 + j1)(2 - j1)} (2 - j1) \\ &= \frac{2 - j1}{4 + 1} \\ &= \frac{2}{5} - j\frac{1}{5} \\ &= 0.4 - j0.2 \end{aligned}$$

#### ข้อสังเกต

- ใช้สมการคณิตศาสตร์คำนวณหาค่า  $Z'_R$  และ  $Y'_R$  ในการคำนวณ  $Z'_R$  จะไม่ยุ่งยาก แต่หาค่า  $Y'_R$  จาก  $Z'_R$  จะสลับซับซ้อนเล็กน้อย
- ถ้าทราบค่า  $Z'_R$  เมื่อนำไปพล็อตลงสมิทชาร์ทแล้วดำเนินการตามขั้นตอนการใช้สมิทชาร์ทหาค่า  $Y'_R$  จะง่ายและสะดวกกว่าการคำนวณ

ตัวอย่างที่ 5.2

สายส่งเส้นหนึ่งมี  $Z_0$  เท่ากับ 50 โอห์ม ต่อกับอิมพีแดนซ์โหลด  $Z_R = 50 + j50$  โอห์ม จงพล็อตค่าอิมพีแดนซ์และอ่านค่าอิมพีแดนซ์

ผลเฉลย

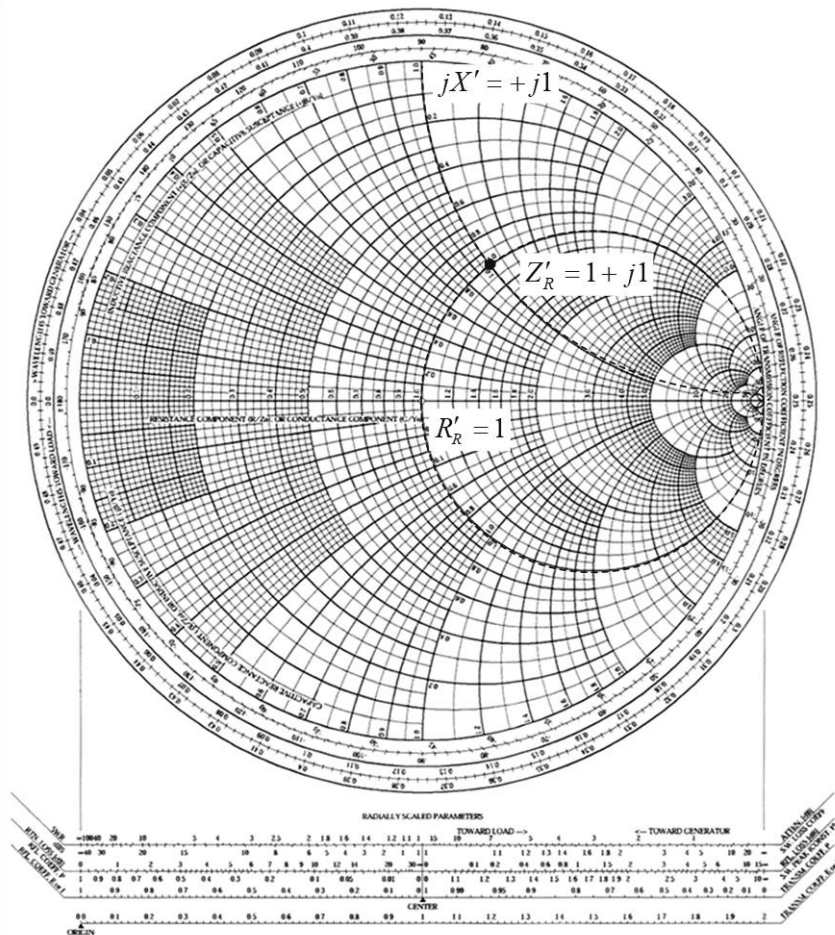
1. หาค่านอร์แมลไลซ์อิมพีแดนซ์โหลด

$$Z'_R = \frac{Z_R}{Z_0} = \frac{50 + j50}{50} = 1 + j1$$

จาก  $Z'_R = R' + jX'$  ดังนั้น  $R' = 1$  และ  $X' = 1$

2. พล็อตค่า  $Z'_R$  ลงบนสมิทชาร์ท ที่ตำแหน่งขวาสุดของชาร์ทไปตามเส้นผ่านศูนย์กลางไปทางซ้ายมือของวงกลม  $R' = 1$  จุดนี้จะอยู่ที่จุดศูนย์กลางของชาร์ท มีพิกัดของนอร์แมลไลซ์อิมพีแดนซ์  $Z'$  เท่ากับ  $Z' = 1 + j0$

3. จากเส้นรอบวงของวงกลม  $R' = 1$  หาจุด  $X' = 1$  ชุดวงกลมรีแอกแตนซ์เหนียวนำ (ชุดที่อยู่บนเส้นผ่านศูนย์กลางของชาร์ท เริ่มจากจุด  $1 + j0$  เลื่อนตามเส้นรอบวงขึ้นไปข้างบน) หาจุดตัดของวงกลม  $R' = 1$  และ  $X' = 1$  จุดพิกัดดังกล่าวจะมีค่า  $Z'_R = 1 + j1$



รูปที่ 5-5 ค่าพิกัดของ  $Z'_R$

ตัวอย่างที่ 5.3

สายส่งเส้นหนึ่งมีค่า  $Z_0$  เท่ากับ 50 โอห์ม ต่อกับอิมพีแดนซ์โหลด  $Z_R = 150 - j50$  โอห์ม จงเขียน วงกลม VSWR และอ่านค่า VSWR ธรรมดา และอ่านค่า VSWR เป็น dB

ผลเฉลย

1. การเขียนวงกลม VSWR

1.1 หาค่านอร์มัลไลซ์อิมพีแดนซ์โหลด

$$Z'_R = \frac{150 - j50}{50}$$

$$Z'_R = 3 - j1$$

1.2 พล็อตค่า  $Z'_R$  ลงบนชาร์ท โดยที่ค่าวงกลม  $R' = 3$  และส่วนของวงกลม  $-jx' = -j1$

1.3 จากวงกลม  $R'$  เท่ากับ 3 ตามเส้นรอบวงไปตัดกับส่วนของวงกลม  $X'$  เท่ากับ  $-j1$  จุดของวงกลมด้านล่าง

1.4 หาค่าจุดตัดของวงกลม  $R' = 3$  และ  $X' = -j1$  จะเป็นจุดที่  $Z'_R = 3 - j1$

1.5 กางวงเวียนโดยใช้จุดศูนย์กลางของวงกลมอยู่ที่  $1 + j0$  (จุดศูนย์กลางของชาร์ท) ไปยังจุด  $3 - j1$

1.6 เขียนวงกลมและวงกลมที่ได้คือวงกลม VSWR

2. การอ่านค่า VSWR เป็นค่าธรรมดา

2.1 อ่านค่า VSWR จากจุดเส้นรอบวงของวงกลม VSWR ไปตัดเส้นผ่านศูนย์กลางของชาร์ท ทางด้านขวามืออ่านจากสเกลของวงกลม  $R'$

2.2 ค่า VSWR เท่ากับ 3.4

2.3 อ่านค่า VSWR ที่จุดพิกัดทางขวามือเพราะค่า VSWR ต้องมีค่าตั้งแต่ 1 ขึ้นไป ( $VSWR \geq 1$ )

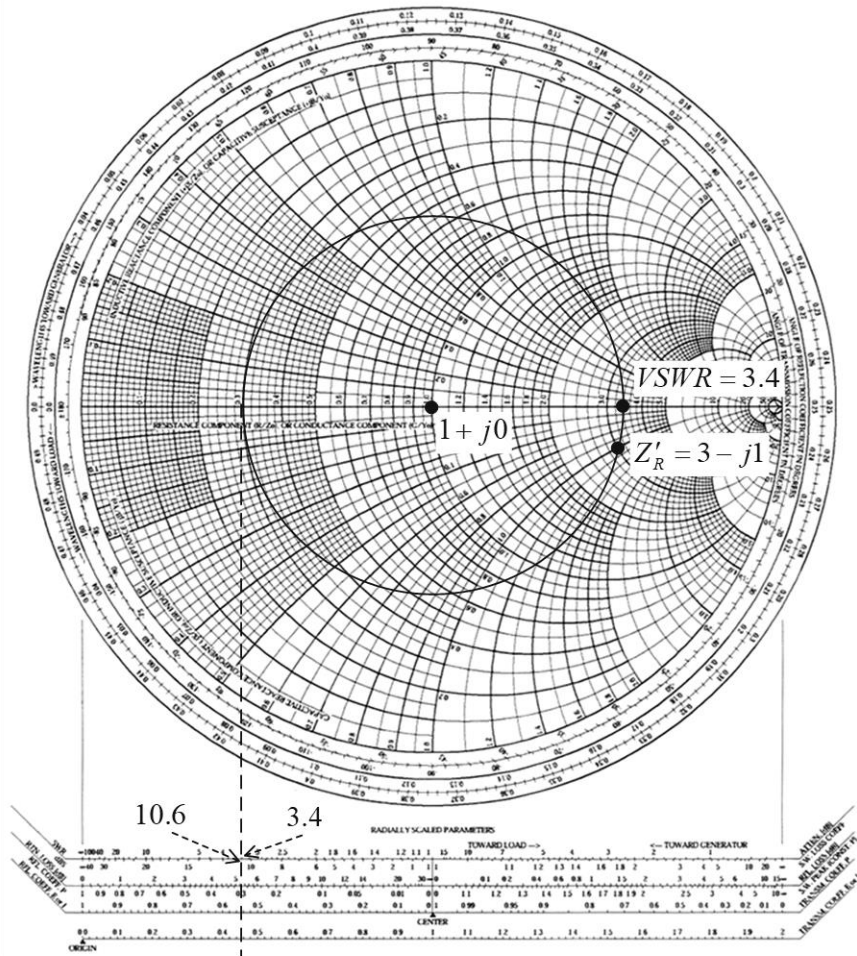
3. การอ่านค่า VSWR เป็น dB

3.1 สเกลที่จะใช้อ่านค่า VSWR เป็น dB จะอยู่ที่สเกลเส้นตรงอยู่ใต้กราฟของวงกลม

3.2 สเกลเชิงเส้นที่ใช้อ่านค่า VSWR จะอยู่ทางซ้ายมือของชาร์ท สเกลจะมีชื่อ “Standing wave” สเกลบนเป็นสเกล VSWR สเกลล่างจะเป็นสเกล Voltage ratio

3.3 ใช้รัศมีของวงกลม VSWR มาใช้โดยจุดศูนย์กลางอยู่ที่ตรงกลาง “Center” ไปตัดบนสเกลที่เป็น ดี.บี. จะอ่านค่าได้ 10.6 dB. ซึ่งจะตรงกับค่า VSWR ธรรมดา เท่ากับ 3.4

3.4 หรือใช้ลากเส้นตรงจากจุดสัมผัสของวงกลม VSWR ทางซ้ายมือลงมาตัดสเกลเชิงเส้น “Standing wave” ดังรูปที่ 6.6 ก็จะอ่านค่าได้ 3.4 และ 10.6 dB. เช่นกัน



รูปที่ 5-6 การเขียนวงกลม VSWR และการหาค่า VSWR

ตัวอย่างที่ 5.4

สายส่งเส้นหนึ่งมี  $Z_0 = 50$  โอห์ม ต่อกับอิมพีแดนซ์โหลด  $Z_R = 100 - j50$  โอห์ม จงหาค่าสัมประสิทธิ์ของการสะท้อนกลับบนสายส่ง

ผลเฉลย

1. หาค่านอร์มัลไลซ์อิมพีแดนซ์โหลด

$$Z'_R = \frac{100 - j50}{50} = 2 - j1$$

2. พล็อตจุด  $Z'_R = 2 - j1$  ลงบนชาร์ท (ตำแหน่งที่วงกลม  $R' = 2$  ไปตัดกับส่วนของวงกลม

$$X' = -j1$$

3. เขียนวงกลม VSWR โดยใช้จุดศูนย์กลางของชาร์ทและกางรัศมีวงเวียนไปที่จุด  $Z'_R$  เขียนวงกลมและอ่านค่าได้ VSWR = 2.6

4. หาค่าสัมประสิทธิ์การสะท้อนกลับของแรงดันและกำลัง

4.1 ค่าทั้งสองหาได้จากการอ่านค่าบนสเกลเชิงเส้นโดยทางวงเวียนด้วยรัศมีวงกลม

VSWR ไปใช้บนสเกลเชิงเส้นการสะท้อนกลับ

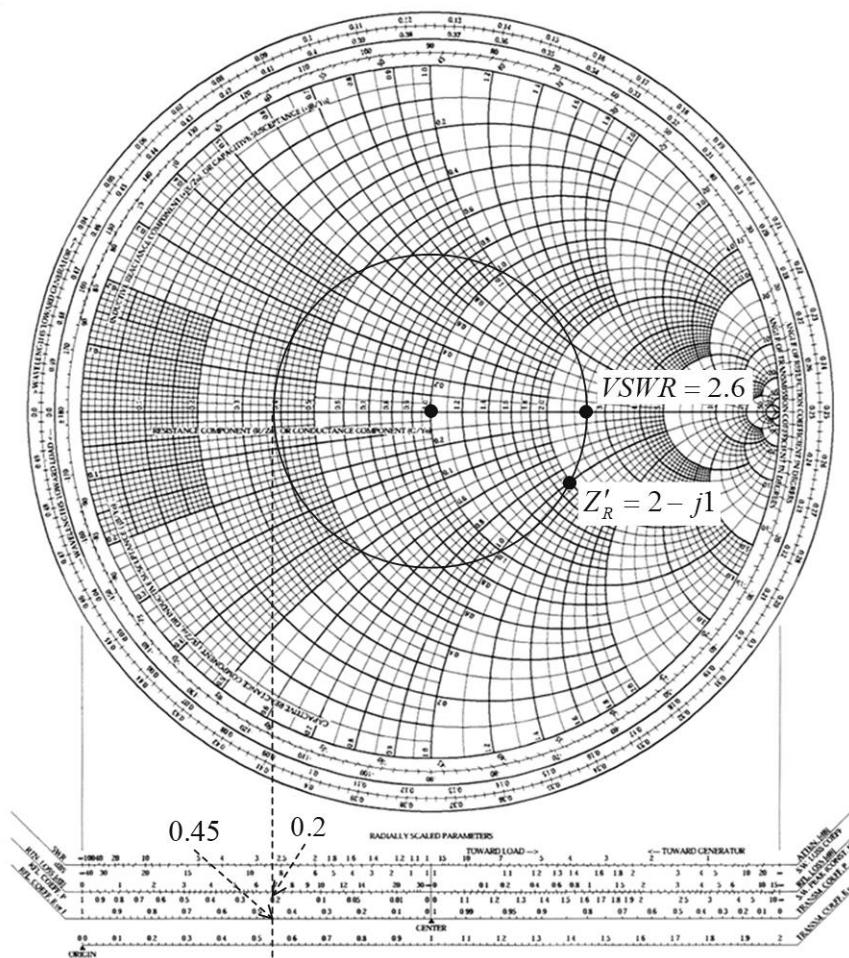
4.2 สเกลบนเป็นสเกลแรงดันและสเกลล่างเป็นสเกลกำลัง อ่านค่าความยาวรัศมีจะ

ได้ค่าสัมประสิทธิ์การสะท้อนกลับของแรงดันเท่ากับ 0.45 และของกำลังเท่ากับ 0.2

4.3 อีกหนึ่งวิธี คือลากเส้นสัมผัสของวงกลม VSWRทางด้านซ้ายลงไปตัดสเกลเชิง

เส้นของการสะท้อนกลับดังรูปที่ 6.6 จะอ่านค่าสัมประสิทธิ์การสะท้อนกลับของแรงดันได้

เท่ากับ 0.46 และของกำลังเท่ากับ 0.2



รูปที่ 5-7 การเขียนวงกลม VSWR และการหาค่าสัมประสิทธิ์การสะท้อนกลับ

ตัวอย่างที่ 5.5

สายส่งเส้นหนึ่งมี  $Z_0 = 75$  โอห์ม ถูกต่อกับอิมพีแดนซ์โหลด  $Z_R = 150 - j112.5$  โอห์ม จงหาค่าแอดมิตแตนซ์โหลดของสายส่ง

ผลเฉลย

1. หาค่านอร์แมลไลซ์อิมพีแดนซ์โหลด

$$Z'_R = \frac{150 - j112.5}{75} = 2 - j1.5$$

2. พล็อตจุด  $Z'_R = 2 - j1.5$  (ตำแหน่งที่วงกลม  $R' = 2$  ไปตัดกับส่วนของวงกลม)

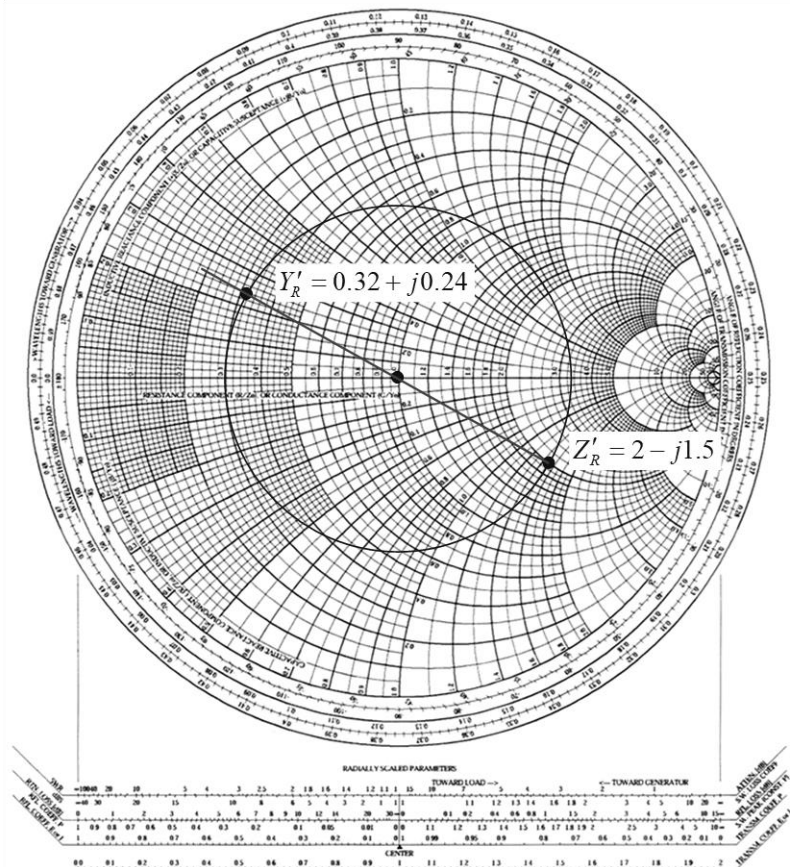
$$X' = -j1.5 \text{ และเขียนวงกลม VSWR}$$

3. ลากเส้นตรงจากตำแหน่งพิกัดของ  $Z'_R$  ผ่านจุดศูนย์กลางของชาร์ทไปตัดกับเส้นรอบวงของวงกลม VSWR อีกด้านหนึ่งที่อยู่ตรงข้ามกับพิกัด  $Z'_R$  จะได้พิกัดของ  $Y'_R$  (เพราะ  $Y = 1/Z$ )

4. อ่านค่าที่จุดตัดจะได้ วงกลม  $R' = 0.32$  และวงกลม  $X' = +j0.24$  จะได้พิกัดที่จุดตัดเป็นค่าแอดมิตแตนซ์โหลด  $Y'_R = 0.32 + j0.24$

5. จากค่า  $Y'_R = \frac{Y_R}{Y_0}$ ,  $Y_R = Y'_R Y_0$ ,  $Y_R = \frac{Y'_R}{Z_0}$

$$Y_R = \frac{0.32 + j0.24}{75} = 0.004 + j0.003 \text{ S}$$



รูปที่ 5-8 การหาค่าแอดมิตแตนซ์โหลด

ตัวอย่างที่ 5.6

สายส่งเส้นหนึ่งมีค่า  $Z_0 = 50$  โอห์ม ต่อกับอิมพีแดนซ์โหลด  $Z_R = 50 + j100$  โอห์ม จงหาค่าอิมพีแดนซ์  $Z_{(x)}$  บนสายส่ง ที่อยู่ห่างจากระนาบโหลด  $0.2\lambda$

ผลเฉลย

1. หาค่านอร์แมลไลซ์อิมพีแดนซ์โหลด

$$Z'_R = \frac{50 + j100}{50} = 1 + j2$$

2. พล็อตจุด  $Z'_R = 1 + j2$  ลงบนชาร์ท และเขียนวงกลม VSWR

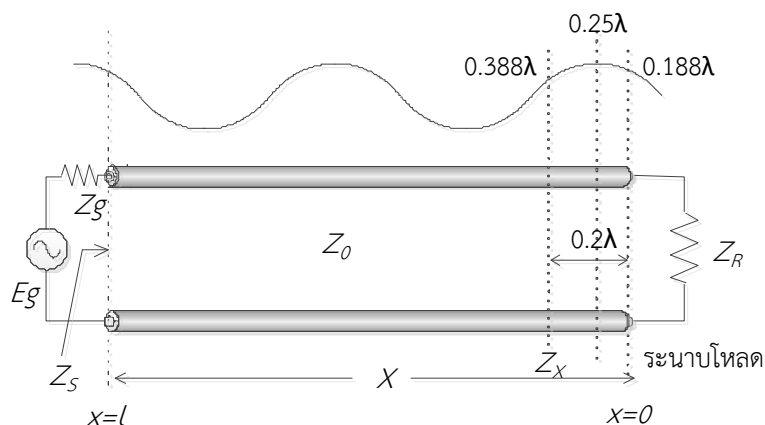
3. ลากเส้นตรง (load line) จากจุดศูนย์กลางของชาร์ท ผ่านจุดพิกัดระนาบโหลด  $Z'_R$  เลยออกไปตัดวงกลมนอกสุดของชาร์ทที่เป็นวงกลมบอกตำแหน่งของคลื่นนิ่งบนสายส่ง โดยอ่านจากระนาบโหลดไปยังแหล่งกำเนิดที่มีชื่อกำกับวงกลมคือ Wavelength toward generator (w.t.g.)

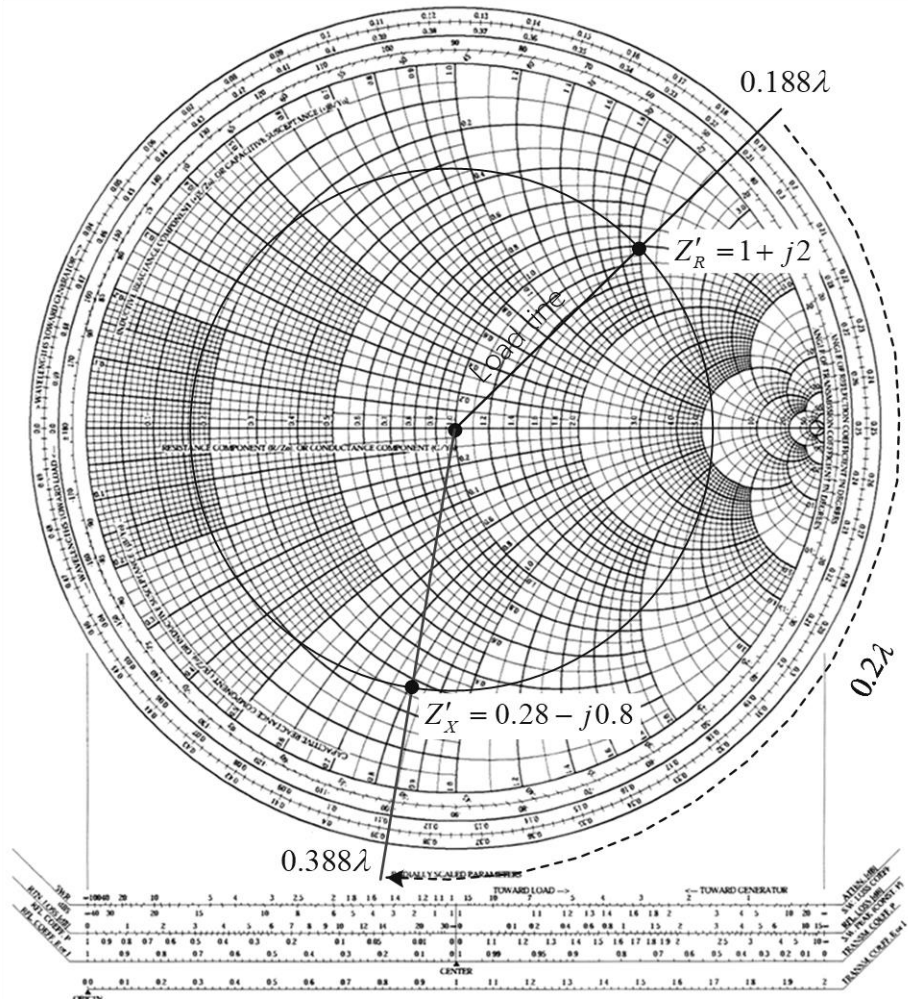
4. จุดพิกัดที่เส้นตรงลากไปตัดสเกลเส้นรอบวง w.t.g. คือตำแหน่งที่เกิดคลื่นนิ่งปรากฏบนสายส่ง อ่านค่าได้  $0.188\lambda$

5. ตำแหน่งของคลื่นนิ่งที่ปรากฏบนสายส่งที่ระนาบโหลด คือ  $0.188\lambda$  และที่ตำแหน่งบนสายส่งที่ห่างจากระนาบโหลด  $0.2\lambda$  จะตรงกับตำแหน่งของคลื่นนิ่งบนสายส่งที่ ตำแหน่ง  $0.188\lambda + 0.2\lambda = 0.388\lambda$

6. จากพิกัดบนชาร์ท  $0.188\lambda$  เลื่อนไปตามวงกลมบนสเกล w.t.g. เป็นระยะ  $0.2\lambda$  จะได้ตำแหน่งบนชาร์ทที่  $0.388\lambda$  จากตำแหน่งนี้ลากเส้นตรงผ่านไปยังจุดศูนย์กลางของชาร์ท อ่านค่าพิกัดที่เส้นตรงตัดกับวงกลม VSWR จะได้ค่าอิมพีแดนซ์  $Z'_{(x)} = 0.28 - j0.8$

7. หาค่าอิมพีแดนซ์  $Z_{(x)} = Z'_{(x)} Z_0 = (0.28 - j0.8) 50 = 14 - j40$  โอห์ม





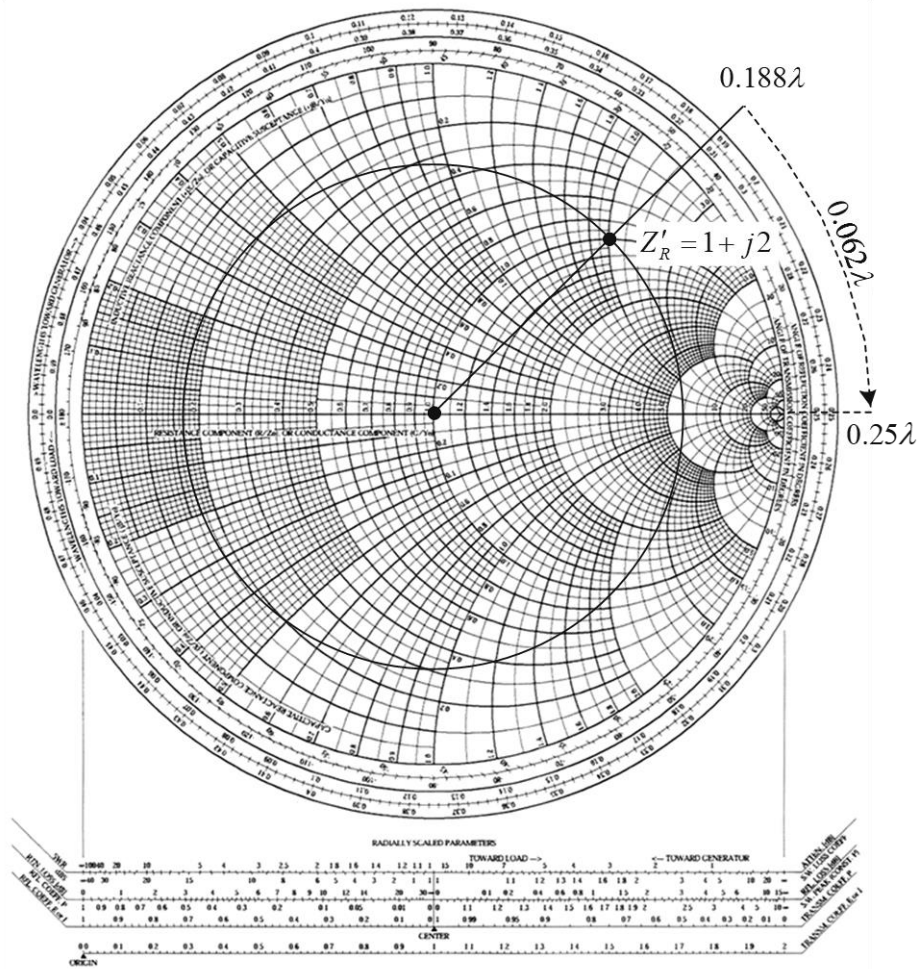
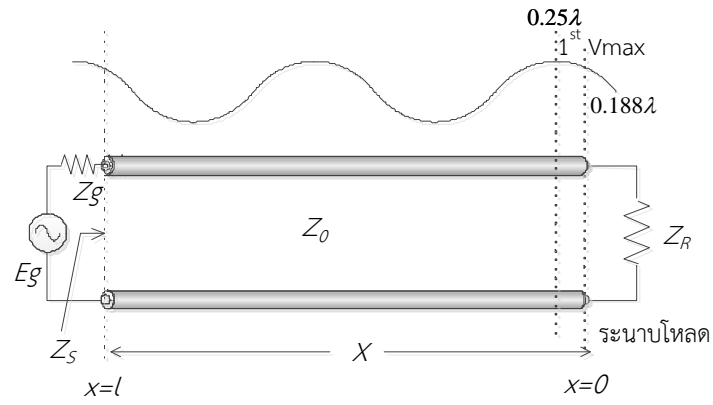
รูปที่ 5-9 การหาค่าอิมพีแดนซ์  $Z_{(x)}$  บนสายส่ง

ตัวอย่างที่ 5.7

สายส่งเส้นหนึ่งมี  $Z_0 = 75$  โอห์ม ต่ออยู่กับอิมพีแดนซ์โหลด  $Z_R = 75 + j150$  โอห์ม จงหาตำแหน่งค่าแรงดันสูงสุดจุดแรก ( $1^{st} V_{max}$ ) จากกระนาบโหลดของสายส่ง

ผลเฉลย

1. พล็อตจุด  $Z'_R = 1 + j2$  ลงบนชาร์ท และเขียนวงกลม VSWR
2. ลากเส้นตรง (load line) จากจุดศูนย์กลางของชาร์ท ผ่านจุดพิกัดกระนาบโหลด  $Z'_R$  เลยออกไปตัดวงกลมนอกสุดของชาร์ทอ่านค่าพิกัดบนวงกลมสเกล w.t.g. ได้  $0.188\lambda$
3. และตำแหน่ง  $1^{st} V_{max}$  จะอยู่ที่  $0.25\lambda$  บนวงกลมสเกล w.t.g.
4. ตำแหน่ง  $1^{st} V_{max}$  จะอยู่ห่างจากกระนาบโหลดเท่ากับ  $0.25 - 0.188 = 0.062\lambda$



รูปที่ 5-10 การหาตำแหน่ง  $1^{st} V_{max}$  จุดแรกจากกระนาบโหนดของสายส่ง

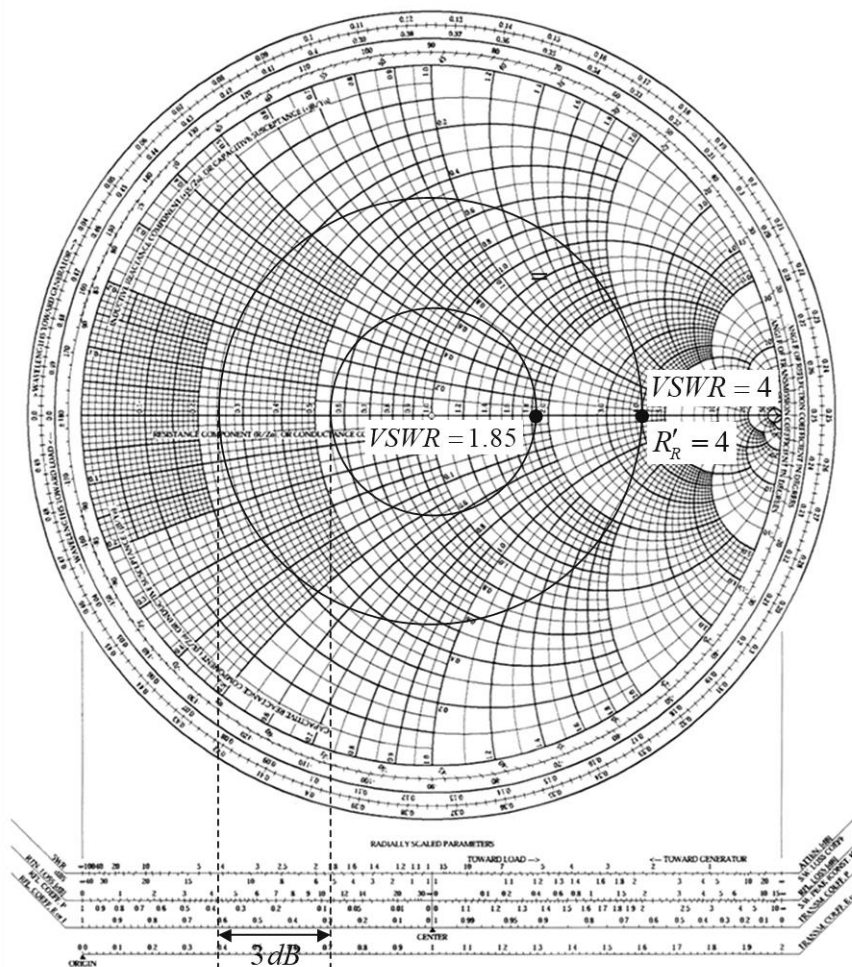
ตัวอย่างที่ 5.8

สายส่งเส้นหนึ่งถูกต่อกับอิมพีแดนซ์โหลดแล้วทำให้เกิด VSWR เท่ากับ 4 เมื่อใส่ตัวลดทอน 3 ดี.บี. เข้าไปในสายส่งระหว่างโหลดกับสายส่ง จงหาค่า VSWR ที่เกิดขึ้นใหม่บนสายส่ง

ผลเฉลย

1. เขียนวงกลม VSWR โดยกางวงเวียนจุดอยู่ที่ศูนย์กลางของชาร์ท และกางรัศมีไปที่ตำแหน่ง  $4 + j0$  แล้วเขียนวงกลม
2. เมื่อใส่ตัวลดทอนให้ใช้สเกลเชิงเส้นด้านล่าง “Transmission loss 1 dB step”
3. ใช้รัศมีวงกลม VSWR=4 ปลายด้านหนึ่งของวงเวียนอยู่ที่ “Center” ปลายอีกด้านตัดสเกล “1 dB step” อ่านค่าลตไป 3 ดี.บี. โดยใช้ 1 ดี.บี. ต่อ 1 ช่อง
4. กางวงเวียนรัศมีเท่ากับระยะห่างจากศูนย์กลางไปที่ตำแหน่งบนสเกลเมื่อลตไป 3 dB ไปเขียนวงกลม VSWR ใหม่ บนสเกลวงกลมอ่านค่าได้ 1.86

ข้อสังเกต : เมื่อใส่ตัวลดทอนเข้าไปบนสายส่งจะทำให้ค่า VSWR บนสายส่งลดลง



รูปที่ 5-11 หาค่า VSWR เมื่อใส่ตัวลดทอน

ตัวอย่างที่ 5.9

สายส่งเส้นหนึ่งมีค่า  $Z_0 = 50$  โอห์ม มีความยาวสายเท่ากับ  $3.71\lambda$  ต่ออยู่กับอิมพีแดนซ์โหลด  $Z_R = 75 - j100$  โอห์ม จงหาค่าอินพุตอิมพีแดนซ์ของสายส่ง

ผลเฉลย

1. หาค่านอร์แมลไลซ์อิมพีแดนซ์โหลด

$$Z'_R = \frac{Z_R}{Z_0} = \frac{75 - j100}{50} = 1.5 - j2$$

2. พล็อตจุด  $Z'_R$  ลงบนชาร์ทและเขียนวงกลม VSWR อ่านค่า  $VSWR = 4.9$

3. เขียนเส้นโหลด และอ่านค่าความสัมพันธ์ของโหลดบนสเกล w.t.g. จะได้ตำแหน่งระนาบโหลดที่  $0.302\lambda$

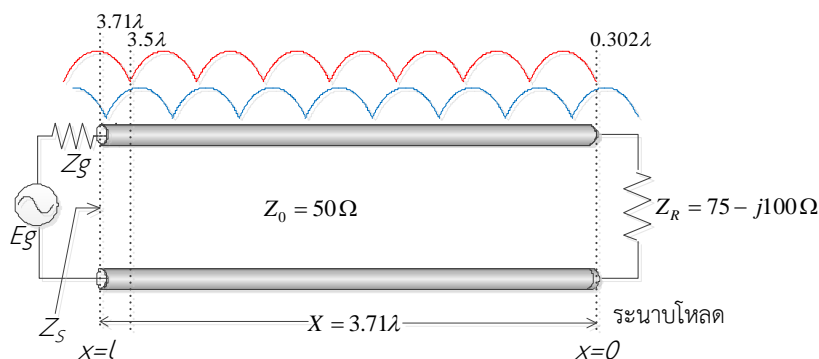
4. พิจารณาวงกลม w.t.g. หนึ่งรอบ จะมีความยาว  $0.5\lambda$  โจทย์กำหนดความยาวสาย  $3.71\lambda$  ดังนั้น จะต้องวนรอบวงกลมไป 7 รอบ ก็จะได้ความยาวของสายส่งเท่ากับ  $3.5\lambda$  จะเหลือระยะความยาวของสายส่งอีก  $(3.71 - 3.5) = 0.21\lambda$

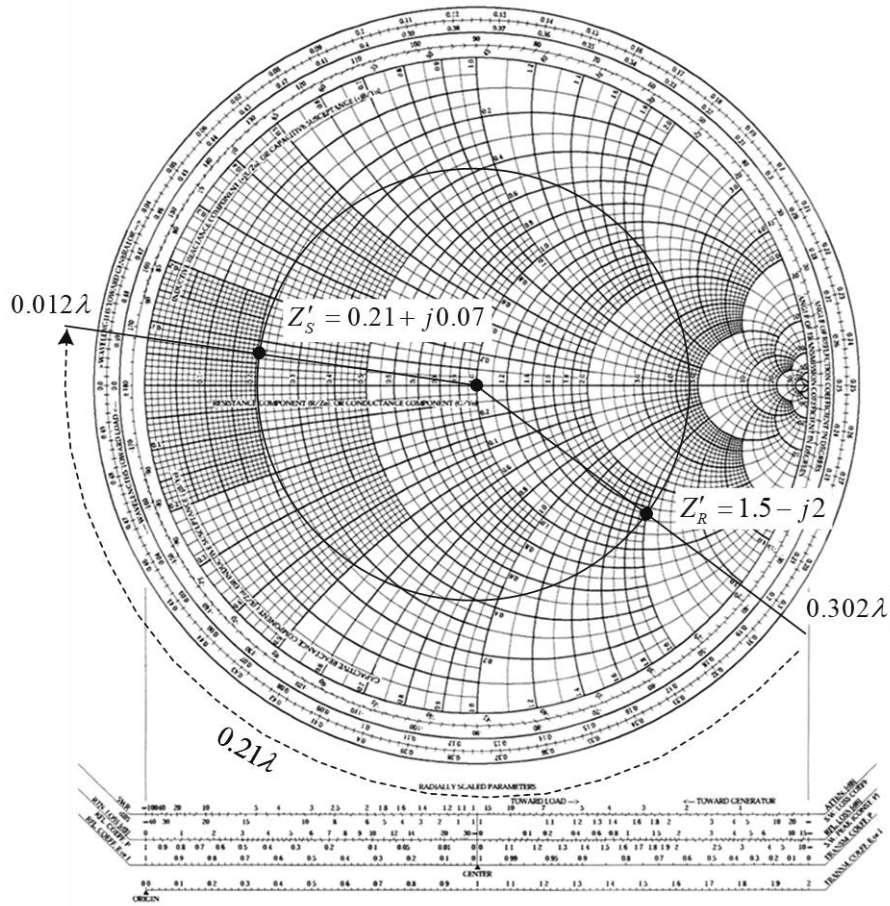
5. จากพิกัดของเส้นโหลดตัดกับวงกลมสเกล w.t.g. ที่  $0.302\lambda$  เลื่อนไปอีก  $0.21\lambda$  ดังนั้นปลายสายจะอยู่ที่ตำแหน่ง  $(0.302 + 0.21) = 0.512\lambda$

6. จุดสุดท้ายบนวงกลม w.t.g. อยู่ที่  $0.5\lambda$  ดังนั้นจะต้องเพิ่มระยะไปอีก  $(0.512 - 0.5) = 0.012\lambda$  นั่นคือ จะได้ตำแหน่งอินพุตของสายบนชาร์ทอยู่ที่  $0.012\lambda$  (w.t.g)

7. จากตำแหน่งอินพุตที่  $0.012\lambda$  ลากเส้นตรงไปยังจุดศูนย์กลางของชาร์ท ที่จุดตัดของเส้นตรงกับวงกลม VSWR อ่านค่าพิกัดที่จุดตัดได้เป็นค่านอร์แมลไลซ์ของอินพุตอิมพีแดนซ์  $Z'_S = 0.21 + j0.07$

8. ค่าอินพุตอิมพีแดนซ์ของสายส่ง  $Z_S = Z'_S \cdot Z_0 = (0.21 + j0.07)50 = 10.5 + j3.5$  โอห์ม





รูปที่ 5-12 การหาค่าอินพุตอิมพีแดนซ์ของสายส่ง

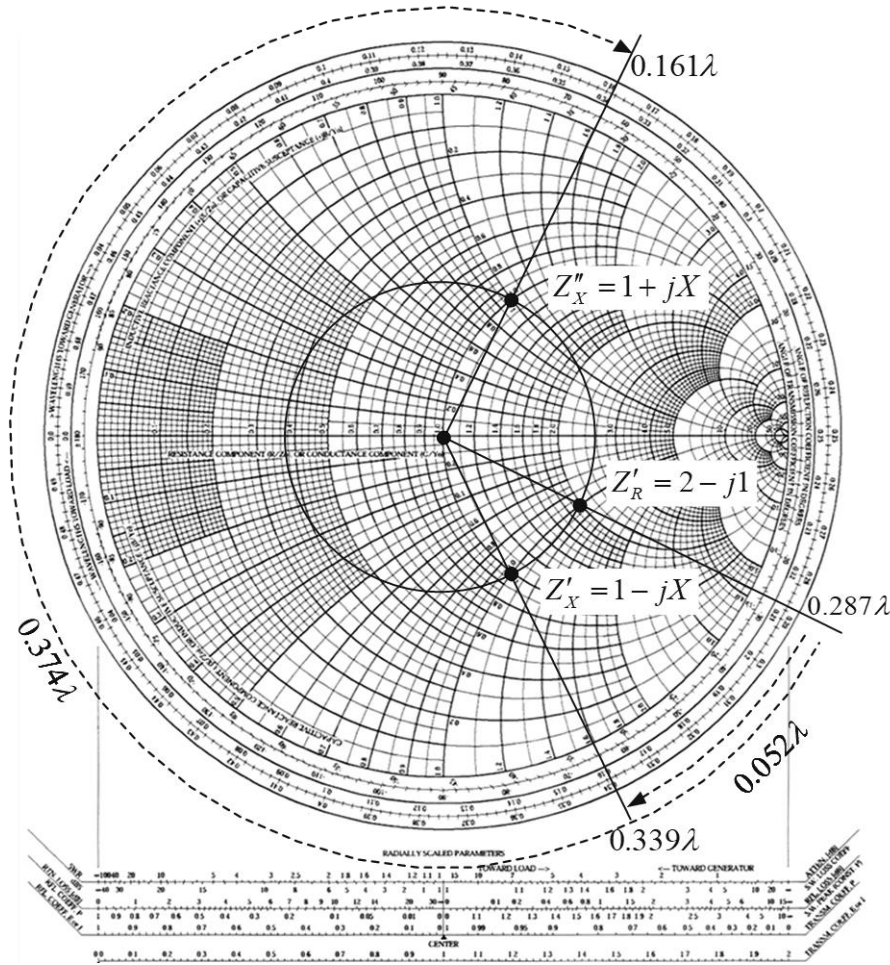
ตัวอย่างที่ 5.10

สายส่งเส้นหนึ่งต่อกับนอร์มัลไลซ์อิมพีแดนซ์โหลด  $Z'_R = 2 - j1$  จงหาค่าอิมพีแดนซ์ที่จุดใดๆบนสายส่งที่มีค่าส่วนจริงเท่ากับ  $R_0$  ของสายส่งเมื่อ  $Z_{(x)} = R_0 \pm jX$

ผลเฉลย

1. พล็อตจุด  $Z'_R$  ลงบนชาร์ท และเขียนวงกลม VSWR แล้วอ่านค่าได้  $VSWR=2.6$
2. เขียนเส้นโหลด และอ่านค่าความสัมพันธ์ของตำแหน่งระนาบโหลดกับตำแหน่งที่เกิดคลื่นนิ่งบนสเกล w.t.g. ได้ตำแหน่งของระนาบที่  $0.287\lambda$
3. หาพิกัดที่เส้นรอบวง VSWR ตัดกับวงกลม  $R=1$  จะได้สองจุดคือ  $Z'_x = 1 - jX$  และ  $Z''_x = 1 + jX$
4. ลากเส้นตรงจากจุดศูนย์กลางชาร์ทไปผ่านจุดพิกัด  $Z'_x$  และ  $Z''_x$  เลยไปตัดวงกลมสเกล w.t.g. อ่านค่าที่จุดตัดบนสเกลได้  $0.339\lambda$  และ  $0.161\lambda$  ตามลำดับ
5. จะได้ตำแหน่งของ  $Z'_{(x)} = 1 - j1$  ห่างจากระนาบโหลด  $(0.339\lambda - 0.287\lambda) = 0.052\lambda$  และตำแหน่งของ  $Z'_{(x)} = 1 + j1$  ห่างจากระนาบโหลด  $0.161\lambda + (0.5\lambda - 0.287\lambda) = 0.374\lambda$

6. ข้อสังเกต วงกลม  $R = 1$  ตัดกับวงกลม VSWR จะได้พิกัด  $Z'_{(x)} = 1 \pm jX$  นั่นคือการที่ส่วนจริงของ  $Z'_{(x)} = 1$  ก็คือ  $R_R = R_0$



รูปที่ 5-13 การหาค่าอิมพีแดนซ์  $Z_{(x)}$  ที่มีค่าส่วนจริงเท่ากับ  $R_0$  ของสายส่ง

### ตัวอย่างที่ 5.11

สายส่งเส้นหนึ่งมี  $Z_0$  เท่ากับ 60 โอห์ม เมื่อนำไปต่อกับอิมพีแดนซ์โหลด  $Z_R$  จะทำให้เกิด VSWR เท่ากับ 3 และมีจุด  $1^{st} V_{min}$  อยู่ที่  $0.1\lambda$  จงหาค่าของอิมพีแดนซ์โหลด  $Z_R$

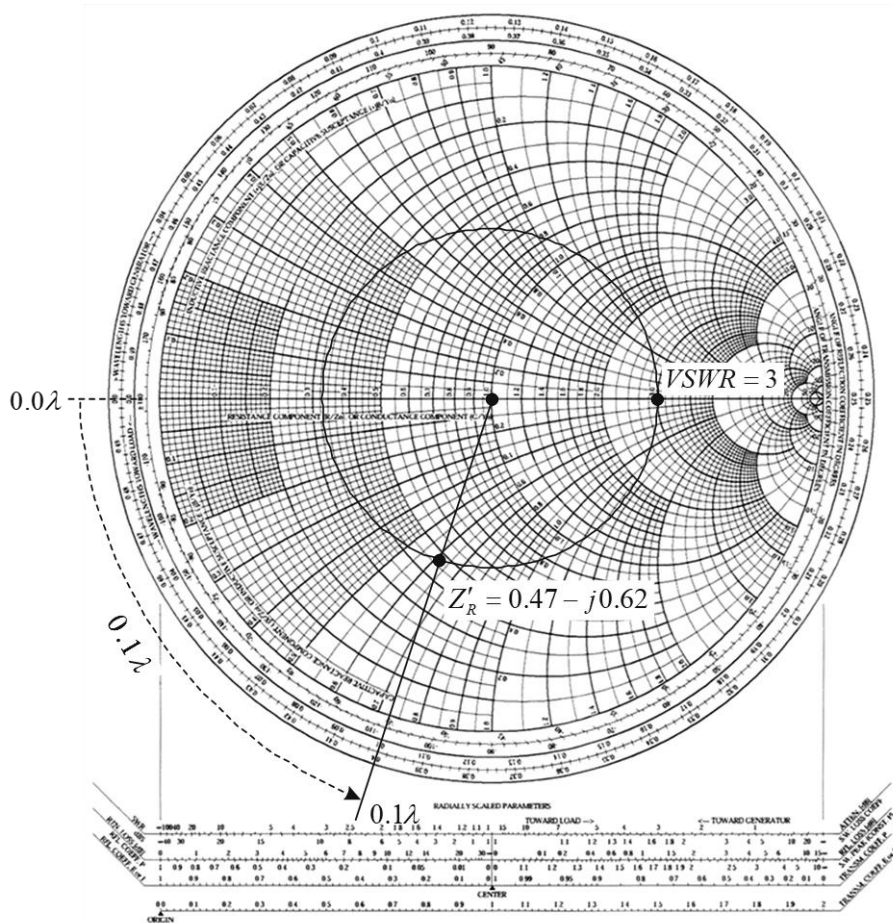
### ผลเฉลย

- ข้อสังเกต จากปัญหาข้อนี้ แสดงว่าเราไม่ทราบค่า  $Z_R$  เมื่อนำไปต่อกับสายส่ง แล้วใช้เครื่องมือสล็อตเตตไลน์สามารถวัดค่า

1.1  $V_{max}$  ,  $V_{min}$  และตำแหน่ง  $1^{st} V_{min}$  บนสายส่ง

1.2 นำค่า  $V_{max}$  และ  $V_{min}$  ไปหาค่า VSWR ได้เท่ากับ 3

2. สล็อตเตดไลน์ไม่สามารถวัดค่า  $Z_R$  ได้ จึงต้องนำค่าที่วัดได้ไปใช้สมิทชาร์ทเพื่อหาค่า  $Z_R$
3. เขียนวงกลม VSWR ตามที่โจทย์กำหนดเท่ากับ 3
4. พิจารณาตำแหน่ง  $1^{st} V_{min}$  ของโหลด  $Z_R$  อยู่ที่  $0.1\lambda$  (ตำแหน่ง  $V_{min}$  ในกรณีอิมพีแดนซ์จอร์ลัด จะอยู่ที่  $0\lambda$  หรือ  $0.5\lambda$  ของชาร์ท)
5. ตำแหน่งของ  $Z_R$  สามารถหาได้จากการพิจารณาตำแหน่ง  $1^{st} V_{min}$  อยู่ที่  $0.1\lambda$  ดังนั้นจากตำแหน่ง  $0.0\lambda$  บนสเกลเลื่อนไปทางโหลด (wavelength toward load: w.t.l) ที่  $0.1\lambda$
6. จากตำแหน่ง  $1^{st} V_{min}$  ที่  $0.1\lambda$  (w.t.l) ให้ลากเส้นตรงไปตัดวงกลม S ผ่านไปยังจุดศูนย์กลางของชาร์ท
7. อ่านค่าพิกัดที่จุดตัดของเส้นโหลดกับวงกลม VSWR จะได้ค่าออร์แมลไลซ์อิมพีแดนซ์โหลด  $Z'_R = 0.47 - j0.62$
8. ค่าอิมพีแดนซ์โหลด  $Z_R = Z'_R Z_0 = (0.47 - j0.62) 50 = 23.5 - j31$  โอห์ม



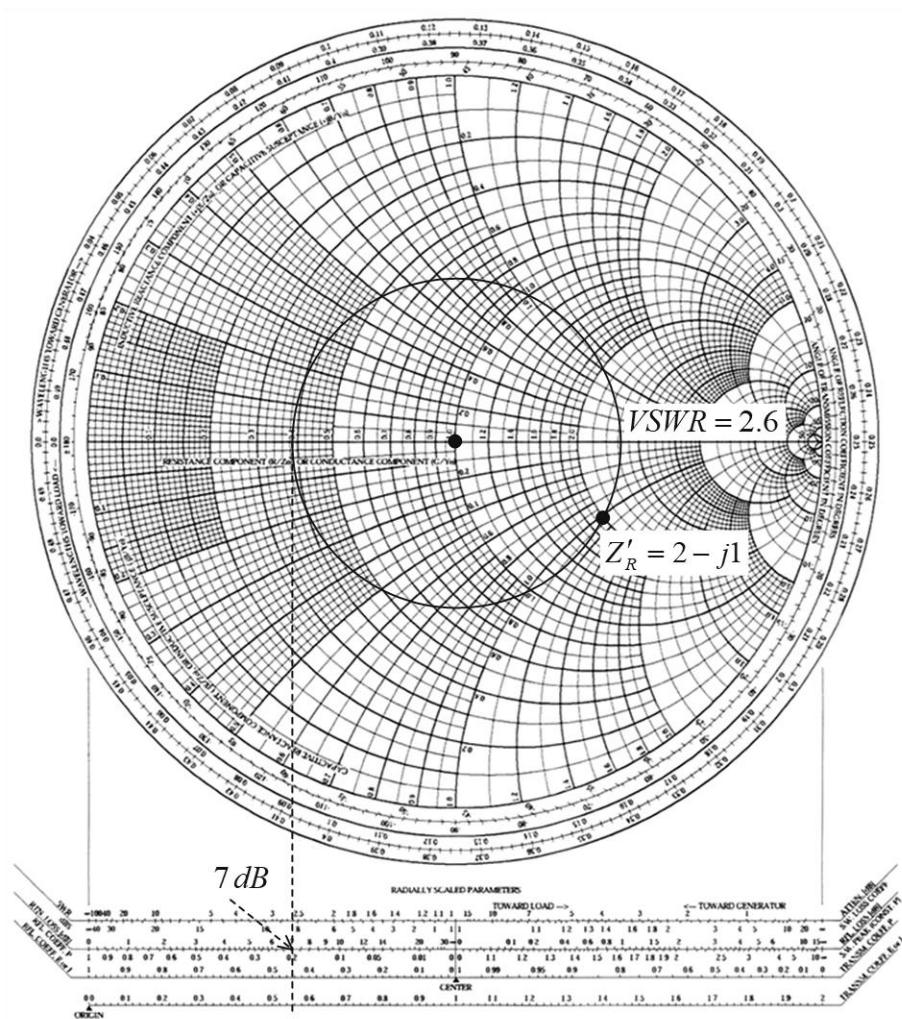
รูปที่ 5-14 การหาค่าอิมพีแดนซ์โหลด  $Z_R$  จากการทราบค่า VSWR และตำแหน่ง  $V_{min}$

ตัวอย่างที่ 5.12

สายส่งเส้นหนึ่งมีค่า  $Z_0$  เท่ากับ 50 โอห์ม ต่ออยู่กับอิมพีแดนซ์โหลด  $Z_R = 100 - j50$  โอห์ม จงหาค่าการสูญเสียย้อนกลับ (return loss) ของสายส่ง

ผลเฉลย

1. คำนอร์แมลไลซ์อิมพีแดนซ์โหลด  $Z'_R = 2 - j1$
2. เขียนวงกลม VSWR และอ่านค่า VSWR ได้เท่ากับ 2.6
3. ใช้รัศมีของวงกลม VSWR ไปหาค่าการสูญเสียย้อนกลับจากสเกลเชิงเส้นด้านล่างของชาร์ท วงกลมด้านนอกเขียนไว้ว่า “reflection” เส้นที่ 2 สเกลบนจะเขียน “return” หมายความว่าเส้นสเกล loss เป็น dB โดยปลายด้านหนึ่งของวงเวียนอยู่ที่ตำแหน่ง “center” และปลายอีกด้านหนึ่งไปกำหนดตำแหน่งบนสเกลอ่านค่าได้ 7.0 dB
4. ข้อสังเกตพบว่าในกรณี  $Z_R \neq Z_0$  จะมีการสูญเสียกำลังงานย้อนกลับ 7.0 dB



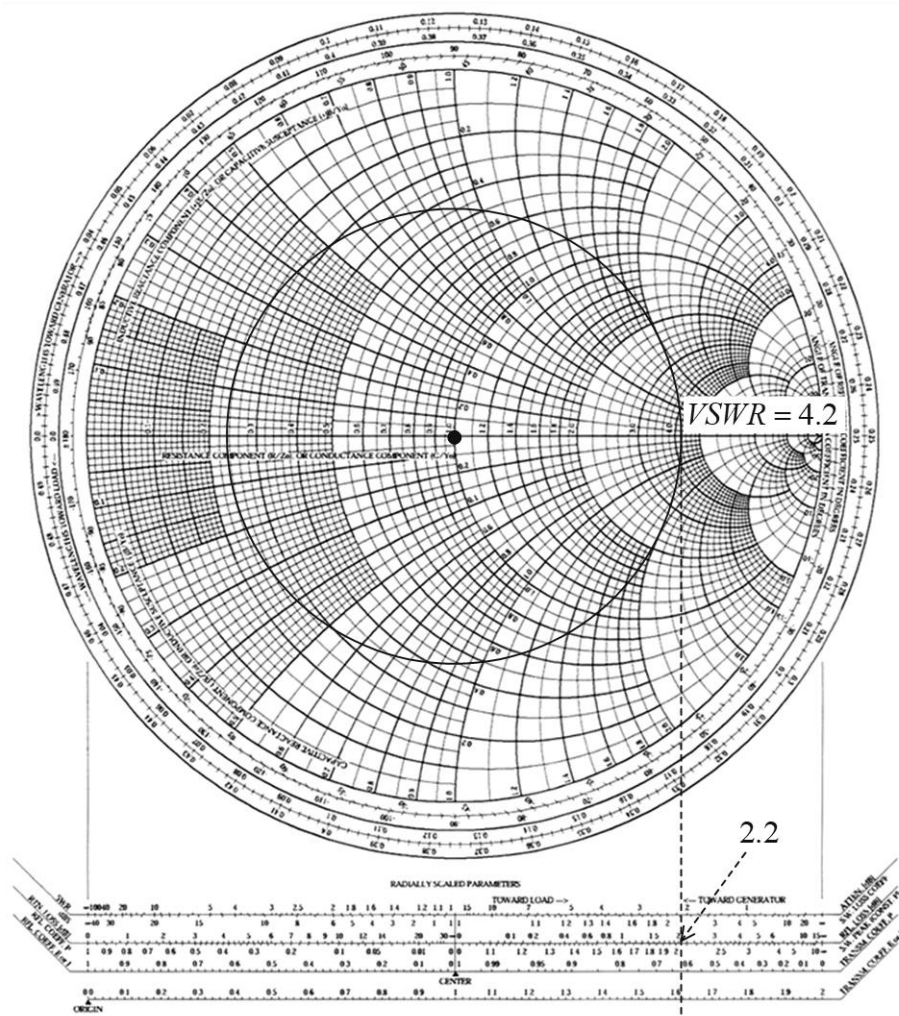
รูปที่ 5-15 การหาค่าการสูญเสียกำลังงานย้อนกลับ

ตัวอย่างที่ 5.13

สายส่งเส้นหนึ่งมีค่าการสูญเสียคงที่เท่ากับ 0.8 เนเปอร์ต่อเมตร ถ้าหากบนสายส่งมีค่า VSWR เท่ากับ 4.2 จงหาค่าสัมประสิทธิ์การสูญเสียของสายส่ง

ผลเฉลย

1. เขียนวงกลม VSWR เท่ากับ 4.2
2. ใช้รัศมีวงกลม VSWR ไปหาค่าสัมประสิทธิ์การสูญเสียของสายส่งบนสเกล transmission loss coefficient เป็นสเกลเชิงเส้นของชาร์ทสเกลบนจะอ่านค่าได้ 2.2
3. ข้อสังเกต จะได้ค่าคงตัวลดทอนเท่ากับ  $2.2 \times 0.8$  เท่ากับ 1.76 เนเปอร์/เมตร



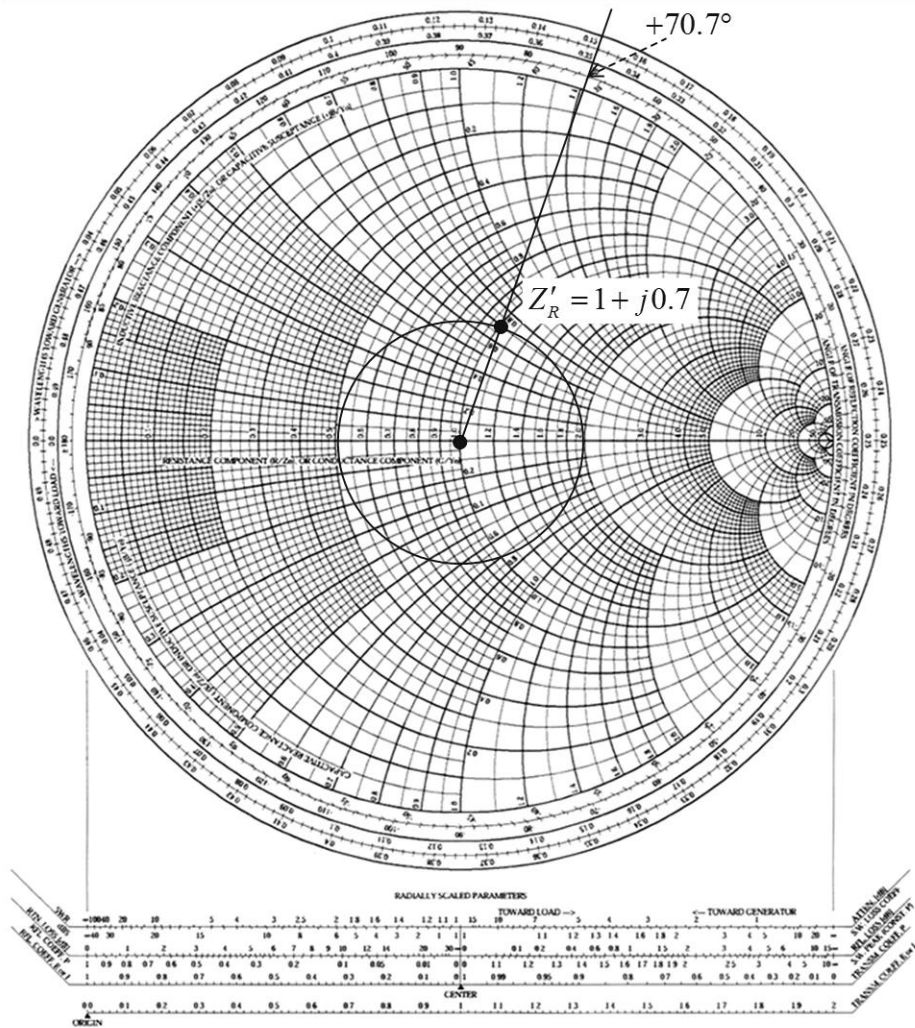
รูปที่ 5-16 การหาค่าสัมประสิทธิ์การสูญเสียของสายส่ง

ตัวอย่างที่ 5.14

สายส่งเส้นหนึ่งมีค่า  $Z_0$  เท่ากับ 60 โอห์ม ต่ออยู่กับอิมพีแดนซ์โหลด  $Z_R = 50 + j35$  โอห์ม จงหาค่ามุมของสัมประสิทธิ์การสะท้อนกลับของสายส่ง

ผลเฉลย

1. ค่าออร์แมลไลซ์อิมพีแดนซ์โหลด  $Z'_R = 1 + j0.7$
2. พล็อตค่า  $Z'_R$  ลงบนชาร์ท
3. เขียนวงกลม VSWR อ่านค่าได้ 2.0
4. ลากเส้นโหนดจากจุดศูนย์กลางชาร์ทผ่านจุด  $Z'_R$  เลยไปตัดกับสเกลมุมของสัมประสิทธิ์การสะท้อนกลับ (Angle of reflection coefficient)
5. อ่านค่ามุมของสัมประสิทธิ์ของการสะท้อนกลับได้  $\theta = +70.7$  องศา



รูปที่ 5-17 การหาค่ามุมสัมประสิทธิ์ของการสะท้อนกลับ

ตัวอย่างที่ 5.15

สายส่งที่มี  $Z_0$  เท่ากับ 50 โอห์ม ต่ออยู่กับอิมพีแดนซ์โหลด  $Z_R = 100 - j75$  โอห์ม ให้ทำการแมตช์อิมพีแดนซ์ด้วยสตับเดี่ยวแบบวงจรถัด (short circuit single stub) (หาตำแหน่งที่จะนำสตับไปต่อ และความยาวของสตับแบบวงจรถัด)

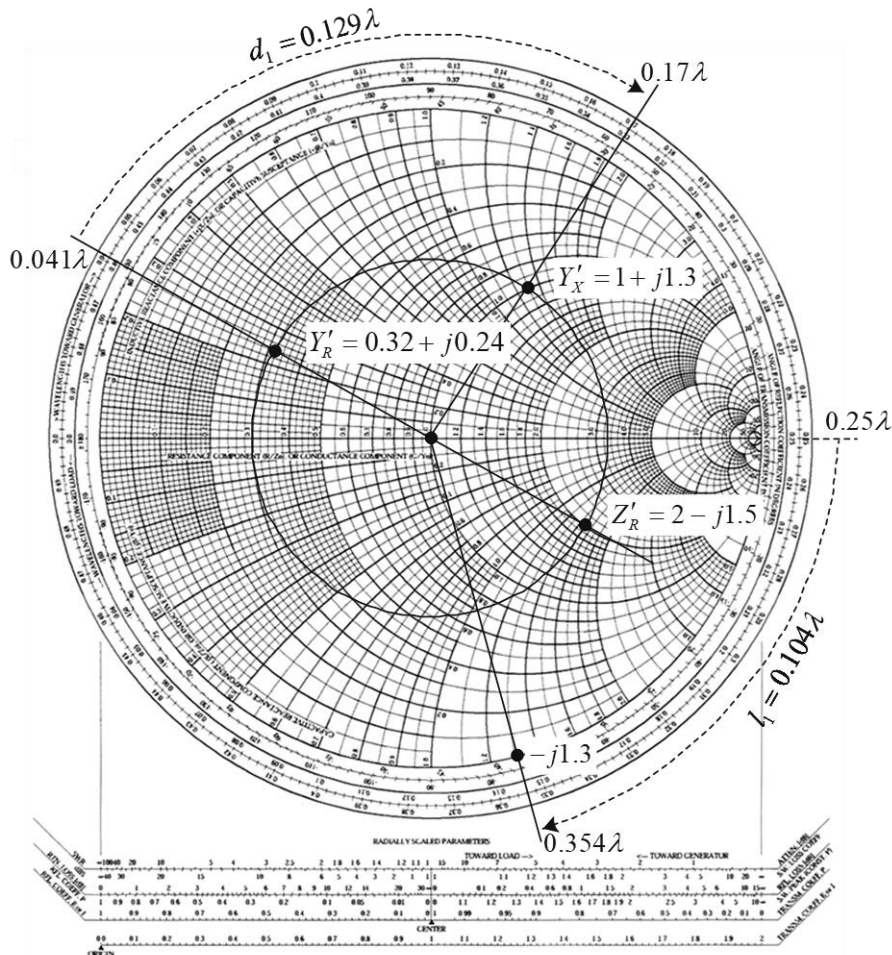
ผลเฉลย

1. คำนอร์มัลไลซ์อิมพีแดนซ์โหลด  $Z'_R = 2 - j1.5$
2. เขียนวงกลม VSWR และอ่านค่าได้ 3.36
3. คำนอร์มัลไลซ์แอดมิตแตนซ์โหลด  $Y'_R$ 
  - 3.1 ลากเส้นโหนดจากจุดพิคัดอิมพีแดนซ์โหลด  $Z'_R$  ผ่านจุดศูนย์กลางของชาร์ทเลยไปตัดกับเส้นรอบวง VSWR ที่จุดตัดของเส้นโหนดกับเส้นรอบวง VSWR เป็นค่านอร์มัลไลซ์แอดมิตแตนซ์โหลด  $Y'_R = 0.32 + j0.24$
  - 3.2 ลากเส้นโหนดเลยไปตัดวงกลมสเกล w.t.g. อ่านค่าได้  $0.041\lambda$  เป็นตำแหน่งของระนาบแอดมิตแตนซ์โหลด  $Y'_R$
4. หาตำแหน่งที่จะนำสตับไปต่อบนสายส่ง
  - 4.1 จากจุดพิคัดแอดมิตแตนซ์โหลด  $Y'_R$  ให้เลื่อนไปตามเส้นรอบวง VSWR เพื่อหาจุดพิคัด  $Y'_x = 1 + jX$  จะได้  $Y'_x = 1 + j1.3$
  - 4.2 ลากเส้นตรงจากจุดศูนย์กลางของชาร์ทผ่านจุดพิคัด  $Y'_x$  เลยไปตัดวงกลมนอกสุด อ่านค่าที่จุดตัดบนสเกลไปทางแหล่งกำเนิด (w.t.g) อ่านค่าได้  $0.17\lambda$  เป็นตำแหน่งของจุดต่อสตับ
  - 4.3 หาระยะตำแหน่งจุดต่อสตับที่ห่างจากระนาบแอดมิตแตนซ์โหลด ( $d_1$ ) คือระยะจาก  $0.041\lambda$  ไปถึง  $0.17\lambda$  นั่นคือ  $d_1 = 0.17\lambda - 0.041\lambda = 0.129\lambda$
  - 4.4 ตำแหน่งที่จะต้องนำสตับไปต่ออยู่ห่างจากระนาบโหนด  $d_1 = 0.129\lambda$  จะเป็นตำแหน่งที่  $Z_{(x)}$  ของสายส่งมีค่าส่วนจริงเท่ากับ  $R_0$  ของสายส่ง นั่นคือ  $R_{(x)} = R_0$
5. หาความยาวของสตับเดี่ยวแบบวงจรถัด
  - 5.1 สมิทชาร์ทที่ตำแหน่งขวามือสุดของวงจรถัดมีค่า  $VSWR = \infty$  (ถ้าดูที่สเกลสัมประสิทธิ์ของการสะท้อนกลับด้านล่างทางขวามือจะมีค่าสัมประสิทธิ์ของการสะท้อนกลับเท่ากับ “1” จะเป็นตำแหน่งระนาบโหนดของสายส่งแบบวงจรถัด
  - 5.2 หาค่าของสตับแมตช์ซึ่งที่จะนำมาต่อเพื่อให้สายส่งมีคุณสมบัติเป็น pure admittance เพราะฉะนั้นจะได้ค่าของซัสเซปแตนซ์  $Y'_S = -j1.3$

นั่นคือ  $Y'_T = Y'_x + Y'_S = 1 + j1.3 - j1.3 = 1$

  - 5.3 ลากเส้นตรงจากจุดศูนย์กลางของชาร์ทไปยังตำแหน่งของซัสเซปแตนซ์  $Y'_S = -j1.3$  เลยไปตัดกับวงกลมสเกล w.t.g. อ่านค่าที่จุดตัดได้  $0.354\lambda$

5.4 ความยาวของสตับคือ ระยะห่างระหว่างจุดที่  $VSWR = \infty$  ซึ่งอยู่ที่  $0.25\lambda$  กับจุดที่มีค่าซัสเซปแทนซ์  $Y'_S = -j1.3$  ซึ่งอยู่ที่  $0.354\lambda$  นั่นคือความยาวของสตับ  $l_1$   
 $l_1 = 0.354\lambda - 0.25\lambda = 0.104\lambda$



รูปที่ 5-18 การแมตซ์อิมพีแดนซ์ด้วยสตับเดี่ยวแบบวงจรถัด

**ตัวอย่างที่ 5.16**

สายส่งเส้นหนึ่งมีค่า  $Z_0$  เท่ากับ 50 โอห์ม ต่ออยู่กับอิมพีแดนซ์โหลด  $Z_R = 50 + j35$  โอห์ม จงหาตำแหน่งที่จะนำตัวแมตซ์อิมพีแดนซ์ไปต่อ และหาค่าอิมพีแดนซ์คุณลักษณะของตัวแมตซ์อิมพีแดนซ์ ( $\lambda/4$  line quarter wave matching)

**ผลเฉลย**

1. ค่านอร์แมลไลซ์อิมพีแดนซ์โหลด  $Z'_R = 1 + j0.7$
2. เขียนวงกลม VSWR อ่านค่าได้ 1.95
3. เขียนเส้นโหลดจากจุดศูนย์กลางชาร์ทผ่านจุด  $Z'_R$  เลย์ไปตัดวงกลมสเกล w.t.g.
4. ตำแหน่งคลื่นนิ่งบนชาร์ท ตรงกับระยะนาบโหลดบนสเกล w.t.g. ที่  $0.152\lambda$

5. หาดำแหน่งพิกัดที่เส้นรอบวงของวงกลม VSWR ไปตัดกับเส้นผ่านศูนย์กลางของชาร์ท จะเป็นตำแหน่งที่ส่วนค่าจริงของอิมพีแดนซ์เป็นค่าความต้านทานและค่าส่วนที่เป็นจินตภาพเท่ากับศูนย์ จะมีอยู่ 2 จุด คือ  $Z'_x = 1.95 + j0$  และ  $Z''_x = 0.51 + j0$

6. พิจารณาใช้จุดพิกัด  $Z'_x = 1.95 + j0$  ดำเนินการ

6.1 ลากเส้นตรงจากจุดศูนย์กลางของชาร์ทผ่านจุดพิกัด  $Z'_x = 1.95 + j0$  ไปตัดกับวงกลมสเกล w.t.g. จะได้จุดตัดที่  $0.25\lambda$

6.2 ระยะห่างจากระนาบโหลดเท่ากับ  $d_1 = 0.25 - 0.152\lambda = 0.098\lambda$  เป็นจุดที่จะนำตัวแมตซ์อิมพีแดนซ์  $\lambda/4$  ไปต่อบนสายส่ง ซึ่งจะเป็นจุดที่มี  $Z_{(x)}$  เป็นค่าความต้านทานแท้จริง คือ  $Z_{(x)} = Z'_x Z_0 = 1.95 \times 50 = 97.5$  โอห์ม

7. พิจารณาใช้จุดพิกัด  $Z''_x = 0.51 + j0$  ดำเนินการ

7.1 ลากเส้นตรงจากจุดศูนย์กลางของชาร์ทผ่านจุดพิกัด  $Z''_x = 0.51 + j0$  ไปตัดกับวงกลมสเกล w.t.g. จะได้จุดตัดที่  $0.5\lambda$

7.2 ระยะห่างจากระนาบโหลดเท่ากับ  $d'_1 = 0.5 - 0.152\lambda = 0.348\lambda$  เป็นจุดที่จะนำตัวแมตซ์อิมพีแดนซ์  $\lambda/4$  ไปต่อบนสายส่ง ซึ่งจะเป็นจุดที่มี  $Z_{(x)}$  เป็นค่าความต้านทานแท้จริง คือ  $Z_{(x)} = Z''_x Z_0 = 0.51 \times 50 = 25.5$  โอห์ม

8. คำนวณหาค่าอิมพีแดนซ์คุณลักษณะของตัวแมตซ์อิมพีแดนซ์ ต้องใช้สมการ

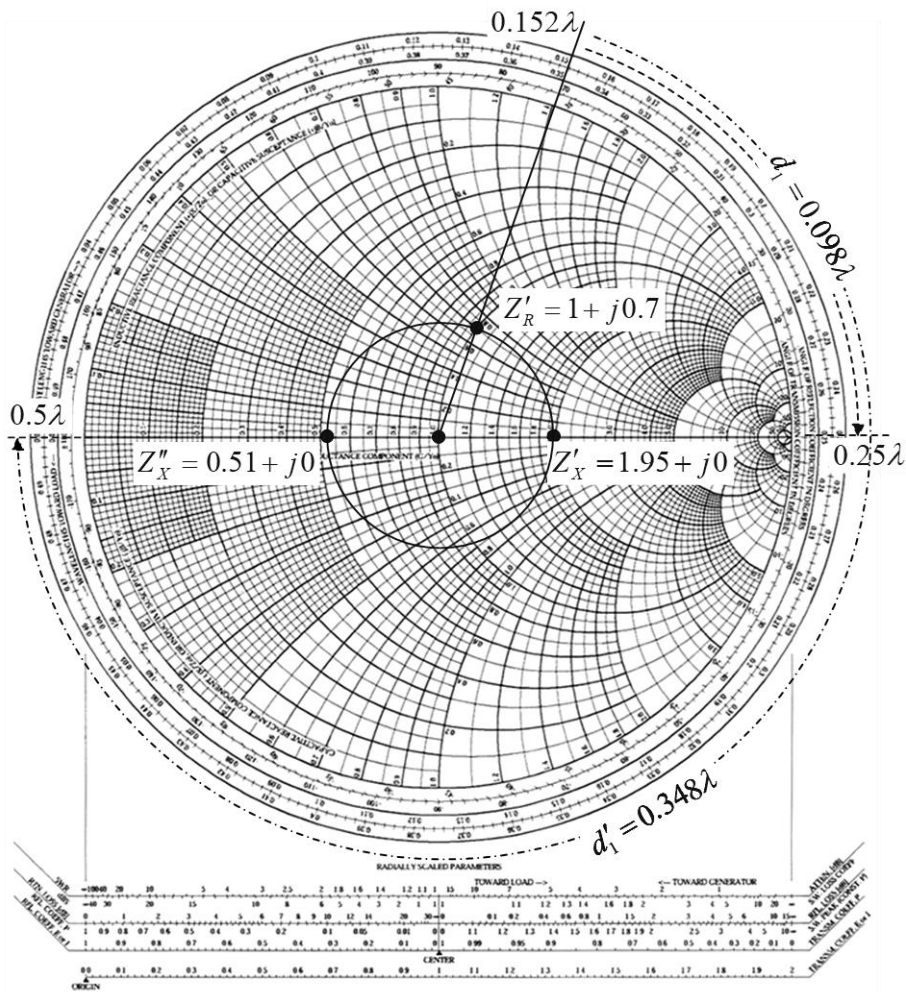
$$Z_0 = \sqrt{R_0 R_R}$$

$$R_0 = 50 \text{ โอห์ม}$$

$$R_R = R'_x R_0$$

$$R_R = R'_x R_0 = 1.95 \times 50 = 97.5 \text{ โอห์ม}$$

$$Z_0 = \sqrt{50 \times 97.5} = 70 \text{ โอห์ม}$$



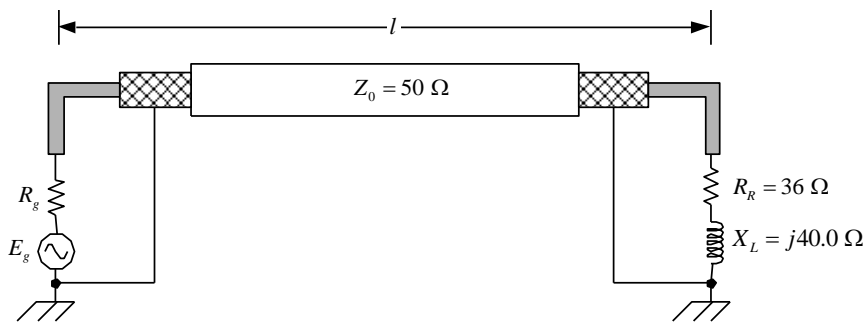
รูปที่ 5-19 การหาตำแหน่งที่นำตัวแมตซ์อิมพีแดนซ์ไปต่อบนสายส่งและหา  $Z_0$  ของตัวแมตซ์ซึ่ง

#### 5.4 การประยุกต์ใช้สมิทชาร์ท (Smith chart application)

จากหัวข้อ 6.2 เป็นการศึกษากการใช้สเกลต่างๆ ที่เป็นองค์ประกอบของสมิทชาร์ท ผู้ที่ศึกษาจะได้รับความรู้และทักษะจากตัวอย่างทั้ง 16 ตัวอย่างที่ผ่านมา ในหัวข้อ 6.3 จะใช้ตัวอย่างประกอบการอธิบายเพื่อเสริมความเข้าใจระบบสายส่งให้มากขึ้นและสามารถใช้สมิทชาร์ทในระบบงานจริงได้

##### ตัวอย่างที่ 5.17

จากรูปที่ 6.20 สายส่งเส้นหนึ่งมีค่า  $Z_0$  เท่ากับ 50 โอห์ม ต่ออยู่กับอิมพีแดนซ์โหลด ( $Z_R$ ) ที่เป็นจำนวนเชิงซ้อน เท่ากับ  $36 + j40$  โอห์ม สายส่งมีแฟกเตอร์ความเร็วเท่ากับ 0.8 หมายความว่า คลื่นที่แพร่กระจายในสายส่งจะมีความเร็ว 0.8 เท่าของความเร็วแสง สายส่งมีความยาว 28 เซนติเมตร ความถี่ดำเนินการ 4.6 GHz จะให้กำลังด้านออก (power output) 1.6 วัตต์ จงหาค่าต่าง ๆ โดยใช้สมิทชาร์ท



รูปที่ 6-20 สายส่งต่อกับอิมพีแดนซ์โหลด

จากรูปที่ 6.20	$F_V = 0.8$	$l = 28 \text{ cm}$
	$f = 4.5 \text{ GHz}$	$Z_0 = 50 \Omega$
	$R_g = 50 \Omega$	$Z_R = 36 + j40 \Omega$
	$P = 1.5 \text{ w}$	$V_C = 3 \times 10^8 \text{ m/sec}$

**ผลเฉลย**

1. นอร์แมลไลซ์โหลดอิมพีแดนซ์  $Z'_R$  เท่ากับ  $0.72 + j0.80$  โอห์ม
2. พล็อตค่า  $Z'_R$  ลงบนชาร์ท เขียนวงกลม VSWR และอ่านค่า 2.6
3. ที่ความถี่ดำเนินการ  $4.5 \text{ GHz}$  ความยาวคลื่นในสายส่ง ( $\lambda_p$ )

$$\lambda_p = \frac{F_V \times C}{f(\text{Hz})} = \frac{(3 \times 10^8)(0.80)}{4.5 \times 10^9} = \frac{2.4 \times 10^8}{4.5 \times 10^9} = 5.3 \text{ เซนติเมตร}$$

ดังนั้น  $\frac{\lambda}{2} = 2.65 \text{ เซนติเมตร}$

4. หาความยาวของสายส่งในเทอมของความยาวคลื่น  $l_p$

$$l_p = \frac{28}{5.3} = 5.28 \lambda_p$$

5. ลากเส้นโหลด (load line) อ่านค่าตำแหน่งของคลื่นยืนตรงระนาบโหลด คือ  $0.133 \lambda_p$
6. หนึ่งรอบของวงกลมเท่ากับ  $\lambda_p / 2$  ดังนั้นที่ความยาวสาย  $5.28 \lambda_p$  ให้อ่านรอบรอบ 10 รอบจะเหลือ  $0.28 \lambda_p$
7. นับจากพิกัดเส้นโหลดกับ w.t.g. ไปอีก  $0.28 \lambda_p$  คือ  $(0.1325 \lambda_p + 0.28 \lambda_p)$  เท่ากับ  $0.413 \lambda_p$
8. จากจุด  $0.413 \lambda_p$  ลากเส้นตรงไปยังจุดศูนย์กลางของชาร์ท

ค่า TLC (transmission loss coefficient) สามารถหาได้จากพารามิเตอร์สเกลที่เป็นเชิงเส้นได้ ถ้ามีสเกลสมิทชาร์ทบางแผ่นไม่มีก็สามารถคำนวณโดยใช้สมการที่ผ่านมา ถ้าไปหาจากสเกลก็จะได้ค่าเดียวกัน

5. หาค่าการสูญเสียย้อนกลับ (return loss) หาได้ตามกระบวนการของตัวอย่างที่ 12 จะได้  $-7.0\text{ dB}$  ถ้าจะใช้สมการ (การสูญเสียย้อนกลับ)  $R_T = 10\log(\Gamma_{PWR}) \text{ dB}$

$$R_T = \text{การสูญเสียย้อนกลับ}$$

$$\Gamma_{PWR} = \text{สัมประสิทธิ์การสะท้อนกลับกำลัง (0.294)}$$

6. หากำลังที่ถูกดูดกลืน (absorbed) โดยโหลดอิมพีแดนซ์

$$P_{abs} = P_{inc} - P_{ref}$$

$$P_{abs} = \text{กำลังงานที่โหลดดูดกลืน}$$

$$P_{inc} = \text{กำลังงานตกกระทบที่โหลด} = 1.6 \text{ W โจทย์กำหนด}$$

$$P_{ref} = \text{กำลังงานสะท้อนกลับ}$$

จากสมการ  $R_{T(dB)} = 10\log\left(\frac{P_{ref}}{P_{inc}}\right)$

$$-6.6 = 10\log\left(\frac{P_{ref}}{1.5}\right)$$

$$-0.66 = \log\left(\frac{P_{ref}}{1.5}\right)$$

$$10^{-0.66} = \frac{P_{ref}}{1.5}$$

$$P_{ref} \cong 0.3 \text{ วัตต์}$$

กำลังงานที่ดูดกลืนโดยโหลด ( $P_{abs}$ )

$$P_{abs} = P_{inc} - P_{ref}$$

$$= 1.5 - 0.3$$

$$= 1.2 \text{ วัตต์}$$

สรุป

1.  $VSWR = 2.6$

2.  $Y_R' = 0.62 - j0.69$

3.  $VSWR(dB) = 8.3$

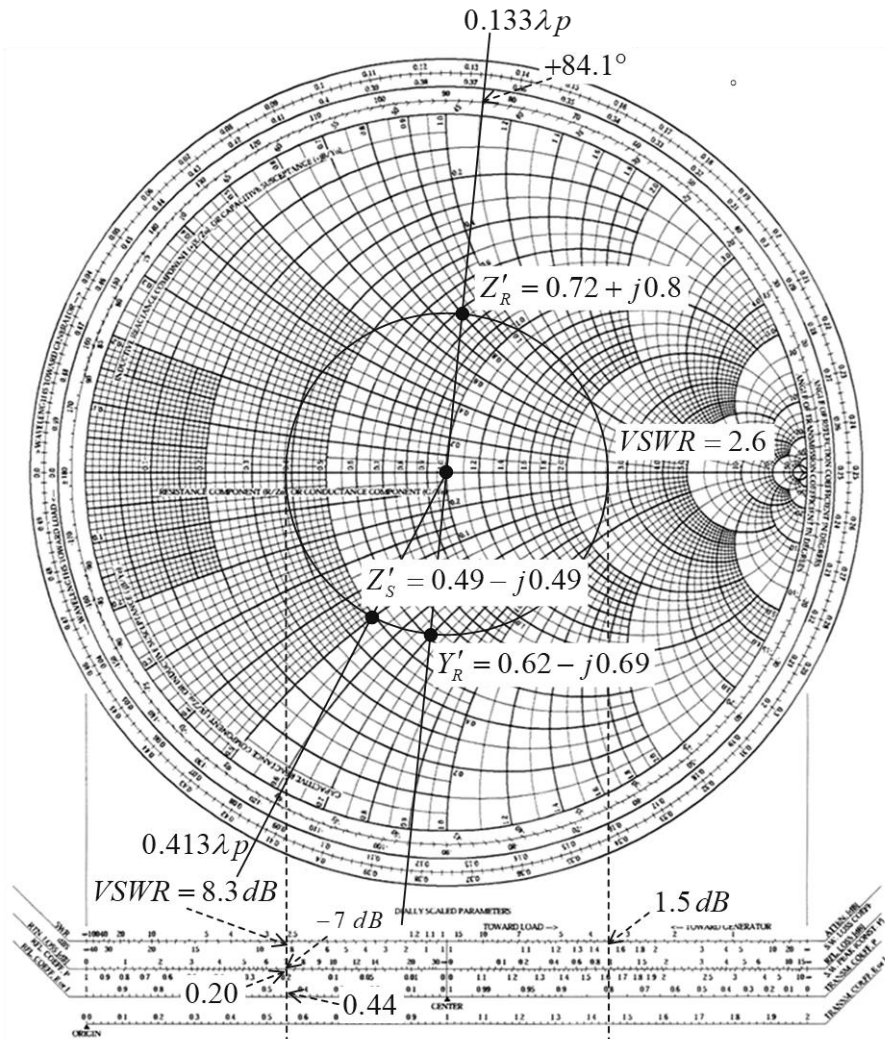
4. สัมประสิทธิ์การสะท้อนกลับของแรงดัน = 0.44

5. สัมประสิทธิ์การสะท้อนกลับของกำลัง = 0.20

6. มุมของสัมประสิทธิ์สะท้อนกลับ =  $84.1^\circ$

7. การสูญเสียย้อนกลับ =  $-7\text{ dB}$  ดี.บี.

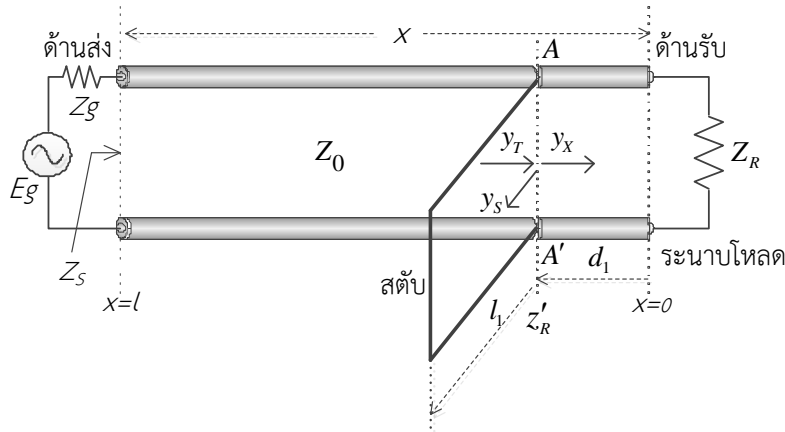
8. สัมประสิทธิ์การสูญเสียของสายส่ง = 1.67
9. กำลังงานสะท้อนกลับ 0.3 วัตต์
10. กำลังงานที่โหลดดูดกลืน 1.2 วัตต์



รูปที่ 5-21 แสดงการใช้สมิทชาร์ทหาค่าพารามิเตอร์บนระบบของสายส่ง

ตัวอย่างที่ 5.18 (การใช้สมิทชาร์ทกับการแมตช์อิมพีแดนซ์ด้วยสตัป)

สายส่งเส้นหนึ่งมี  $Z_0$  เท่ากับ 50 โอห์ม ต่อกับอิมพีแดนซ์โหลด  $Z_R$  เท่ากับ  $100 + j60$  โอห์ม จงใช้สตัปเดี่ยวแบบวงจรถัด เป็นตัวแมตช์อิมพีแดนซ์



รูปที่ 5-22 ระบบของสายส่งที่แมตช์อิมพีแดนซ์ด้วยสตัปเดี่ยวแบบวงจรถัด

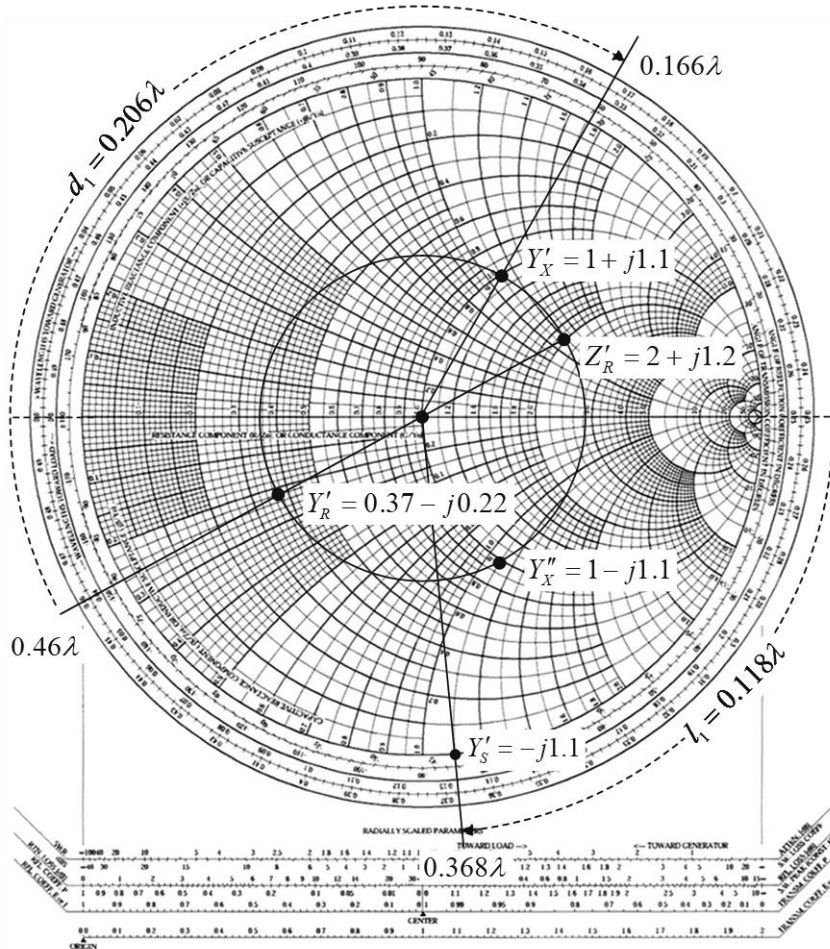
ผลเฉลย

1. นอร์แมลไลซ์อิมพีแดนซ์โหลด  $Z'_R = 2 + j1.2$
2. พล็อตค่า  $Z'_R$  ลงบนชาร์ท
3. เขียนวงกลม VSWR
4. ลากเส้นโหลดผ่านจุดตัดเส้นรอบวง VSWR แล้วเลยไปตัดสเกล w.t.g. อ่านค่านอร์แมลไลซ์แอดมิตแตนซ์โหลด  $Y'_R$  เท่ากับ  $0.37 - j0.22$
5. อ่านค่าบนสเกล w.t.g. ของ  $Y'_R$  ได้  $0.46\lambda$
6. จากเส้นวงกลม VSWR ไปหาจุดตัดกับเส้นรอบวงของวงกลม R เท่ากับ 1 จะพบจุดพิกต์ 2 จุดคือ  $1.0 + j1.1$  และ  $1 - j1.1$  เป็นค่า  $Y'(x)$
7. ลากเส้นแอดมิตแตนซ์ของข้อ 7 กับสเกล w.t.g. เส้นที่ผ่านจุดพิกต์  $1.0 + j1.1$  อ่านได้  $0.166\lambda$  และเส้น  $1.0 - j1.1$  อ่านได้  $0.336\lambda_p$
8. ตำแหน่งที่จะต่อสตัปจุดแรกคือ  $d_1$  (ไปทาง w.t.g) จะได้
 
$$d_1 = (0.5 - 0.46) + 0.166$$

$$d_1 = 0.206\lambda$$
9. หาค่าความยาวของสตัปแบบวงจรถัด ทำได้โดยการหาจุด 2 จุดบนชาร์ท จุดแรกจะอยู่ที่ค่า  $Y'_B$  เท่ากับ อนันต์อยู่ทางขวามือของชาร์ทอยู่บนเส้นที่ให้ค่าความนำ ( $G$ ) เป็นค่าแท้จริง จุดที่สองจะอยู่ที่จุด ค่า  $Y'_S$  เท่ากับ  $0 - j1.1$  จะเห็นว่าจุดที่สองจะมีค่าซีสเซบแดนซ์มีขนาดเท่ากับค่า  $Y'_X$  เท่ากับ  $1 + j1.1$
10. จากจุด  $-j1.1$  ลากเส้นผ่านจุดตัดกับสเกล w.t.g. และลากเส้นไปที่จุดศูนย์กลางของชาร์ท อ่านค่าตำแหน่งบนคลีนนิ่ง (ที่สเกล w.t.g) ได้  $0.368\lambda_p$

11. คำนวณค่า  $l_1$  (ความยาวสตับ) เท่ากับ  $0.368\lambda_p$  ส่วนอีกจุดหนึ่งที่ VSWR เท่ากับอนันต์ ( $\infty$ ) จะมีค่าตำแหน่งของคลื่นนิ่งเท่ากับ  $0.25\lambda_p$ 

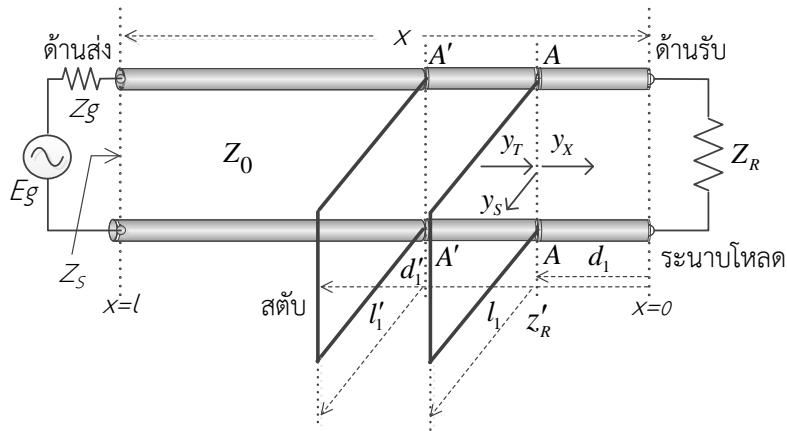
$$l_1 = (0.368 - 0.25)\lambda_p = 0.118\lambda_p$$
12. จุดที่จะนำสตับไปต่อ  $d_1$  อยู่ห่างจากระนาบโหนด  $0.206\lambda_p$  และใช้ความยาวของสตับแบบวงจรลัด  $l_1$  เท่ากับ  $0.118\lambda_p$
13. ข้อสังเกตความยาวคลื่นใช้  $\lambda_p$  เป็นความยาวคลื่นที่แพร่กระจายบนสายส่ง



รูปที่ 5-23 การแมตซ์อิมพีแดนซ์โดยใช้สมิทชาร์ท

ตัวอย่างที่ 5.19 (การใช้สมิทชาร์ทกับการแมตซ์อิมพีแดนซ์ด้วยสตับ)

จากโจทย์ในตัวอย่างที่ 5.18 ให้หาตำแหน่งที่จะต่อสตับเดียวในตำแหน่งที่ 2 และความยาวของสตับ



ผลเฉลย

- ลากเส้นแอดมิตแตนซ์ กับสเกล w.t.g. เส้นที่ผ่านจุดพิกัด  $1.0 + j1.1$  อ่านได้  $0.166\lambda$  และเส้น  $1.0 - j1.1$  อ่านได้  $0.336\lambda_p$

- ตำแหน่งที่จะต่อสตับจุดที่ 2 คือ  $d'_1$  (ไปทาง w.t.g) จะได้

$$d'_1 = (0.5 - 0.46) + 0.336$$

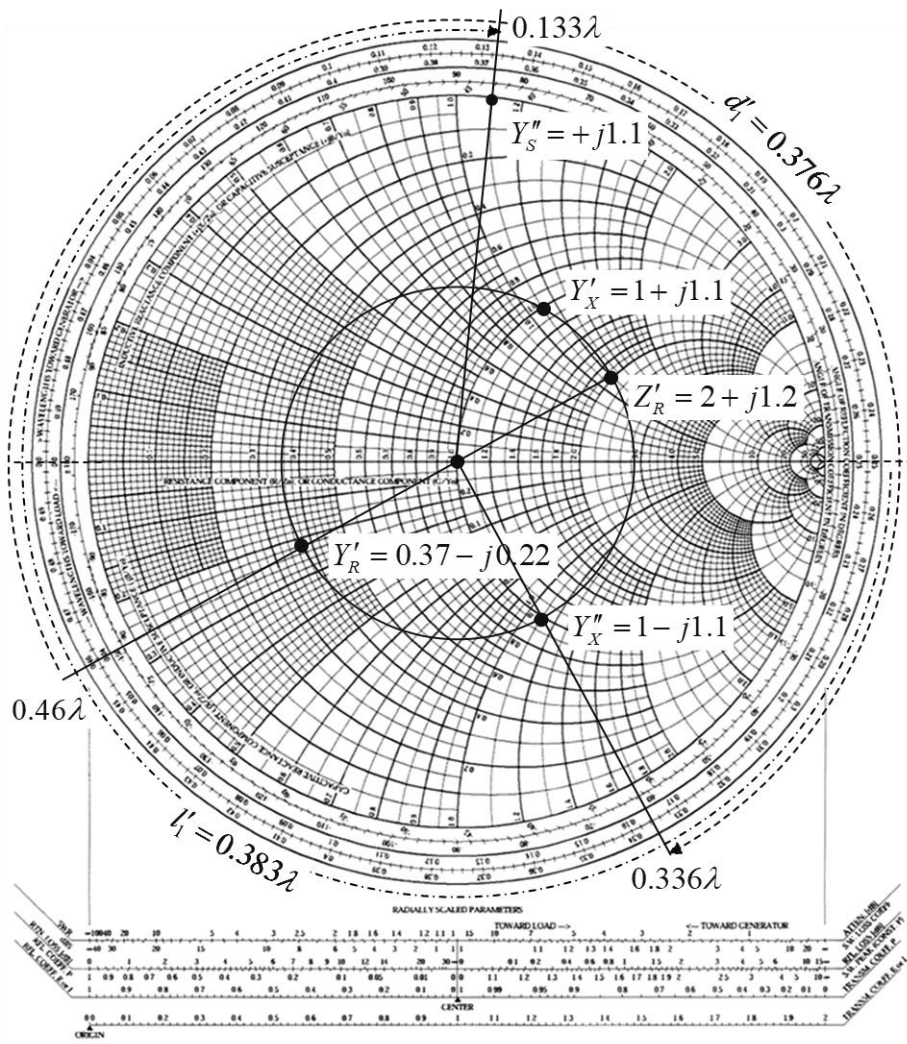
$$d'_1 = 0.376\lambda_p$$

- หาค่าความยาวของสตับแบบวงจรถัด ทำได้โดยการหาจุด 2 จุดบนชาร์ท จุดแรกจะอยู่ที่ค่า  $Y'_B$  เท่ากับอนันต์อยู่ทางขวามือของชาร์ทอยู่บนเส้นที่ให้ค่าความนำ ( $G$ ) เป็นค่าแท้จริง จุดที่สองจะอยู่ที่จุด ค่า  $Y'_S$  เท่ากับ  $0 + j1.1$  จะเห็นว่าจุดที่สองจะมีค่าซัสเซบแดนซ์มีขนาดเท่ากับค่า  $Y'_X$  เท่ากับ  $1 - j1.1$

- จากจุด  $+j1.1$  ลากเส้นผ่านไปตัดกับสเกล w.t.g. และลากเส้นไปที่จุดศูนย์กลางของชาร์ท อ่านค่าตำแหน่งบนคลื่นนิ่ง (ที่สเกล w.t.g) ได้  $0.133\lambda_p$

$$l'_1 = (0.5 - 0.25) + 0.133 = 0.383\lambda_p$$

- จุดที่จะนำสตับไปต่อ  $d'_1$  อยู่ห่างจากระนาบโหลด  $0.376\lambda_p$  และใช้ความยาวของสตับแบบวงจรถัด  $l'_1$  เท่ากับ  $0.383\lambda_p$



## บทที่ 6

การแมตช์อิมพีแดนซ์  
(Impedance matching)

## 6.1 บทนำ

จากบทที่ผ่านมาได้กล่าวถึงแบบของสายส่ง คุณสมบัติของสายส่งรวมทั้งค่า SWR ที่เกิดขึ้นบนสายส่ง และได้ทราบว่าถ้า SWR มีค่ามากกว่า 1 จะมีผลทำให้เกิดการสูญเสียกำลังงานในสายส่ง ในทางปฏิบัติได้จำกัดค่า SWR บนสายส่งไม่เกิน 1.5 ถ้าเกินจะมีการสูญเสียกำลังงานมากขึ้น ซึ่งเป็นเงื่อนไขที่วิศวกรผู้ออกแบบระบบหรือดูแลระบบจะทราบดี ดังนั้นในบทนี้จะพิจารณาหลักการแมตช์อิมพีแดนซ์ทางด้านรับเป็นหลัก คือ ถ้า  $Z_0 \neq Z_R$  จะมีการสูญเสียกำลังงานในระบบของสายส่งและในทางปฏิบัติสายส่งที่ใช้ในย่านความถี่วิทยุส่วนมากจะใช้สายโคแอกเชียล และสายโคแอกเชียลที่ผลิตจากโรงงานจะมีหลายขนาด หลายแบบ และโรงงานผลิตจะบอกคุณสมบัติของสายส่งมาให้เช่น ค่า อิมพีแดนซ์ ( $Z_0$ ) แปกเตอร์ความเร็ว ความจุไฟฟ้า เส้นผ่านศูนย์กลาง สารไดอิเล็กตริก และแรงดันใช้งานสูงสุด ซึ่งจะเป็นประโยชน์ต่อผู้ใช้ และโหลดของระบบสายส่ง โดยเฉพาะในหนังสือเล่มนี้จะเป็นสายอากาศ ซึ่งระบบของสายอากาศจะมีความยาวในเทอมของความยาวคลื่นและจะตอบสนองกับความถี่ดำเนินการ ดังนั้นในทางปฏิบัติ ค่าอิมพีแดนซ์ของสายอากาศที่จะใช้เป็นโหลดในระบบของสายส่ง จะเป็นจำนวนเชิงซ้อน (complex number) จะเป็นค่าความต้านทานแท้จริงไม่มีค่าจินตภาพ นอกจากคิดในทางอุดมคติเท่านั้น ตามปกติ  $Z_0 = R_0$  และ  $Z_R = R_R \pm jX$  เมื่อพิจารณา  $Z_0$  กับ  $Z_R$  ถึงแม้  $R_0 = R_R$  ก็ยังไม่แมตช์กัน เพราะใน  $Z_R$  ยังมีค่ารีแอคแตนซ์ประกอบอยู่ และจะทำให้เกิดการสูญเสียกำลังงานในระบบของสายส่ง ดังนั้นการแมตช์อิมพีแดนซ์เป็นกระบวนการที่ทำให้  $R_0 = R_R$  และลดทอนค่า  $\pm jX$  ให้เหลือน้อยที่สุดหรือให้หมดไป ที่จะทำให้ SWR ไม่เกิน 1.5 ก็จะถือว่า อิมพีแดนซ์โหลดกับสายส่งแมตช์กัน

## 6.2 การแมตช์อิมพีแดนซ์ โดยการใช้สตับ (Stub impedance matching)

สตับ (Stub) คือ สายส่งท่อนสั้นๆ ที่มีปลายของสายด้านหนึ่งเป็นวงจรปลายเปิดหรือวงจรลัด และถูกนำมากำหนดความยาวให้มีค่าอินพุตอิมพีแดนซ์ที่มองไปทางปลายด้านที่เป็นวงจรเปิดหรือวงจรลัด เป็นค่ารีแอคแตนซ์แท้จริง (Pure reactance) จะเป็นค่ารีแอคแตนซ์ความเหนี่ยวนำ ( $jX_L$ ) หรือค่ารีแอคแตนซ์ความจุ ( $jX_C$ ) ขึ้นอยู่กับค่ารีแอคแตนซ์ของอิมพีแดนซ์โหลดและตำแหน่งที่จะนำไปต่อ เช่น สายส่งเส้นหนึ่งมี  $Z_R = R_R + jX_L$  และ  $Z_0 = R_0$  นั้นแสดงว่าอิมพีแดนซ์ไม่แมตช์กัน จะจัดทำให้แมตช์กันโดยใช้สตับ ก็จะต้องพิจารณาค่าตำแหน่งที่จะนำสตับไปต่อ และความยาวของสตับ ดังต่อไปนี้

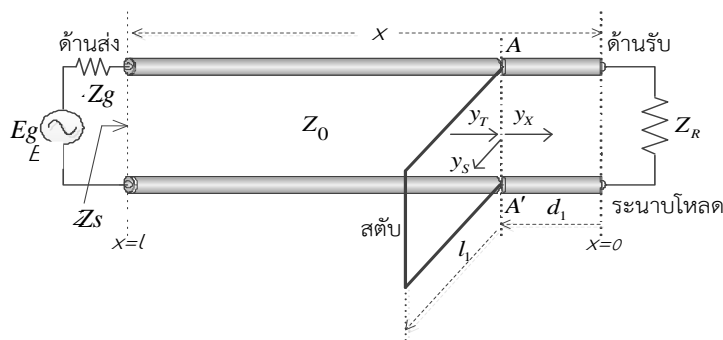
ถ้า  $Z_R = R_R + jX_L$ ,  $Z_0 = R_0$  ต้องไปหาดำแหน่งที่จะนำสตับไปต่อ ( $d_1$ ) เป็นระยะที่ห่างจากระนาบโหลด ทำให้อิมพีแดนซ์บนสายส่ง  $Z_x = R_0 - jX_C$  แสดงว่าที่ตำแหน่ง  $d_1$ ,  $R_0 = R_R$  ก็ยังเหลือ  $-jX_C$  ที่จะต้องกำจัด โดยการนำสายท่อนสั้นๆ ที่ปลายด้านหนึ่งเป็นวงจรเปิดหรือวงจรลัด จะได้พิจารณาในตอนต่อไป

ถ้าสมมติว่าใช้สตัดแบบปลายวงจรลัด ก็ต้องเลือกความยาว ( $l_1$ ) ของสตัดให้อิมพีแดนซ์เป็นค่ารีแอกแตนซ์เหนี่ยวนำ ( $+jX_L$ ) เท่ากับรีแอกแตนซ์ความจุ ( $-jX_C$ ) เมื่อนำสตัดที่มีความยาวเท่ากับ  $l_1$  มีค่ารีแอกแตนซ์  $+jX_L$  ไปต่อที่ระยะห่างจากระนาบโหลด  $d_1$  จะได้  $Z_x = R_0 - jX_C + jX_L = R_0$  ณ ที่ตำแหน่ง  $d_1$  ก็ถือว่าตำแหน่งนั้นอิมพีแดนซ์ก็จะแมตช์กัน

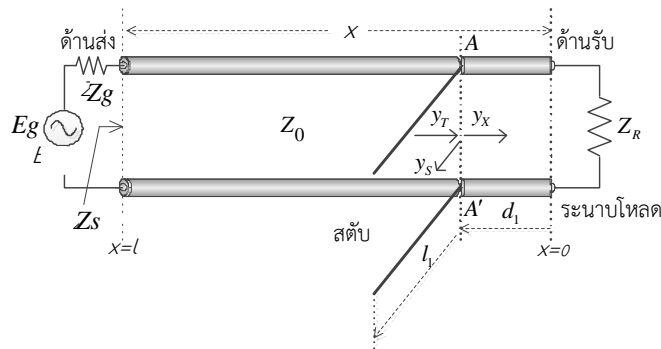
### 6.3 ชนิดของสตัด (Type of stubs)

#### 6.3.1 สตัดเดี่ยว (Single stubs)

1. สตัดเดี่ยวแบบปลายวงจรลัด (short circuit stub)
2. สตัดเดี่ยวแบบปลายวงจรเปิด (open circuit stub)



รูปที่ 6-1 รูปแบบการต่อสตัดเดี่ยวแบบปลายวงจรลัด



รูปที่ 6-2 รูปแบบการต่อสตัดเดี่ยวแบบปลายวงจรเปิด

การนำสตัดไปต่อขนานกับสายส่งดังแสดงในรูปที่ 6-1 และ 6-2 เพื่อสะดวกในการคำนวณ จะใช้ค่าแอดมิตแตนซ์ ( $Y$ ) แทนค่าอิมพีแดนซ์ ( $Z$ ) โดยค่าแอดมิตแตนซ์จะประกอบด้วยสองส่วนดังสมการคือ

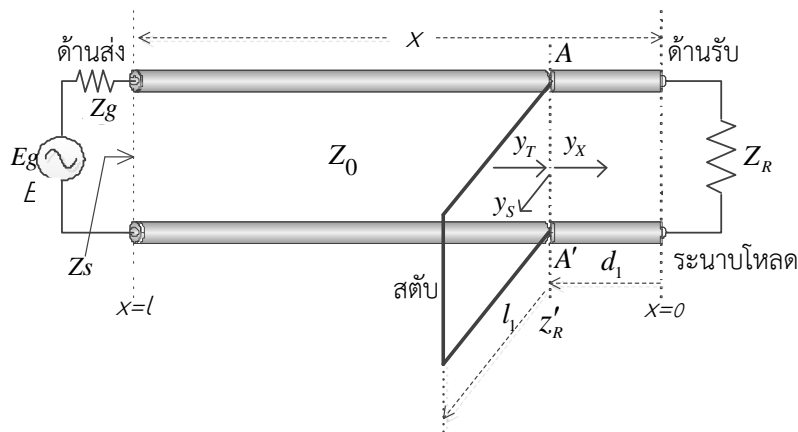
$$Y = G \pm jB \tag{6-1}$$

เมื่อ  $Y$  = ค่าแอดมิตแตนซ์ เป็นส่วนกลับของค่าอิมพีแดนซ์  $\left(\frac{1}{Z}\right)$   
 $G$  = ค่าคอนดักแตนซ์ เป็นส่วนกลับของความต้านทาน  $\left(\frac{1}{R}\right)$

$$B = \text{ค่าซัสเซปแตนซ์ เป็นส่วนกลับของค่ารีแอกแตนซ์} \left( \frac{1}{jX} \right)$$

ดังนั้น  $Z = R \pm jX$  (6-2)

6.3.2 การแมตช์อิมพีแดนซ์โดยใช้สตับเดี่ยวแบบวงจรถัด (Impedance matching by short circuit single stub)



รูปที่ 6-3 การแมตช์อิมพีแดนซ์ด้วยสตับเดี่ยวแบบวงจรถัด

การนำสมการแพร่กระจายของแรงดันและกระแสบนสายส่งมาร่วมพิจารณาคือ

$$E = E_R \cos \beta x + jI_R Z_0 \sin \beta x \quad (6-3)$$

$$I = I_R \cos \beta x + j \frac{E_R}{Z_0} \sin \beta x \quad (6-4)$$

ในกรณีสตับเป็นแบบปลายวงจรถัด สมการที่ (6-3) กับ (6-4) ให้  $Z_R = 0$  จะได้ตั้งสมการที่ (6-5) และ (6-6)

$$E_{sc} = jI_R Z_0 \sin \beta x \quad (6-5)$$

$$I_{sc} = I_R \cos \beta x \quad (6-6)$$

$E_{sc}$  เป็นแรงดันอินพุต และ  $I_{sc}$  เป็นกระแสอินพุตของสตับแบบปลายวงจรถัด เช่นเดียวกับที่ปลายของสตับเป็นวงจรเปิด  $Z_R = \infty$  สมการแรงดันและกระแสจะได้ตั้งสมการที่ (6-7) และ (6-8)

$$E_{oc} = E_R \cos \beta x \quad (6-7)$$

$$I_{oc} = j \frac{E_R}{Z_0} \sin \beta x \quad (6-8)$$

เป็นแรงดันอินพุต และ  $I_{oc}$  เป็นกระแสอินพุตของสลับแบบปลายวงจรเปิด จากสมการของแรงดันที่เกิดขึ้นบนสายส่ง นำมาพิจารณาคือ

$$E = \frac{E_R (Z_R + Z_0)}{2Z_R} (e^{j\beta x} - \Gamma e^{-j\beta x}) \quad (6-9)$$

จากสมการ (6-9) หาค่า  $V_{max}$  ที่ระนาบโหนดที่  $x=0$  เทอม  $(e^{j\beta x} - \Gamma e^{-j\beta x})$  ที่  $x=0$  จะเป็น  $(1-\Gamma)$  แต่ต้องการหา  $V_{max}$  เทอมคลื่นตกกระทบกับคลื่นสะท้อนต้องมีเฟสเดียวกัน ดังนั้น  $(1-\Gamma)$  จะต้องถูกเปลี่ยนเป็น  $(1+\Gamma)$

ถ้าต้องการหา  $V_{min}$  ที่ระนาบโหนด คลื่นตกกระทบกับคลื่นสะท้อนต้องมีเฟสต่างกัน 180 องศา (Out of phase) ดังนั้น  $V_{min}$  ที่  $x=0$  จะได้  $(1-\Gamma)$

เนื่องจากค่าแรงดันและกระแสอยู่ในสายส่ง จะใช้ค่า  $V$  และ  $I$  แทนตามลำดับ ดังนั้นจากสมการ (6-9) หา  $V_{max}$  และ  $V_{min}$  ที่ระนาบโหนดจะได้ โดยให้  $Z_0 = R_0$

$$V_{max} = \frac{I_R (Z_R + R_0)}{2} (1+\Gamma) \quad (6-10)$$

$$V_{min} = \frac{I_R (Z_R + R_0)}{2} (1-\Gamma) \quad (6-11)$$

ดังนั้น

$$SWR = \frac{V_{max}}{V_{min}} = \frac{1+|\Gamma|}{1-|\Gamma|} \quad (6-12)$$

$$\Gamma = \frac{SWR-1}{SWR+1} \quad (6-13)$$

จากสมการ (6-10) และ (6-11) หาค่ากระแส จะได้

$$I_{max} = \frac{I_R (Z_R + R_0)}{2R_0} (1+\Gamma) \quad (6-14)$$

$$I_{min} = \frac{I_R (Z_R + R_0)}{2R_0} (1-\Gamma) \quad (6-15)$$

หาค่าอิมพีแดนซ์ ( $Z$ ) จะได้

$$Z_{max} = \frac{V_{max}}{I_{min}} = R_0 \frac{1+\Gamma}{1-\Gamma} = R_0 \times SWR \quad (5-16)$$

$$Z_{min} = \frac{V_{min}}{I_{max}} = R_0 \frac{1-\Gamma}{1+\Gamma} = \frac{R_0}{SWR} \quad (5-17)$$

แทนค่า  $Z_{\min}$

$$\frac{R_0}{\rho} = R_0 \frac{Z_R + jR_0 \tan \beta x_{(V \min)}}{R_0 + jZ_R \tan \beta x_{(V \min)}} \quad (6-24)$$

$$R_0 + jZ_R \tan \beta x_{(V \min)} = \rho Z_R + j\rho R_0 \tan \beta x_{(V \min)}$$

$$R_0 - j\rho R_0 \tan \beta x_{(V \min)} = \rho Z_R - jZ_R \tan \beta x_{(V \min)}$$

$$R_0(1 - j\rho \tan \beta x_{(V \min)}) = Z_R(\rho - j \tan \beta x_{(V \min)})$$

$$Z_R = R_0 \frac{1 - j\rho \tan \beta x_{(V \min)}}{\rho - j \tan \beta x_{(V \min)}} \quad (6-25)$$

ณ จุดที่ต่อสตัด์จะได้

$$Y_x = \frac{1}{R_0} + jB \quad (6-26)$$

ในกรณีสตัด์เป็นแบบปลายวงจรลัด  $Y_s = \pm jB$  ขึ้นอยู่กับความยาวของสตัด์ ( $l_1$ ) และจากสมการ (5-26) ต้องใช้  $Y_s = -jB$  จะได้ดังสมการ (6-27)

$$Y_T = Y_x + Y_s = \frac{1}{R_0} + jB - jB = \frac{1}{R_0}$$

$$Y_T = Y_x + Y_s = \frac{1}{R_0} + jB - jB = G_0 \quad (6-27)$$

จากสมการ (6-27) ตรงตำแหน่งที่นำสตัด์ไปต่อ ( $A-A'$ ) เมื่อมองไปทางโหลดจะพบ  $Z'_R = R_0$  ถือว่าแมตช์กันได้ (Matched) ระหว่างสายส่งกับโหลด ในทางปฏิบัติจุดที่นำสตัด์ไปต่อ ( $A-A'$ ) จะมีความยาวห่างจากระนาบโหลด ( $x=0$ ) น้อยกว่า  $\frac{\lambda}{4}$  จะถือความยาวดังกล่าวไม่มีการสูญเสียกำลังงาน และไม่ต้องนำทฤษฎีของสายส่งมาใช้คำนวณหาค่าการสูญเสียกำลังงานในสายส่งช่วงความยาวดังกล่าว

ดังนั้นการแมตช์อิมพีแดนซ์ระหว่างสายส่งกับโหลดโดยการใช้สตัด์ ต้องคำนึงถึงสิ่งที่สำคัญอีกประการหนึ่ง คือ ความยาวของสตัด์ที่มีค่ารีแอกแตนซ์ตรงข้ามกับค่ารีแอกแตนซ์บนสายตรงจุดต่อ และการเลือกจุดต่อสตัด์ในทางปฏิบัติจะต่อตรงจุดที่ใกล้กับจุดบนสายส่งที่มีแรงดันต่ำสุด

จากรูปที่ 6-3

$Y_s$  = ค่าแอดมิตแตนซ์ของสตัด์ตรงจุดต่อมองไปทางปลายสตัด์ที่เป็นวงจรลัด

$Y_x$  = ค่าแอดมิตแตนซ์บนสายส่งตรงจุดต่อ

$Y_T$  = ค่าแอดมิตแตนซ์ตรงจุดต่อเมื่อต่อสตัด์แล้ว

$$Y_T = Y_x + Y_s = G_0 \quad (6-28)$$

สมการ (6-28) เป็นสมการของแอดมิตแตนซ์ที่จุดต่อ เมื่อต่อสตั๊บลแล้ว และ  $Y_T = G_0$  ถือว่าอิมพีแดนซ์แมตช์กัน (Matched) และจะได้ว่า

$$\frac{Y_T}{G_0} = \frac{Y_x}{G_0} + \frac{Y_s}{G_0} = 1 \quad (6-29)$$

สมการ (6-29) เป็นสมการที่มีค่าเป็นนอร์มัลไลซ์แอดมิตแตนซ์ ( $Y'$ ) นั่นคือ

$$Y'_T = \frac{Y_T}{G_0}, \quad Y'_x = \frac{Y_x}{G_0}, \quad Y'_s = \frac{Y_s}{G_0} \quad (6-30)$$

จากสมการ (6-5) และ (6-6)

$$\begin{aligned} Z_{x(SC)} &= \frac{E_{SC}}{I_{SC}} \\ Z_{x(SC)} &= jR_0 \tan \beta x \end{aligned} \quad (6-31)$$

จากสมการ (6-31) เปลี่ยนค่า  $Z$  เป็น  $Y$

$$Y_{S(SC)} = -jG_0 \cot \beta x \quad (6-32)$$

$$Y'_{(SC)} = -j \cot \beta x \quad (6-33)$$

จากสมการ (6-30) ค่าแอดมิตแตนซ์ตรงจุดต่อ

$$Y'_x = 1 - Y'_s \quad (5-34)$$

จาก

$$\begin{aligned} Z_x &= Z_0 \frac{Z_R + jZ_0 \tan \beta x}{Z_0 + jZ_R \tan \beta x} \\ Y_x &= Y_0 \frac{Y_R + jY_0 \tan \beta x}{Y_0 + jY_R \tan \beta x} \end{aligned} \quad (6-35)$$

$$Y'_x = \frac{Y'_R + j \tan \beta x}{1 + jY'_R \tan \beta x} \quad (6-36)$$

จากสมการ (6.36) และ  $Y'_R = g_R + jb_R$

$$\begin{aligned} Y'_x &= \frac{g_R + jb_R + j \tan \beta x}{1 + j(g_R + jb_R) \tan \beta x} \\ Y'_x &= \frac{g_R + j(b_R + \tan \beta x)}{(1 - b_R \tan \beta x) + jg_R \tan \beta x} \end{aligned} \quad (6-37)$$

## 251 เครือข่ายการสื่อสารและสายส่ง

จากสมการ (6.34) และแทนค่า  $Y'_s = -j \cot \beta x$

$$\begin{aligned} Y'_x &= 1 - Y'_s \\ Y'_x &= 1 + j \cot \beta x \end{aligned}$$

กำหนดให้  $x = l_1$  เป็นความยาวของสตับ

$$Y'_x = 1 + j \cot \beta l_1 \quad (6-38)$$

สมการ (6-37) แทนค่า  $x = d_1$  เป็นความยาวของสายส่งระหว่างจุดต่อสตับกับระนาบโหนด ดังรูปที่ 6-3 และแทนค่า  $Y'_x$  ในสมการ (6-38)

$$\frac{g_R + j(b_R + \tan \beta d_1)}{1 - b_R \tan \beta d_1 + jg_R \tan \beta d_1} = 1 + j \cot \beta l_1 \quad (6-39)$$

$$g_R + j(b_R + \tan \beta d_1) = (1 + j \cot \beta l_1)(1 - b_R \tan \beta d_1 + jg_R \tan \beta d_1)$$

$$g_R + jb_R + j \tan \beta d_1 = 1 - b_R \tan \beta d_1 + jg_R \tan \beta d_1$$

$$+ j \cot \beta l_1 - jb_R \tan \beta d_1 \cot \beta l_1 + j^2 g_R \tan \beta d_1 \cot \beta l_1$$

$$g_R + jb_R + j \tan \beta d_1 - 1 + b_R \tan \beta d_1 - jg_R \tan \beta d_1 - j \cot \beta l_1 + jb_R \tan \beta d_1 \cot \beta l_1$$

$$- j^2 g_R \tan \beta d_1 \cot \beta l_1 = 0$$

$$g_R + jb_R + j \tan \beta d_1 - 1 + b_R \tan \beta d_1 - jg_R \tan \beta d_1 - j \cot \beta l_1 + jb_R \tan \beta d_1 \cot \beta l_1$$

$$+ g_R \tan \beta d_1 \cot \beta l_1 = 0$$

จัดเทอมของสมการให้อยู่ในรูปจำนวนเชิงซ้อน

$$g_R - 1 + b_R \tan \beta d_1 + g_R \tan \beta d_1 \cot \beta l_1 + jb_R + j \tan \beta d_1 - jg_R \tan \beta d_1 - j \cot \beta l_1$$

$$+ jb_R \tan \beta d_1 \cot \beta l_1 = 0$$

$$g_R - 1 + b_R \tan \beta d_1 + g_R \tan \beta d_1 \cot \beta l_1 + j(b_R + \tan \beta d_1 - g_R \tan \beta d_1 - \cot \beta l_1$$

$$+ b_R \tan \beta d_1 \cot \beta l_1) = 0 \quad (6.40)$$

จะเห็นว่าสมการ (6.40) เป็นจำนวนเชิงซ้อน (Complex number) เมื่อกระจายนิพจน์ออกไปแล้วให้สมการเท่ากับศูนย์ เช่น

$$A + jB = 0 \quad (6-41)$$

เมื่อ  $A$  เป็นค่าส่วนจริง,  $jB$  เป็นค่าส่วนจินตภาพ จากสมการ (5.40) หากค่า  $A = 0$  และ  $jB = 0$  สมการ (6-41) จึงจะเป็นจริง และจากสมการ (6-40) ให้นิพจน์ที่เป็นค่าส่วนจริงเท่ากับศูนย์ คือ

$$\begin{aligned} g_R - 1 + b_R \tan \beta d_1 + g_R \tan \beta d_1 \cot \beta l_1 &= 0 \\ g_R - 1 + \tan \beta d_1 (b_R + g_R \cot \beta l_1) &= 0 \end{aligned} \quad (6-42)$$

จะได้

$$\tan \beta d_1 = \frac{1 - g_R}{b_R + g_R \cot \beta l_1} \quad (6-43)$$

และให้นิพจน์ที่เป็นค่าส่วนจินตภาพเท่ากับศูนย์คือ

$$\begin{aligned} b_R + \tan \beta d_1 - g_R \tan \beta d_1 - \cot \beta l_1 + b_R \tan \beta d_1 \cot \beta l_1 &= 0 \\ b_R - \cot \beta l_1 + \tan \beta d_1 (1 - g_R + b_R \cot \beta l_1) &= 0 \end{aligned} \quad (6-44)$$

จะได้

$$\tan \beta d_1 = \frac{-b_R + \cot \beta l_1}{1 - g_R + b_R \cot \beta l_1} \quad (6-45)$$

จากสมการ (6-43) กับสมการ (6-45) จะได้

$$\begin{aligned} \frac{1 - g_R}{b_R + g_R \cot \beta l_1} &= \frac{b_R - \cot \beta l_1}{g_R - b_R \cot \beta l_1 - 1} \\ (1 - g_R)(g_R - b_R \cot \beta l_1 - 1) &= (b_R - \cot \beta l_1)(b_R + g_R \cot \beta l_1) \\ g_R - b_R \cot \beta l_1 - 1 - g_R^2 + b_R g_R \cot \beta l_1 + g_R &= b_R^2 + b_R g_R \cot \beta l_1 - b_R \cot \beta l_1 - g_R \cot^2 \beta l_1 \\ g_R - b_R \cot \beta l_1 - 1 - g_R^2 + b_R g_R \cot \beta l_1 + g_R - b_R^2 - b_R g_R \cot \beta l_1 + b_R \cot \beta l_1 + g_R \cot^2 \beta l_1 &= 0 \\ g_R - 1 - g_R^2 + g_R - b_R^2 + g_R \cot^2 \beta l_1 &= 0 \\ -g_R^2 + 2g_R - 1 - b_R^2 + g_R \cot^2 \beta l_1 &= 0 \end{aligned} \quad (6-46)$$

จะได้

$$\begin{aligned} \cot^2 \beta l_1 &= \frac{g_R^2 - 2g_R + 1 + b_R^2}{g_R} \\ \cot \beta l_1 &= \pm \sqrt{\frac{(g_R - 1)^2 + b_R^2}{g_R}} \end{aligned} \quad (6.47)$$

## 253 เครือข่ายการสื่อสารและสายส่ง

---

### ตัวอย่างที่ 6.1

สายส่งเส้นหนึ่งมีอิมพีแดนซ์คุณลักษณะ  $Z_0 = 300$  โอห์ม ต่ออยู่กับโหลด  $Z_R = 300 + j300$  โอห์ม และแมตซ์อิมพีแดนซ์ด้วยสลับแบบวงจรถัด

ผลเฉลย

$$\begin{aligned}G_0 &= \frac{1}{R_0} \\Y'_R &= \frac{Y_R}{Y_0} = \frac{Z_0}{Z_R} = \frac{300}{300 + j300} \\&= \frac{1}{1 + j1} \\&= \frac{1}{2} - j\frac{1}{2}\end{aligned}$$

จาก  $Y'_R = g_R + jb_R$

$$g_R = 0.5 \quad \text{และ} \quad b_R = -0.5$$

หรือ

$$\begin{aligned}Y'_R &= \frac{Y_R}{Y_0} = \frac{Z_0}{Z_R} = \frac{300}{300 + j300} \\&= \frac{300}{424.264 \angle 45^\circ} \\&= 0.707 \angle -45^\circ \\&= 0.5 - j0.5\end{aligned}$$

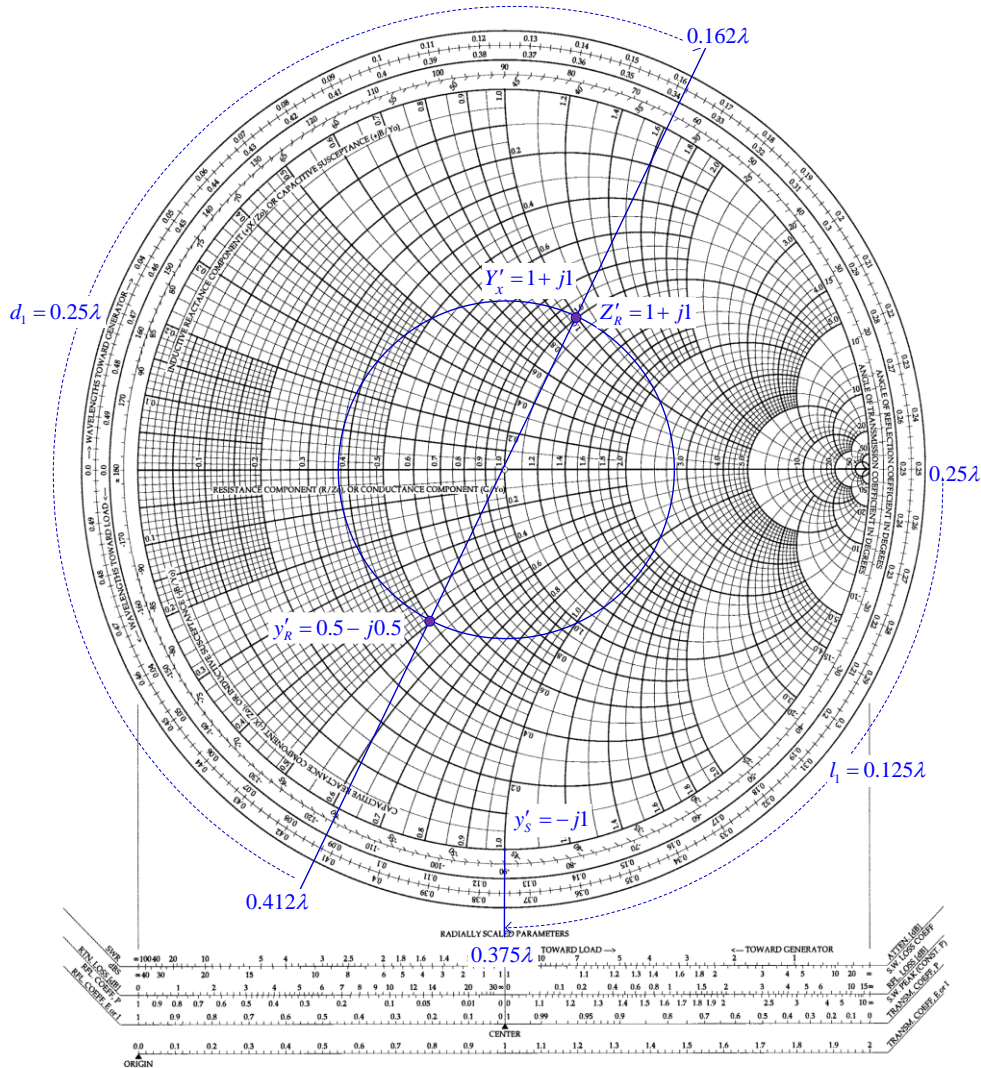
$$g_R = 0.5 \quad \text{และ} \quad b_R = -0.5$$

จากสมการ (6-47)

$$\begin{aligned}\cot \beta l_1 &= \pm \sqrt{\frac{(g_R - 1)^2 + b_R^2}{g_R}} \\ \cot \beta l_1 &= \pm \sqrt{\frac{(0.5 - 1)^2 + (-0.5)^2}{0.5}} \\ &= \pm \sqrt{1} \\ &= \pm 1\end{aligned}$$

จะได้

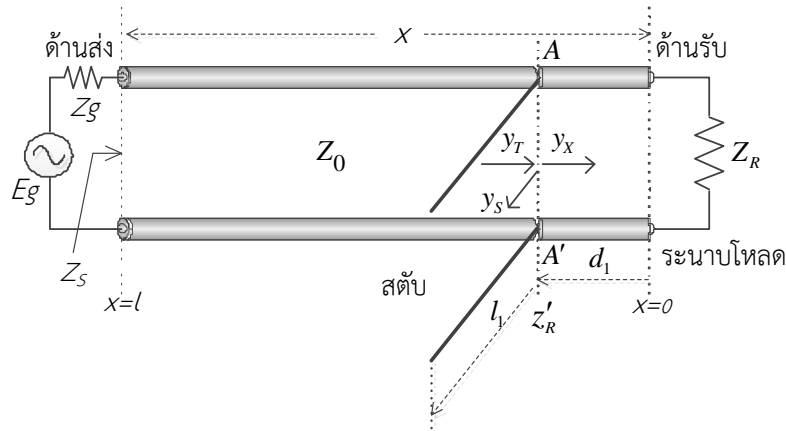
$$\begin{aligned}\cot \beta l_1 &= \pm 1 \\ \beta l_1 &= \frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}, \frac{7\pi}{4}\end{aligned}$$



วิธีทำ

1. พล็อตจุด  $Y'_R = 0.5 - j0.5$  ลงบนสมิทชาร์ตและเขียนวงกลม S
2. ลากเส้นตรงจากจุดเซ็นเตอร์ไปผ่านจุด  $Y'_R$  ไปตัดวงกลมวงนอก อ่านค่าที่จุดตัดได้เป็นตำแหน่งระยะนาบโหนดที่  $0.412\lambda$
3. หมุนจุด  $Y'_R$  ไปบนเส้นวงกลม S ในทิศทาง WTG ไปหาจุดที่วงกลม S ตัดกับวงกลม R=1
4. อ่านค่าที่จุดตัดจะได้เป็นค่า  $Y'_x = 1 + j1$
5. ลากเส้นตรงจากจุดเซ็นเตอร์ไปผ่านจุด  $Z'_x$  ไปตัดวงกลมวงนอก อ่านค่าที่จุดตัดได้เป็นตำแหน่งต่อสตัดที่  $0.162\lambda$
6. ได้ระยะของ  $d_1$  ซึ่งเป็นตำแหน่งที่ต่อสตัดห่างจากระยะนาบโหนด  $d_1 = (0.5 - 0.412) + 0.162 = 0.25\lambda$
7. หาค่า  $Y'_S$  จาก  $Y'_T = Y'_x + Y'_S = 1$  จะได้ว่า  $Y'_x = 1 + j1$  เพราะฉะนั้น  $Y'_S = -j1$
8. ลากเส้นส่วนโค้งของ  $Y'_S = -j1$  ไปตัดวงกลมวงนอก อ่านค่าที่จุดตัดได้  $0.375\lambda$
9. ได้ความยาวของ  $l_1$  ซึ่งเป็นความยาวของสตัดที่จะนำมาแมตซ์  $l_1 = 0.375 - 0.25 = 0.125\lambda$

6.3.3 การแมตซ์อิมพีแดนซ์โดยใช้สตัดเดี่ยวแบบวงจรเปิด (Impedance matching by open circuit single stub)



รูปที่ 6-4 การแมตซ์อิมพีแดนซ์ด้วยสตัดเดี่ยวแบบวงจรเปิด

ในกรณีสตัดเป็นแบบปลายวงจรเปิด จากสมการ (6.7) และ (6.8)

$$Z_{s(oc)} = \frac{E_{oc}}{I_{oc}} = \frac{E_R \cos \beta x}{j \frac{E_R}{Z_0} \sin \beta x} = -jZ_0 \cot \beta x$$

$$Z_{s(oc)} = -jR_0 \cot \beta x \tag{6.48}$$

$$Y_{s(oc)} = jG_0 \tan \beta x \tag{6.49}$$

ให้  $x = l_1$

$$Y'_{s(oc)} = j \tan \beta l_1$$

ในกรณีที่เป็นการแมตซ์อิมพีแดนซ์ จะได้

$$\begin{aligned} Y'_x + Y'_s &= 1 \\ Y'_x &= 1 - Y'_s \\ Y'_x &= 1 - j \tan \beta l_1 \end{aligned} \tag{6-50}$$

จากสมการ (6-37) แทนค่า  $Y'_x$  ในสมการ (6-50)

$$\frac{g_R + j(b_R + \tan \beta d_1)}{1 - b_R \tan \beta d_1 + jg_R \tan \beta d_1} = 1 - j \tan \beta l_1 \tag{6-51}$$

$$g_R + j(b_R + \tan \beta d_1) = (1 - j \tan \beta l_1)(1 - b_R \tan \beta d_1 + jg_R \tan \beta d_1)$$

$$g_R + jb_R + j \tan \beta d_1 = 1 - b_R \tan \beta d_1 + jg_R \tan \beta d_1$$

$$\begin{aligned}
 & -j \tan \beta l_1 + j b_R \tan \beta d_1 \tan \beta l_1 - j^2 g_R \tan \beta d_1 \tan \beta l_1 \\
 & \quad g_R + j b_R + j \tan \beta d_1 - 1 + b_R \tan \beta d_1 - j g_R \tan \beta d_1 + j \tan \beta l_1 - j b_R \tan \beta d_1 \tan \beta l_1 \\
 & \quad - g_R \tan \beta d_1 \tan \beta l_1 = 0
 \end{aligned}$$

จัดเทอมของสมการให้อยู่ในรูปจำนวนเชิงซ้อน

$$\begin{aligned}
 & g_R - 1 + b_R \tan \beta d_1 - g_R \tan \beta d_1 \tan \beta l_1 + j b_R + \tan \beta d_1 - j g_R \tan \beta d_1 + j \tan \beta l_1 \\
 & \quad - j b_R \tan \beta d_1 \tan \beta l_1 = 0 \\
 & g_R - 1 + b_R \tan \beta d_1 - g_R \tan \beta d_1 \tan \beta l_1 + j(b_R + \tan \beta d_1 - g_R \tan \beta d_1 + \tan \beta l_1 \\
 & \quad - b_R \tan \beta d_1 \tan \beta l_1) = 0 \quad (6-52)
 \end{aligned}$$

จากสมการ (6.52) เป็นสมการจำนวนเชิงซ้อน ใช้หลักการเดียวกันกับสลับแบบวงจรลัด คือ ให้นิพจน์ที่เป็นค่าส่วนจริงเท่ากับศูนย์ จะได้

$$\begin{aligned}
 g_R - 1 + b_R \tan \beta d_1 - g_R \tan \beta d_1 \tan \beta l_1 &= 0 \\
 g_R - 1 + \tan \beta d_1 (b_R - g_R \tan \beta l_1) &= 0
 \end{aligned}$$

จะได้

$$\tan \beta d_1 = \frac{1 - g_R}{b_R - g_R \tan \beta l_1} \quad (6-53)$$

และให้นิพจน์ที่เป็นค่าส่วนจินตภาพเท่ากับศูนย์ จะได้

$$\begin{aligned}
 b_R + \tan \beta d_1 - g_R \tan \beta d_1 + \tan \beta l_1 - b_R \tan \beta d_1 \tan \beta l_1 &= 0 \\
 b_R + \tan \beta l_1 + \tan \beta d_1 (1 - g_R - b_R \tan \beta l_1) &= 0
 \end{aligned}$$

จะได้

$$\tan \beta d_1 = \frac{-b_R - \tan \beta l_1}{1 - g_R - b_R \tan \beta l_1} \quad (6-54)$$

จากสมการ (6-53) เท่ากับสมการ (6-54) จะได้

$$\begin{aligned}
 \frac{1 - g_R}{b_R - g_R \tan \beta l_1} &= \frac{-b_R - \tan \beta l_1}{1 - g_R - b_R \tan \beta l_1} \\
 (1 - g_R)(1 - g_R - b_R \tan \beta l_1) &= (-b_R - \tan \beta l_1)(b_R - g_R \tan \beta l_1) \\
 1 - g_R - g_R + g_R^2 + b_R^2 - g_R \tan^2 \beta l_1 &= 0 \\
 1 - 2g_R + g_R^2 + b_R^2 - g_R \tan^2 \beta l_1 &= 0 \\
 \tan^2 \beta l_1 &= \frac{1 - 2g_R + g_R^2 + b_R^2}{g_R}
 \end{aligned}$$

$$\tan \beta l_1 = \pm \sqrt{\frac{(1-g_R)^2 + b_R^2}{g_R}} \quad (6-55)$$

**ตัวอย่างที่ 6.2**

จากรูปที่ 6-4 ให้โหลดอิมพีแดนซ์  $Z_R = 75 + j75$  โอห์ม  $R_0 = 75$  โอห์ม ใช้สลับแบบวงจรเปิดเป็นตัวแมตซ์อิมพีแดนซ์ จงคำนวณหาความยาวของสลับ ( $l_1$ ) และตำแหน่งที่นำสลับไปต่อ ( $d_1$ )

**ผลเฉลย**

$$\begin{aligned} Y'_R &= \frac{Y_R}{Y_0} = \frac{Z_0}{Z_R} = \frac{75}{75 + j75} \\ &= \frac{1}{1 + j1} \\ &= \frac{1}{2} - j\frac{1}{2} \end{aligned}$$

จาก  $Y'_R = g_R + jb_R$

จะได้  $g_R = 0.5$  และ  $b_R = -0.5$

หรือ

$$\begin{aligned} Y'_R &= \frac{Y_R}{Y_0} = \frac{Z_0}{Z_R} = \frac{75}{75 + j75} \\ &= \frac{75}{106.066 \angle 45^\circ} \\ &= 0.707 \angle -45^\circ \\ &= 0.5 - j0.5 \end{aligned}$$

$$g_R = 0.5 \text{ และ } b_R = -0.5$$

จากสมการ (6-55)

$$\begin{aligned} \tan \beta l_1 &= \pm \sqrt{\frac{(1-g_R)^2 + b_R^2}{g_R}} \\ \tan \beta l_1 &= \pm \sqrt{\frac{(1-0.5)^2 + (-0.5)^2}{0.5}} \\ &= \pm \sqrt{1} \\ &= \pm 1 \\ \beta l_1 &= \frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}, \frac{7\pi}{4} \end{aligned}$$

ถ้า  $\tan \beta l_1 = +1$  จากสมการ (6-53) แทนค่า

$$\begin{aligned}\tan \beta d_1 &= \frac{1 - g_R}{b_R - g_R \tan \beta l_1} \\ &= \frac{1 - 0.5}{-0.5 - 0.5(+1)} \\ &= -0.5 \\ \beta d_1 &= -26.5^\circ\end{aligned}$$

ถ้า  $\tan \beta l_1 = -1$  จะได้

$$\begin{aligned}\tan \beta d_1 &= \frac{1 - 0.5}{-0.5 - 0.5(-1)} \\ &= \infty \\ \beta d_1 &= \frac{\pi}{2}\end{aligned}$$

ดังนั้นจะได้ค่า  $d_1$  และ  $l_1$  เมื่อ  $\beta = \frac{2\pi}{\lambda}$

จาก  $\beta d_1 = \frac{\pi}{2}$

$$\begin{aligned}d_1 &= \frac{\pi}{2\beta} \\ d_1 &= \frac{\pi}{2} \times \frac{\lambda}{2\pi} \\ d_1 &= \frac{\lambda}{4}\end{aligned}$$

และ  $\beta l_1 = \frac{\pi}{4}$

$$\begin{aligned}l_1 &= \frac{\pi}{4\beta} \\ l_1 &= \frac{\pi}{4} \times \frac{\lambda}{2\pi} \\ l_1 &= \frac{\lambda}{8}\end{aligned}$$

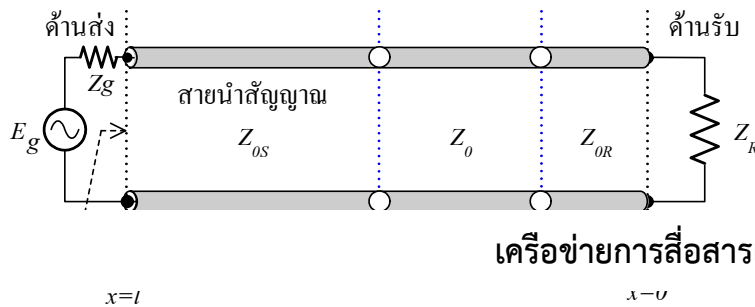
ต้องต่อสลับห่างจากระนาบโหนดเป็นระยะ  $(d_1) = 0.25\lambda$  และใช้สลับมีความยาว  $(l_1) = 0.125\lambda$

#### 6.4 การแมตช์อิมพีแดนซ์โดยใช้สายส่งมีความยาว $\lambda/4$ (line quarter wave matching)

การแมตช์อิมพีแดนซ์โดยใช้สายส่งมีความยาว  $\lambda/4$  เป็นตัวแมตช์อิมพีแดนซ์ชนิดหนึ่งกระทำใ้  
ภายใต้เงื่อนไขดังต่อไปนี้

6.4.1 สายส่งสองช่วงที่มีขนาดของอิมพีแดนซ์ไม่เท่ากัน

การแมตช์อิมพีแดนซ์แบบนี้ สายส่งสองช่วงต้องเป็นสายส่งที่เป็นระบบเดียวกัน ดังรูปที่ 6-5



เครือข่ายการสื่อสารและสายส่ง 259

รูปที่ 6-5 การแมตช์อิมพีแดนซ์ด้วยสายส่งยาว  $\lambda/4$  ระหว่างสายส่ง

จากรูปที่ 6-5

$Z_0$  คือ อิมพีแดนซ์คุณลักษณะของสายส่งตัวแมตช์

$Z_{OS}$  คือ อิมพีแดนซ์ของสายส่งทางด้านส่ง จะเป็นอินพุตอิมพีแดนซ์ของสายส่งที่ทำหน้าที่เป็นตัวเข้าคู่

$Z_{OR}$  คือ อิมพีแดนซ์ของสายส่งทางด้านรับ จะเป็นเอาต์พุตอิมพีแดนซ์ของสายส่งที่ทำหน้าที่เป็นตัวแมตช์

ให้สายส่งเป็นสายที่ไม่มีการสูญเสียกำลังงาน จากสมการ

$$Z_S = Z_0 \frac{Z_R + jZ_0 \tan \beta l}{Z_0 + jZ_R \tan \beta l} \quad (6-56)$$

ให้  $l = \lambda/4$

$$Z_S = Z_0 \frac{Z_R + jZ_0 \tan\left(\frac{\pi}{2}\right)}{Z_0 + jZ_R \tan\left(\frac{\pi}{2}\right)}$$

$$Z_S = \frac{Z_0^2}{Z_R}$$

$$Z_0 = \sqrt{Z_S Z_R} \quad (6-57)$$

ตัวอย่างที่ 5.3

ในระบบสายส่งใช้สายโคแอกเชียลสองเส้นนำมาต่อกัน เส้นที่หนึ่งมีค่า  $Z_S$  เท่ากับ 50 โอห์ม เส้นที่สองมีค่า  $Z_R$  เท่ากับ 75 โอห์ม ใช้สายส่งที่มีความยาว  $\lambda/4$  เป็นตัวแมตซ์ จงคำนวณหา  $Z_0$  ของตัวแมตซ์อิมพีแดนซ์

ผลเฉลย จากสมการ 6-57

$$\begin{aligned} \text{ดังนั้น } Z_0 &= \sqrt{Z_S Z_R} \\ Z_0 &= \sqrt{50 \times 75} \\ Z_0 &= 61.237 \text{ โอห์ม} \end{aligned}$$

ออกแบบและสร้างได้โดยใช้สมการจากการหา  $Z_0$  จากโครงสร้างของสายส่ง

จากสมการ

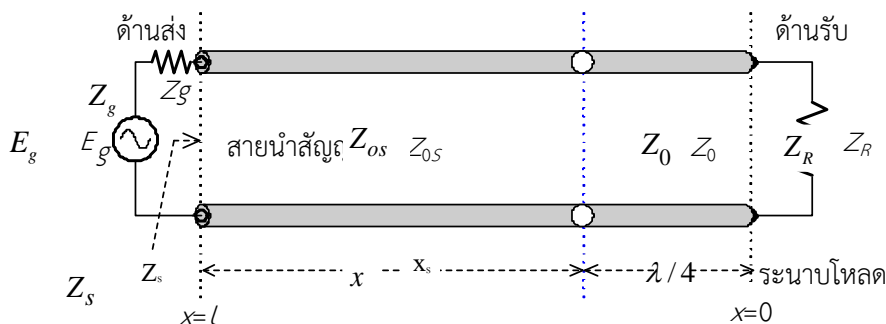
$$Z_0 = \frac{138}{\sqrt{K}} \log\left(\frac{D}{d}\right) \quad (6-58)$$

และ

$$Z_0 = \frac{60}{\sqrt{K}} \ln\left(\frac{D}{d}\right) \quad (6-59)$$

1. จากสมการ 5-58 และ 5-59 การสร้างจะมีค่า  $D$  และ  $d$  ที่ไม่ทราบค่า เพื่อง่ายต่อการสร้าง กำหนดค่า  $D$  แล้วนำขนาดที่มีขายในท้องตลาดที่เป็นท่อทองแดงและให้มีขนาดใกล้เคียงกับสายส่ง  $Z_S$  และ  $Z_R$
2. คำนวณค่า  $d$  แล้วนำไปทำได้โดยการลดขนาด แล้วนำมาประกอบและนำไปต่อตามกระบวนการของการต่อสายส่ง
3. แต่ก็ไม่ง่ายนักที่จะนำไปต่อ อาจจะใช้วิธีการอื่นที่เปลี่ยนขนาด (dimension) ของสายส่ง โดยการเปลี่ยนแปลงอัตราส่วน  $D/d$  ให้ได้ค่า  $Z_0$  ตามที่ต้องการ

6.4.2 การแมตซ์อิมพีแดนซ์โดยใช้สายส่งยาว  $\lambda/4$  ในกรณีที่โหลดเป็นความต้านทานแท้จริง



รูปที่ 6-6 การแมตซ์อิมพีแดนซ์ด้วยสายส่งยาว  $\lambda/4$  ในกรณีที่โหลดเป็นความต้านทานแท้จริง

ใช้สมการ (6-57) มาประยุกต์ใช้งาน

$$Z_0 = \sqrt{Z_S R_R}$$

ถ้า  $Z_S$  มีค่าเป็น  $R_0$

$$Z_0 = \sqrt{R_0 R_R} \quad (6-60)$$

**ตัวอย่างที่ 6.4**

สายส่งเส้นหนึ่งมี  $R_0$  เท่ากับ 50 โอห์ม ต่อกับโหลดที่เป็นความต้านทาน  $R_R$  เท่ากับ 100 โอห์ม จงหาค่า  $Z_0$  ของตัวแมตซ์อิมพีแดนซ์

**ผลเฉลย** จากสมการ (6-60)

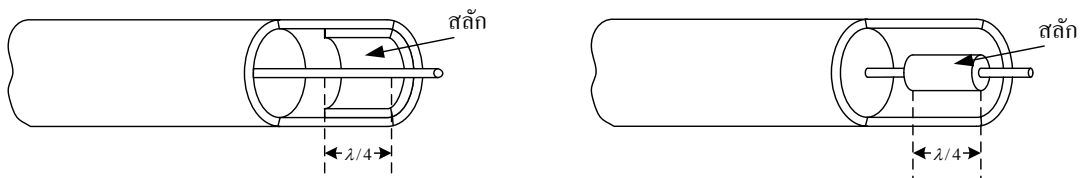
$$Z_0 = \sqrt{R_0 R_R}$$

$$Z_0 = \sqrt{50 \times 100} \quad \text{โอห์ม}$$

$$Z_0 = 70.7 \quad \text{โอห์ม}$$

**ข้อสังเกต**

1. ใช้สายส่งที่มีความยาว  $\lambda/4$  เป็นตัวแมตซ์อิมพีแดนซ์ระหว่างสายส่งกับโหลดที่มีค่าเป็นความต้านทาน สามารถนำตัวแมตซ์อิมพีแดนซ์ไปต่อตรงกับโหลด
2. ต้องพิจารณาระบบสายส่งกับระบบของโหลดควรเป็นระบบเดียวกัน(ระบบในที่นี้คือระบบสมดุลหรือไม่สมดุล)
3. ตัวแมตซ์อิมพีแดนซ์ที่ใช้สายส่งมีความยาว  $\lambda/4$  ถ้าเป็นสายโคแอกเชียลอาจใช้สายส่งเส้นเดียว แต่ไปแปลงค่า  $Z_{0s}$  ของสายส่งให้ไปเป็นค่า  $Z_0$  ของตัวแมตซ์ โดยการใส่สลักเพิ่มขนาดของตัวนำให้ใหญ่ขึ้น ก็จะทำให้  $Z_S$  เปลี่ยนไปหรือไปลดขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของตัวนำนอก ดังแสดงในรูปที่ 5-7



ก) การลดขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของตัวนำนอก

ข) การเพิ่มขนาดของตัวนำใน

รูปที่ 5-7 การใช้สลัก (Slug) เปลี่ยนแปลงค่า  $Z_0$  ของสายส่งในช่วงความยาว  $\lambda/4$



### บรรณานุกรม

Communication Network & Transmission Lines, (First Edition : November 2020). U.A.

Bakshi, Late A.V. Bakshi.

TRANSMISSION LINES FOR DIGITAL AND COMMUNICATION NETWORKS, (Peekskill,

NY 994) Richard E. Matick, ISBN: 978-0-780-36043-3

NETWORK ANALYSIS AND TRANSMISSION LINES, Mrs. A Deepika

Assistant Professor, Electronics and Communication Engineering

K. G. Reddy College Of Engineering and Technology 2019-2020

Electromagnetic interference and compatibility

[https://onlinecourses.nptel.ac.in/noc18\\_ee04/preview](https://onlinecourses.nptel.ac.in/noc18_ee04/preview)

Electronics and Communication Engineering

<https://www.youtube.com/watch?v=pGdr9WLto4A&list=MORqPa9rG>.

Transmission Line parameter calculations Prof. N.VISALI Dept. of EEE, JNTUA College

of Engineering, Kalikiri Chittoor District, A.P, India.

มิตรชัย จงเขี้ยวชำนาญ, กัณฑ์พงษ์ ศรีสถิตย์, โครงข่าย สายส่ง และการประยุกต์ใช้งาน,

มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีมหานคร, 2549.

สมสิน วางขุนทด, วงจรโครงข่ายและสายส่ง (Networks and Transmission Lines), สาขาวิชา

วิศวกรรมอิเล็กทรอนิกส์และโทรคมนาคม, มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลอีสาน, 2549.

ถวิล กิ่งทอง, ทฤษฎีโครงข่ายไฟฟ้าและสายส่ง, ตำราชุดวิศวกรรมศาสตร์, สถาบันเทคโนโลยี

พระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง, 2538.

ดัชนี

Admittance Matrix 15	Short circuit input 21	วงจรมูลฐาน 7
Adjoint operator 18	Short circuit forward 59	วงจรแบ่งกระแส 28
Admittance 60	Symmetrical T network 132	สัญญาณความถี่ 91
Current gain 60	Short circuit load 134	สายส่งไม่กำจร 127
Combinations of two-Port 72	Transmission Matrix 16	สายส่งกำจร 128
Cascade connection 80	The traveling wave and its characteristic 159	สายส่งแบบสมำเสมอ 156
Characteristic impedance 101	The neper and the decibel 164	สายส่งที่มีการสะท้อน 174
Characteristic 159	The distortion less line 168	เอกโพแนนเชียล 174
Distortion less Condition 169	การแมตซ์อิมพีแดนซ์ 7	อิมเมจอิมพีแดนซ์ 82
Equations 132	การสะท้อนสัญญาณ 7	ไฮบริดพารามิเตอร์ 17
Hybrid Matrix 17	การส่งสัญญาณ 40	
Impedance Matrix 16	แกนสมมาตร 12	
Inverse Hybrid Matrix 17	โครงข่ายการสื่อสาร 9	
Inverse Matrix 18	ค่าคงตัวการกระจาย 132	
impedance 59	ค่าคงที่การลดทอน 18	
Insertion loss 125	ความสมมาตร 12	
Inductive loading 170	ความสมดุล 13	
Impedance Matching 371	ความถี่ดำเนินการ 46	
Mismatch 127	คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า 87	
Open circuit output 32 59	ตัวกรองคลื่น 7	
Open circuit reverse 59	ตัวกรองคลื่น 7	
Ohmic loss 120	ตัวลดทอนสัญญาณ 7	
Propagation constant 105	ทฤษฎีบทพัวนาม 140	
Propagation constants 106	ยูนิตเมทริกซ์ 19	
Row operator 18 19	ระบบของคู่สายหรือสายส่งเส้นคู่ 87	
radiation loss 121	รีแอกแตนซ์ 96	
Return loss 123		